

LA MATEMÀTICA I LES CIÈNCIES DE LA VIDA

Conferència feta el dia 13 de juny de 1973
pel doctor

DAVID CARDÚS

Professor de Fisiologia i de Rehabilitació al Baylor College of Medicine,
de Houston, i Professor Agregat al Department of Mathematical
Sciences, Rice University

Esdevé cada dia més necessari que l'investigador dedicat a l'estudi de les ciències de la vida adquireixi un bon fonament dels coneixements de la matemàtica. En bona part aquesta necessitat és deguda al fet que un nombre creixent de fenòmens vitals poden ésser explicats per l'extensió de les lleis de la física a la matèria viva. Una confiança total en les lleis de la física fou expressada per SCHRÖDINGER⁸ amb els mots següents: «No ens hem de descoratjar —diu— si la interpretació de la vida per mitjà de les lleis de la física és difícil, car això és el que cal precisament esperar si hom s'até al que hem après de l'estructura de la matèria viva. Hem d'estar preparats per al descobriment d'una nova llei física regidora de la matèria viva»; i amb un to reticent prossegueix: «o potser hauríem d'anomenar-la una llei no física, superfísica?». Pregunta a la qual contesta immediatament: «No, no crec que això calgui, car el nou principi que està en joc és genuïnament físic, és, una vegada més, el principi de la teoria quàntica».

Aquesta manera de concebre la vida i la matèria ha influït sobre diversos aspectes de la recerca biològica i ha estimulat la introducció de la matemàtica en moltes de les ciències de la vida. El fet històric és, però, que la major part de les matemàtiques que avui coneixem s'han desenvolupat entorn de la física. La conseqüència d'això és que hom ha creat un estat de consciència segons el qual la pertinença de la matemàtica a les ciències físiques és acceptada sense cap reserva, mentre que la pertinença de les matemàtiques a les ciències biològiques és encara una qüestió de fe, una fe molt dèbil en el cor de molts científics de la vida.

Cal, tanmateix, evitar l'equívoca impressió que la utilització dels principis de la termodinàmica, de la mecànica quàntica, de l'electricitat o de la física dels fenòmens vibratoris és l'única forma amb què les matemàtiques s'han entreteixit amb la biologia.

Thomas Malthus, un economista polític, proposà un model matemàtic d'acord amb el qual les poblacions es multipliquen en progressió geomètrica quan la nutrició augmenta d'una forma aritmètica. Aquest model matemàtic conduí al concepte de lluita per l'existència que més tard Charles Darwin cregué que constituïa el mecanisme segons el qual podia explicar-se la selecció natural. Aquest exemple ilustra el fet que una simple idea matemàtica d'un economista (per cert subjecte a una gran contro-

vèrsia) exercí una gran influència sobre el concepte de l'evolució biològica.

No és tampoc cert, d'altra banda, que la relació entre la matemàtica i les ciències de la vida hagi tingut lloc en una sola direcció. La biologia ha fet també algunes contribucions interessants a la matemàtica. En trobem un dels exemples més notables en el camp de la genètica de les poblacions, en el qual RONALD FISHER i SEWALL WRIGHT han desenvolupat models matemàtics que relacionen l'herència amb les lleis de l'atzar. Segons EDWARD MOORE, el model altament elaborat de WRIGHT, que es basa en la teoria de la difusió, fou motiu perquè WILLIAM FELLER, de la Universitat de Princeton, explorés noves regions de la matemàtica.

Una concepció fèrtil en nous desenvolupaments científics i de la qual encara cal esperar molt, és la del *milieu intérieur*, de CLAUDE BERNARD, o d'homeostasi, de Cannon. Teories en el camp de la cibernètica i del disseny i la construcció d'autòmats estan fermament ancorades en aquesta concepció. L'acció motivada per un objectiu, o propòsit, és una característica dels fenòmens estudiats per aquestes teories i d'altres. Propòsit, o finalitat, ha estat un concepte permanent en la ment de tot aquell qui estudia les manifestacions de la vida, mentre que el matemàtic i el físic han pogut viure i treballar sense aquest concepte durant molts anys.

Hi ha també exemples d'aplicacions directes de la matemàtica a la biologia. El més remarcable és el treball de WOODGER ¹², que és una brillant adaptació del concepte matemàtic de relació a la biologia. N'és un altre exemple el treball de NICHOLAS RASHEVSKY ⁷, el qual indica que, perquè la biologia esdevingui una ciència deductiva, cal descobrir l'existència de principis biològics. Un lloable esforç en aquest sentit el portà a la proposició de dos principis biològics: el de l'epimorfisme biològic i el del disseny òptim. Aquests principis poden enunciar-se de la manