

---

# *Visión global sobre la planificación de procesos discontinuos*

**\*Yaillet Albernas Carvajal<sup>1</sup>, Meilyn González Cortés<sup>1</sup>, Julio Pedraza Gárciga<sup>1</sup>, Erenio González Suárez<sup>1</sup>.**

**\*<sup>1</sup>Centro de Análisis de Procesos. Facultad de Química y Farmacia. Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas; Carretera a Camajuaní Km 5 ½. Santa Clara. Villa Clara. Cuba.**

---

*Overview of batch process scheduling*

*Visió global sobre la planificació de processos discontinus*

*Recibido: 22 de febrero de 2011; revisado: 5 de julio de 2011; aceptado: 26 de julio de 2011*

## **RESUMEN**

La operación de una planta de producción tiene un importante efecto en la eficiencia, por lo tanto es de suma importancia encontrar la mejor programación posible. Debido a la conveniencia práctica, el tema de la programación de procesos a batch en las últimas décadas ha ganado un creciente interés y muchos enfoques se han publicado para solucionar una amplia variedad de problemas. En el presente trabajo, primero se resumen los diferentes tipos de problemas de programación, y a continuación, las ventajas y desventajas de los métodos disponibles para la programación de procesos discontinuos, para lograr la minimización del tiempo general del proceso y la maximización de la ganancia para un horizonte de tiempo dado. Las aproximaciones existentes en los métodos de optimización son categorizadas en cuatro clases: basadas en el evento global, basados en el evento de la unidad específica, apertura del tiempo y modelos basados en la precedencia. Se expone un ejemplo práctico de obtención del Modelo NLP y una comparación de los resultados obtenidos en ese ejemplo con el enfoque tradicional, MINLP.

**Palabras claves:** Discontinuo, Estrategia, Planificación, Tiempo, Optimización.

## **SUMMARY**

The operation of a production facility has an important effect on efficiency; therefore it is utmost importance to find the best possible scheduling. Because of practical convenience, the issue of scheduling batch processes it has won a growing interest in recent decades and many approaches have been published to solve a wide variety of scheduling problems. In the present paper, first the different types of programming problems are overviewed, and then the advantages and disadvantages of available methods for scheduling batch processes are summarized in order to obtain the minimization of general process time

and the maximization of the profitability for a horizon of given time. A general review of current optimization methods allows affirming that the existing approaches are categorized into four classes: global event-based, unit-specific event-based, slot-based, and precedence-based models. A practical example of obtaining NLP model and a comparison of the obtained results in this example with the traditional focus MINLP is exposed.

**Key words:** Batch, Policy, Scheduling, Time, Optimization.

## **RESUM**

L'operació d'una planta de producció té un important efecte en l'eficiència, per tant és molt important trobar la millor programació possible. A causa de la conveniència pràctica, el tema de la programació de processos en batch en les últimes dècades ha guanyat un interès creixent i s'han publicat molts enfocaments per solucionar una àmplia varietat de problemes. En aquest treball es resumeixen primer, els diferents tipus de problemes de programació, i a continuació, els avantatges i desavantatges dels mètodes disponibles per a la programació de processos discontinus, per tal d'aconseguir la minimització del temps general del procés i la maximització del rendiment per un horitzó de temps donat. Les aproximacions existents en els mètodes d'optimització són categoritzades en quatre classes: basades en l'esdeveniment global, basades en l'esdeveniment de la unitat específica, obertura del temps i models basats en la precedència. S'exposa un exemple pràctic d'obtenció del Model PNL i una comparació dels resultats obtinguts en aquest exemple amb l'enfocament tradicional, MINLP.

**Paraules claus:** Discontinuu, Estratègia, Planificació, Temps, Optimització.

---

\*Autores de Correspondencia: \*yailletac@uclv.edu.cu

## INTRODUCCIÓN

A través de los años, la industria de procesos ha demostrado su eficiencia en procesos continuos a gran escala. Inicialmente las instalaciones de fabricación para un nuevo producto eran un proceso a batch o uno de laboratorio a gran escala; pero como la economía de escala es un punto clave en el éxito de los negocios, la Ingeniería Química e industrias de procesos enfocaron toda su atención en diseñar y desarrollar los procesos continuos. Los procesos continuos son dominantes en la fabricación de productos químicos a granel, sin embargo para la fabricación de productos químicos especiales y de los llamados de química fina con un marcado énfasis en los requerimientos de calidad, el enfoque ha estado girado hacia los procesos discontinuos o a batch.

Para el tratamiento de procesos discontinuos no se puede simplemente tomar las metodologías de los procesos continuos y aplicarlas en discontinuos, debido a que ocurre una significativa pérdida de exactitud en los resultados. La dimensión de tiempo en procesos químicos discontinuos, hace más difícil su análisis pues lleva a 2 dimensiones para la interpretación gráfica apropiada. Por lo tanto, la mayoría de las técnicas prácticas dirigidas a las plantas discontinuas tiende a ser de naturaleza matemática y los adelantos en las herramientas matemáticas y computacionales indican que esta será la tendencia en el futuro **Majozi (2010)**.

## 1. DESARROLLO

### 1.1 Definición del problema

Las plantas de producción discontinuas proporcionan un amplio rango de problemas en la planificación o scheduling, como también se les conoce, que pueden ser categorizados basados en varios parámetros, tal y como lo referencia **(Hegyháti, 2010)**.

Los procesos discontinuos son usualmente descritos por una receta que proporciona un ordenamiento de las tareas para la obtención del producto deseado. En la mayoría de los casos vistos como procesos multipropósitos, esta conexión de tareas es descrita por una cadena, sin embargo, en muchos casos de estudio y ejemplos de la literatura las tareas presentan un ordenamiento secuencial. Incluso para los procesos secuenciales se distinguen dos subclases de recetas: en procesos multiproductos cada producto presenta igual secuencia de producción, mientras que en procesos multipropósitos cada producto es obtenido por una secuencia diferente en las mismas etapas de producción. **(Acevedo y González, 1999)**.

La estrategia de almacenamiento intermedio es otro parámetro importante en el problema de planificación de procesos discontinuos, ya que tiene un fuerte efecto en ambos problemas, el de la complejidad y el de la solución óptima. Si los materiales pueden ser almacenados en cualquier cantidad sin ninguna limitación es llamado Estrategia de Almacenamiento Intermedio Ilimitado (UIS), por el contrario, si los recipientes de almacenamiento tienen una capacidad finita es denotado como Almacenamiento Intermedio Finito (FIS) o Estrategia de Almacenamiento Intermedio Común (CIS), dependiendo si el material intermedio se ha dedicado a las unidades del almacenamiento común. En el caso de que no existan equipos de almacenamiento, se asume la política de No o Sin Alma-

cenamiento Intermedio (NIS), donde los productos intermedios sólo pueden ser almacenados en las unidades de procesamiento hasta que sean transferidos a otras unidades para las producciones subsiguientes. La política de almacenamiento más estricta es la llamada Cero Espera (ZW), donde no es admisible ninguna espera entre el final de esta etapa y el inicio de la siguiente. También es muy común en la industria presentar diferentes estrategias de almacenamiento para diferentes productos intermedios, lo cual es conocido como política de Almacenamiento Intermedio Mixto (MIS). **(Scenna, 1999)**.

Por último se debe tener en cuenta la estrategia de optimización. Los dos objetivos fundamentales en la programación de procesos discontinuos son la minimización del tiempo general del proceso, llamado makespan, y la maximización de la ganancia para un horizonte de tiempo dado. En la práctica son considerados como restricciones otros aspectos u objetivos, tales como la minimización de la generación de aguas residuales o la recuperación de calor o energía **(Adonyi y Romero, 2003)**.

Además el grado de incertidumbre **(Li y Ierapetrítou, 2008)**, y la organización de la secuencia dependiente del tiempo pueden influir en la complejidad del problema **(Hegyháti, 2010)**.

## 2. APROXIMACIONES MATEMÁTICAS.

En las últimas dos décadas se han desarrollado aproximaciones para solucionar el problema de la programación de procesos discontinuos que pueden ser clasificados de diferentes formas; en el cual un aspecto obvio es el modelo matemático aplicado durante la optimización. La mayoría de las aproximaciones publicadas, formulan el problema como modelo de programación mixta entero lineal (MILP) o programación mixta entero no lineal (MINLP) o programación no lineal (NLP), tal como lo referencia **Corsano (2005)**.

### 2.1. Aproximaciones basadas en MILP, MINLP y NLP.

Para las técnicas de programación matemática, el punto crucial es la definición de las variables binarias, que determina fundamentalmente la eficiencia, tamaño y aplicabilidad del modelo propuesto. La representación de la receta es también, un aspecto común para clasificar los modelos basados en MILP. La primera representación de conexión general fue la Red de Estado y Tarea (STN), donde los círculos representan los estados y los rectángulos representan las tareas. **(Pantelides, 1993)** ha representado la Red de Recursos y Tarea (RTN), donde los círculos representan no sólo los estados, también cualquier tipo de recurso, incluidas las unidades de procesamiento. Posteriormente se introdujo la Red de Estado y Secuencia (SSN) para los procesos multipropósitos, donde la red, es un gráfico dirigido cuyos vértices son los llamados estados efectivos del proceso. La figura 1 muestra el diagrama de flujo y STN, RTN, SSN del mismo proceso.

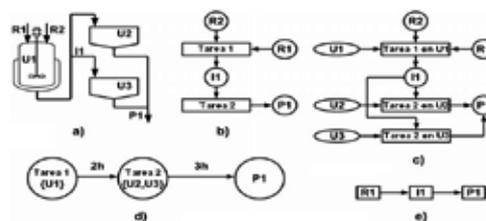


Figura 1. Representación del proceso: a) Diagrama de Flujo b) STN c) RTN d) gráfico e) SSN.

El problema de diseño de una planta de procesos discontinuos incluye determinar la estructura de la planta y el número de unidades en cada etapa y sus dimensiones, en muchos trabajos se recurre a MINLP. Se han desarrollado modelos que parten de la base de relacionar las dimensiones de las batchadas a procesar con el tamaño de los equipos a través de los llamados factores de tamaño **Corsano (2005)**. En el caso de los tiempos de operación, los más usuales son los tiempos fijos y tiempos variables, dependiendo del tamaño de la batchada a procesar. Los modelos MINLP habitualmente son resueltos a través de metodologías que sucesivamente resuelven aproximaciones MILP del modelo y modelos de NLP para configuraciones fijas o sea, decisiones determinadas en cuanto al valor de las variables binarias. Para el caso de problemas no convexos se presenta el inconveniente de que las sucesivas linealizaciones cortan parte de la región factible y se pierden soluciones. Además muchas de las soluciones encontradas no son factibles, por lo que no es posible cumplir con los requerimientos de producción **Corsano (2005)**.

En el diseño de plantas de procesos discontinuos casi siempre se parte de un proceso en el que el número de etapas ha sido decidido en un plazo previo, por lo que la decisión estructural propuesta es sobre la duplicación lineal de cada una de las etapas previamente determinadas. En los procesos es muy importante decidir el número de etapas a utilizar en la forma en que estas deben operar (serie o paralelo); es por ello que se hace necesario el planteamiento de un modelo que contemple todas las posibles alternativas para las etapas del proceso tanto la que tiene que ver con la duplicación de equipos y la forma de conducción de las etapas, en este caso **Corsano (2005)** propone un modelo NLP en el que se evita las dificultades que surgen de los programas no convexos.

### 2.1.1. Formulaciones basadas en un punto en el tiempo.

En el caso de los modelos basados en un punto en el tiempo o en intervalos de tiempo el horizonte temporal se discretiza por un determinado número de puntos de tiempo o intervalos de tiempo. La variable binaria típica es  $y(i, j, n)$ , que indica si la tarea  $i$  se realiza en la unidad  $j$  en el punto evento  $n$ , por lo tanto el número de variables binarias depende en gran medida del número de puntos de tiempo. Sin embargo, no existe un enfoque conocido para determinar el número suficiente de puntos de tiempo para la solución óptima, por lo tanto se suele utilizar un enfoque iterativo, que puede dar lugar a una planificación subóptima (**Castro, Barbosa y Matos, 2001**). Por el contrario, estos modelos pueden abordar los problemas generales de red basada en la programación con el tamaño del batch, balances de materiales y las diferentes políticas de almacenamiento.

Los primeros modelos discretizados en el horizonte de tiempo en un cierto número de intervalos de tiempo son llamados modelos discretos de tiempo, que establecen restricciones de tiempo relativamente simples, pero necesitan un gran número de puntos de tiempo para alcanzar soluciones con una calidad razonable. Para reducir el número de variables binarias, se desarrollan los enfoques de tiempo continuo, tanto secuencial como de la red basados en los problemas de planificación, donde la discretización del horizonte de tiempo no es equidistante, es asignada una nueva variable continua al tiempo exacto de cada punto. Posteriormente se presentan modelos de unidades específicas de tiempo continuo, donde el tiempo exacto del mismo punto puede variar entre los diferentes equipos,

lo que reduce aún más el número de puntos de tiempo. La **figura 2** muestra el número de puntos requeridos en el caso de diferentes técnicas de discretización temporal.

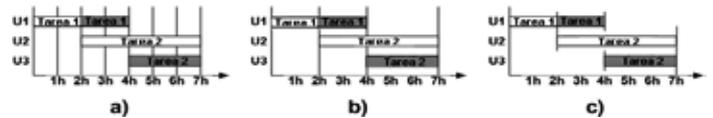


Figura 2. Diferentes formulaciones basadas en el punto en el tiempo: a) Discreta b) Continua Global c) Unidad específica continua.

## 3. CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN.

Todas las formulaciones basadas en la representación del tiempo pueden clasificarse en dos categorías, representación discreta del tiempo y representación continua del tiempo. En la representación discreta los intervalos uniformes del tiempo son obtenidos por la descomposición del horizonte de tiempo y cada tarea es ejecutada durante uno o más intervalos; mientras que en las aproximaciones continuas de tiempo las tareas pueden iniciarse y finalizar en cualquier punto del dominio constante del tiempo, los intervalos de tiempo no son uniformes (**Qian et al 2009**).

### 3.1. Métodos de tiempo discreto.

Los trabajos más antiguos por lo general son basados en aproximaciones de tiempo discreto, tal como lo hace **Kondili (1993)** que formula el problema del scheduling empleando MILP basado en la representación de tiempo discreto; la asignación de los equipos la consideran flexible, así como los tamaños de las batchadas y las políticas de almacenamiento intermedio. Méndez (**Méndez et al 2006**) propusieron el siguiente modelo:

$$\sum_{i \in I_j} \sum_{t=t-p_{ij}+1}^t W_{ijt} \leq 1 \quad \forall j, \quad (1)$$

$W_{ijt}$  es el inicio de la actividad  $i$  en el equipo  $j$  en el tiempo  $t$ , estado que procesa a lo sumo la tarea  $i$  en la unidad  $j$  durante el intervalo de tiempo  $t$ .

Sin embargo, las aproximaciones de tiempo discreto normalmente necesitan dividir el horizonte de tiempo en un número grande de intervalos de tiempos pequeños, llevando a grandes problemas combinatoriales, especialmente para el scheduling de procesos en red y esto limita su aplicación.

### 3.1.2. Limitaciones de capacidad.

Las siguientes restricciones tiene en cuenta el tamaño del batch  $B_{ijt}$  para cada tarea  $i$  en la unidad  $j$  y con una capacidad de almacenamiento limitada  $S_s$  para cada estado  $S$ . La cantidad de material que comienza a ser procesada por la tarea  $i$  en la unidad  $j$  en el tiempo  $t$  es limitada por la capacidad mínima y máxima de la unidad, por lo que la restricción 2 lleva a que la variable tamaño del batch  $B_{ijt}$  sea cero si  $W_{ijt} = 0$ .

$$V_{ij}^{\min} W_{ijt} \leq B_{ijt} \leq V_{ij}^{\max} W_{ijt} \quad \forall i, j \in J, t \quad (2)$$

La restricción 3 muestra que la cantidad del estado  $s$  en el tiempo  $t$  siempre debe satisfacer los requerimientos

mínimos y máximos de los equipos. Debe notarse que la unidad de almacenamiento se asume que estará disponible para cada estado  $s$ .

$$C_s^{\min} \leq S_{st} \leq C_s^{\max} \quad \forall s, t \quad (3)$$

### 3.2. Métodos de tiempo continuo

Estas aproximaciones son clasificadas en cuatro categorías: basado en la precedencia, basado en el espacio de tiempo, basado en el evento global, y modelo basado en el evento de la unidad específica como lo refirieron (Qian et al 2009). Para restricciones de asignación (Méndez et al 2006) propusieron el siguiente modelo:

$$\sum_{i \in J} Ws_{in} \leq 1 \quad \forall j, n \quad (4)$$

$$\sum_{i \in J} Wf_{in} \leq 1 \quad \forall j, n \quad (5)$$

$$\sum_n Ws_{in} = \sum_n Wf_{in} \quad \forall j, n \quad (6)$$

$$\sum_{i \in J} \sum_{n \leq n} (W \sin' - Wf_{in}') \leq 1 \quad \forall j, n \quad (7)$$

Las restricciones (4) y (5) define que al menos una tarea que pueda comenzar ( $Ws_{in} = 1$ ) o finalizar ( $Wf_{in} = 1$ ) en la unidad  $j$  correspondiente en cualquier tiempo  $n$ , mientras que la restricción (6) hace cumplir la condición de que todas las tareas que comiencen deben terminar. Además, la restricción (7) que la mayoría de las acciones en una tarea se puede realizar en la unidad  $j$  en cualquier momento  $n$ . Esta restricción hace uso de una agregación que toma en cuenta el número de tareas que se han iniciado y terminado antes o en el punto  $n$ .

#### 3.2.1. Modelo basado en la precedencia.

En los modelos basados en la precedencia, la asignación del lote y decisiones de secuencia se planean a través de las secuencias de las variables binarias que representan directamente el tiempo de los lotes sin el uso de los espacios de tiempo. Una nueva formulación matemática MILP para el scheduling de procesos batch involucrando una sola etapa de procesamiento para cada producto a ser entregado fue presentada por Cerda (1997). El concepto basado en el trabajo de la etapa precedente y la sucesora pueden ser tratados eficientemente los problemas del scheduling de simple etapa; (Méndez y Cerda, 2003) propusieron una aproximación MILP basados la representación del dominio del tiempo continuo y consideraron los arreglos de secuencia dependiente; manipularon las decisiones de asignación y secuencia en set separados de variables binarias y reducen el número de variables de secuenciación (Qian et al 2009). Una precedencia basada en aproximaciones heurísticas fue propuesta por (Pan et al 2008), en estas aproximaciones las variables binarias expresan la asignación y secuencia del procesamiento batch y los almacenamientos, desarrollando un procedimiento iterativo que elimina los inconvenientes de las formulaciones basadas en la precedencia y fueron propuestas cuatro reglas heurísticas para reducir el número global de variables binarias. Para restricciones de asignación y secuencia (Méndez et al 2006) propusieron el siguiente modelo:

$$\sum_{i \in J} WF_{ij} \leq 1 \quad \forall j \quad (8)$$

$$\sum_{i \in J} WF_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{i' \in J} X_{i'j} \leq 1 \quad \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{i' \in J} X_{i'j} \leq 1 \quad \forall i \quad (10)$$

$$WF_{ij} + \sum_{i' \in J} X_{i'j} + \sum_{\substack{j' \in J \\ j' \neq j}} \sum_{i' \in J} X_{i'j'} \leq 1 \quad \forall i, j \in J \quad (11)$$

El conjunto de restricciones (8) - (9) tiene como objetivo generar una secuencia de procesamiento posible de los lotes en cada unidad disponible. La restricción (10) hace cumplir la condición de que el lote  $i$  que pueda empezar la secuencia de procesamiento de la unidad de  $j$ . Posteriormente, la restricción (11) define que un lote  $i$  puede ser procesado, ya sea en el primer lugar ( $WF_{ij} = 1$ ) o inmediatamente después de otro lote  $i'$  ( $X_{i'ij} = 1$ ), aquí se llama su predecesor inmediato. Esto implica que cada lote  $i$  debe ser procesado de alguna unidad  $j$  y tiene a lo sumo un único predecesor  $i'$ . Además, cada lote que pueda ser asignado a la última posición de la secuencia de procesamiento, o justo antes de otro lote  $i'$ , que aquí llamamos su sucesor inmediato. Esta condición se aplica a través de la restricción (10). Por último, la restricción (11) se emplea para garantizar que el antecedente inmediato y sucesor de un determinado lote  $i$  siempre se asignen a la misma unidad de procesamiento de  $j$ .

#### 3.2.2. Modelos basados en el espacio del tiempo.

En los modelos basados en el espacio del tiempo, el horizonte de tiempo es dividido en varios intervalos de tiempo desiguales y las tareas tienen que comenzar y terminar en un evento. Aproximaciones basadas en los espacio del tiempo definidos para cada unidad formulando modelos continuos en el tiempo para el scheduling de procesos batch multietapas secuenciales fueron presentados por (Lamba y Kamiri, 2002; Qian et al 2009). El siguiente modelo para restricciones de limitaciones para el correspondiente tiempo fue propuesto por (Méndez et al 2006).

$$-M(1 - W_{ijkl}) \leq Ts_{il} - Ts_{jk} \quad \forall i, j, k \in K_j, l \in L_i \quad (12)$$

$$M(1 - W_{ijkl}) \geq Ts_{il} - Ts_{jk} \quad \forall i, j, k \in K_j, l \in L_i \quad (13)$$

La variable binaria  $W_{ijkl}$  define la asignación de la etapa  $l$  del batch  $i$  para el espacio de tiempo  $k$  de la unidad  $j$  se utiliza para hacer cumplir que las dos coordenadas coincidan. De esta manera, cuando el batch  $i$  es asignado a la unidad  $j$  ( $W_{ijkl} = 1$ ), las grandes restricciones (12) y (13) activa los tiempos de inicio de la unidad y los batches se ven obligados a ser iguales.

#### 3.2.3. Modelos basados en eventos globales.

Los modelos basados en eventos globales hacen cumplir que un conjunto de eventos son comunes en todas las unidades y cada tarea debe iniciar o finalizar (o ambos) en un evento. El empleo del tiempo directamente en eventos derivados del modelo de programación fue propuesto por (Maravelias y Grossmann, 2003). Formulan el problema de programación como (MINLP) y simplifican los resultados mediante la linealización exacta a rendimiento programación bilineal de mixtos enteros (MIBLP) donde la no linealidad en la función objetivo surge como un producto de las variables continuas (Qian et al 2009).

#### 3.2.4. Modelos basados en eventos de unidad específica.

Los modelos basados en eventos de unidad específica permiten cada tarea en una unidad para comenzar un evento, por lo tanto, cada evento puede ocurrir de manera diferente en las distintas unidades. Una representación STN basados en eventos en unidad específica para el scheduling de plantas batch multipropósitos fue propuesta por (Giannelos y Georgiadis, 2002), en ese modelo los eventos en el tiempo son definidos por el final de la ejecu-

ción de la tarea y generalmente son diferentes las distintas tareas del proceso, dando lugar a una red de tiempo no uniforme. El siguiente modelo para restricciones de asignación fue propuesto por (Méndez et al 2006):

$$\sum_{i \in J} W_{in} \leq 1 \quad \forall j, n \quad (14)$$

$$\sum_{n \leq n} WS_{in} - \sum_{n < n} Wf_{in} = W_{in} \quad \forall i, n \quad (15)$$

$$\sum_n WS_{in} = \sum_n Wf_{in} \quad \forall i \quad (16)$$

$$WS_{in} \leq 1 - \sum_{n < n} WS_{in} + \sum_{n < n} Wf_{in} \quad \forall i, n \quad (17)$$

$$Wf_{in} \leq \sum_{n < n} WS_{in} - \sum_{n < n} Wf_{in} \quad \forall i, n \quad (18)$$

( $WS_{in}$ ) Determina en qué punto comienza cada tarea  $i$ , ( $W_{in}$ ) es la activa y ( $Wf_{in}$ ) si finalizó. Las restricciones (14) - (18) dan fuerza a las siguientes condiciones en el modelo encima de las variables de asignación (i) solo puede realizarse a lo sumo una tarea  $i$  en la unidad  $j$  en el evento de tiempo  $n$ ; (ii) la tarea  $i$  está activa en momento de evento  $n$ , siempre que esta tarea se haya empezado antes o durante el evento  $n$  y no ha concluido antes que el evento; (iii) todas las tareas que comienzan deben finalizar; (iv) la tarea  $i$  solo puede comenzar en el punto del evento  $n$  si todas las tareas  $i$  que comenzaron antes terminaron antes del punto del evento  $n$  y (v) la tarea  $i$  solo puede finalizar en el punto del evento  $n$  si ha comenzado en punto del evento anterior  $n'$  y no culmina antes del punto del evento  $n$ . Debe notarse que el índice de equipo no se usa en las variables del modelo, porque esta formulación asume que cada tarea sólo puede realizarse en una unidad. En la duplicación de la tarea se exige tratar con múltiples equipos que trabajan en paralelo.

#### 4. EJEMPLO DE OBTENCIÓN DEL MODELO NLP.

Partiendo de lo establecido por Corsano (2005) se trata de una planta que elabora un producto que debe satisfacer una demanda  $Q$  en un horizonte de tiempo  $HT$ , para ello se requiere de  $P$  operaciones. Cada operación se completa sobre ciertas etapas  $j$ . Cada una de las operaciones tiene una cota superior para el número de etapas para esta operación. Para cada operación  $P$  se definen alternativas  $a_p$ , cada una de las alternativas  $a_p$  existentes en la operación  $p$  deben ser caracterizadas. El modelo optimiza el diseño de una planta que permita producir la cantidad requerida  $Q$  en el horizonte de tiempo  $HT$  al mínimo costo, de acuerdo a la siguiente función objetivo.

$$\text{Min} \sum_{p=1}^P \sum_{a_p=1}^{A_p} \sum_{j \in a_p} \alpha_p M_{paj} G_{paj} V_{paj}^{\beta_p} + OC \quad (19)$$

$V_{paj}$  es el tamaño de la unidad  $j$  en la alternativa  $a$  para la operación  $p$ ,  $\alpha_p$  y  $\beta_p$  son coeficientes para la estimación de los costos de las alternativas,  $M_{paj}$  y  $G_{paj}$  corresponden al número de unidades duplicadas fuera de fase y en fase respectivamente para la etapa  $j$  en la alternativa  $a$  para la operación  $p$ ,  $OC$  representa los costos operativos. Este modelo está sujeto a restricciones para cubrir la demanda requerida, para el tiempo del ciclo de la planta, para las conexiones entre las etapas de cada alternativa de cada operación, conexiones entre la última etapa de

una operación y la primera etapa de la siguiente operación, entre otras, que dependen del proceso a modelar.

#### 4.1. Resolución de un ejemplo para el proceso de fermentación alcohólica.

El modelo para el caso de un proceso de fermentación para la obtención de etanol fue resuelto por Corsano (2005), el mismo consta de dos operaciones, prefermentación y fermentación. Se plantean balances de masa a través de ecuaciones diferenciales, de la biomasa generada, sustrato, biomasa no activa y etanol producto. Se plantea un balance de sustrato, el cual está expresado por la cantidad de sustrato que proviene de la etapa anterior más la cantidad de sustrato de alimentación a la unidad en cuestión. Como sustrato se consideran mieles, jugos de los filtros, vinazas y agua.

De manera similar se plantean balances de interconexiones entre etapas de operación para los elementos restantes (biomasa generada, biomasa no activa y etanol). Para la resolución del ejemplo se considera que la primera operación consta de dos etapas y como máximo dos alternativas y para la segunda operación se consideran cuatro alternativas de hasta dos etapas. La selección de las alternativas se realiza basada en los conocimientos que tenga el diseñador del problema y a su factibilidad desde el punto de vista ingenieril. Los modelos fueron implementados en el Software Gams. El modelo propuesto se resuelve en tres ejemplos:

1. Fijando los exponentes de costo  $\beta = 0.43$  de ambas operaciones iguales y velocidad de producción de 100 Kg/h. La configuración óptima corresponde a una unidad en la prefermentación y una en la fermentación, es decir alternativas  $a_1 = 1$  y  $a_2 = 1$ . Obtiene un tiempo del ciclo de 16 h 24 min y el costo total es de 287.87 \$/año.
2. Incremento en la velocidad de producción a 500 Kg/h y los restantes parámetros al del 1, la mejor alternativa hallada al momento de resolver el modelo consiste en un prefermentador y dos fermentadores en serie; obtiene un tiempo del ciclo de 16 h 1 min y el costo total es de 883.73 \$/año.
3. Velocidad de producción 100 Kg/h, disminución del exponente de costo  $\beta = 0.3$  para la primera operación e incremento del mismo a 1 para la segunda operación. La solución óptima consiste en la duplicación en paralelo fuera de fase de la prefermentación seguida por otra prefermentación y dos etapas de fermentación en serie. Las unidades que trabajan en paralelo presentan las mismas características de operación y diseño. Obtiene un tiempo del ciclo de 5 h 47 min y el costo total es de 526.82 \$/año.

#### 4.2. COMPARACIÓN DEL NLP CON EL ENFOQUE TRADICIONAL, MINLP.

Para poder realizar la comparación entre el NLP y MINLP se supone que el número de etapas del proceso está fijo. La única opción para comparar ambos enfoques es resolver la secuencia de problemas MINLP que contemplan todas las alternativas. Cada modelo contiene las restricciones descritas anteriormente, con la diferencia de que el número de etapas de cada operación es fijo y el número de unidades duplicadas fuera de fase y en fase para cada

etapa es variable. La comparación se realiza con el tercer ejemplo, en este caso cuatro modelos son resueltos contemplando las posibles configuraciones, usando un número predeterminado de unidades en serie para cada operación. Los casos modelados fueron:

1. Una etapa de prefermentación y una etapa de fermentación.
2. Una etapa de prefermentación y dos etapas de fermentación.
3. Dos etapas de prefermentación y una etapa de fermentación.
4. Dos etapas de prefermentación y dos etapas de fermentación.

La solución del modelo cuatro es la económicamente óptima y coincide con la obtenida en el ejemplo tres del modelo de superestructura NLP **Corsano (2005)**.

**Tabla 1.** Resultados obtenidos en el tercer ejemplo NLP y modelo cuatro MINLP.

	Tercer Ejemplo (NLP)					Modelo cuatro MINLP			
	Pre Ferment 1	Pre Ferment 2	Ferment 1	Ferment 2		Pre Ferment 1	Pre Ferment 2	Ferment 1	Ferment 2
Tiempo (h)	10.326	5.163	5.163	5.163	Tiempo (h)	10.326	5.163	5.163	5.163
Volumen (m <sup>3</sup> )	4.075	4.169	4.675	5.33	Volumen (m <sup>3</sup> )	4.075	4.169	4.675	5.33
X <sub>agua</sub> (Kg/m <sup>3</sup> )	6.1	5.75	31.86	34.94	Config	M=2	M=1	M=1	M=1
X <sub>gluc</sub> (Kg/m <sup>3</sup> )	5.89	35.73	39.8	42.83	CT(Objetivo)	526.822			
X <sub>glicerol</sub> (Kg/m <sup>3</sup> )	0.296	2.1	5.65	9.08	No Restricción	494			
S <sub>agua</sub> (Kg/m <sup>3</sup> )	84.36	17.56	5.52	3.1	No Variables Continuas	536			
T <sub>agua</sub> (Kg/m <sup>3</sup> )	-	-	50.94	96.96	No Variables Discretas	16			

## CONCLUSIONES.

Los tres parámetros fundamentales que caracterizan las plantas discontinuas y su planificación son: la receta, que proporciona el ordenamiento de las tareas para la obtención del producto deseado; la estrategia de almacenamiento intermedio y la estrategia de optimización; esto permite lograr los dos objetivos fundamentales de la programación de procesos discontinuos que son la minimización del tiempo general del proceso y la maximización de la ganancia para un horizonte de tiempo dado. La mayoría de los métodos al considerar la formulación de MILP pueden abordar una amplia gama de problemas de programación. Los modelos MINLP en su solución habitualmente son resueltos a través de aproximaciones MILP del modelo y modelos de NLP para configuraciones fijas, estas sucesivas linealizaciones cortan parte de la región factible y se pierden soluciones, además de que muchas de las soluciones encontradas no son factibles, por lo que no es posible cumplir con los requerimientos de producción. El modelo de NLP presentado en el artículo permite hallar la configuración óptima de una o más operaciones de una planta batch. Este procedimiento cobra mayor importancia en los casos para los cuales las operaciones pueden tener varias etapas duplicadas en serie o en paralelo, ya sea en fase o fuera de fase. El modelo descrito en forma genérica, posee un conjunto de restricciones generales y algunas adicionales para la descripción detallada de las operaciones. Todas las restricciones son incluidas en el modelo global, y resueltas simultáneamente mediante un problema NLP.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Acevedo L, González E. Diseño de Plantas Químicas Discontinuas para Instalaciones de la Industria Química y Fermentativas. Ciudad de la Habana. 1999.
2. Adonyi R., Romero J., Puigjaner L. and Friedler F. Incorporating heat integration in batch process scheduling, Applied Thermal Engineering 23, 1743-1762. 2003.
3. Castro P., Barbosa-Póvoa A. P. F. D. and Matos H. An improved RTN continuous-time formulation for the short-term scheduling of multipurpose batch plants, Industrial & Engineering Chemistry Research 40, pp 2059-2068. 2001.
4. Cerda, J., Henning, G.P., Grossmann, I.E., "A mixed-integer linear programming model for short-term scheduling of single-stage multiproduct batch plants with parallel lines", Ind. Eng. Chem. Res., 36, 1695-1707. 1997.
5. Corsano G, Estrategias en el Diseño Óptimo de Plantas de Procesos Batch de la Industria Alimenticia Integradas a Procesos Fermentativos. Tesis presentada en opción al Grado Científico de Doctor en Ingeniería. Universidad Nacional del Litoral. ISBN 987-43-9270-3. 2005.
6. Giannelos, N.F., Georgiadis, M.C., "A simple new continuous-time formulation for short-term scheduling of multipurpose batch processes", Ind. Eng. Chem. Res., 41, 2178-2184. 2002.
7. Hegyháti M. et al. Overview of industrial batch process scheduling. Chemical Engineering Transactions. Volume 21. ISBN 978-88-95608-05-1. Pp 895-900. 2010.
8. Kondili, E., Pantelides, C.C., Sargent, R.W.H., "A general algorithm for short-term scheduling of batch operations. Part 1. MILP formulation", Computers and Chemical Engineering, 17, 211-227. 1993.
9. Lamba, N., Karimi, L.A., "Scheduling parallel production lines with resource constraints (1) Model formulation", Ind. Eng. Chem. Res., 41, 779-789. 2002.
10. Li Z. and Ierapetritou M. Process scheduling under uncertainty: review and challenges, Computers & Chemical Engineering 32, pp 715-727. 2008.
11. Majoz, T. Introduction to Batch Chemical Processes. Batch Chemical Process Integration. Analysis, Synthesis and Optimization. Springer Science+Business Media B.V. New York, USA, (2010).
12. Maravelias, C.T., Grossmann, I.E., "New general continuous-time state-task network formulation for short-term scheduling of multi-purpose batch plants", Ind. Eng. Chem. Res., 42, 3056-3074. 2003.
13. Méndez, C.A., Cerda, J., "An MILP continuous-time framework for short-term scheduling of multipurpose batch processes under different operation strategies", Optimization and Engineering, 4, 7-22. 2003.
14. Méndez C.A., Cerdá J, Grossmann I.E, Harjunkoski I, Fahl M. "State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes" Computers and Chemical Engineering 30 913-946. 2006.
15. Pan, M., Qian, Y., Li, X., "A novel precedence-based and heuristic approach for short-term scheduling of multipurpose batch plants", Chem. Eng. Sci., 63, 4313-4332. 2008.
16. Pantelides C. C. Unified frameworks for optimal process planning and scheduling, Proceedings of the second international conference on foundations of com-

- 
- puter-aided process operations, Eds. Rip-pin D. W. T., Hale J. C. and Davis J., pp 253-274. 1993.
17. Qian Yu, Pan Ming and Huang Yacai. "Modeling an Optimization for Scheduling of Chemical Batch Processes" Chinese Journal of Chemical Engineering. 17(1) 1-7. 2009.
  18. Scenna N. J, Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos. Capítulo XIX. ISBN: 950-42-0022-2. 1999.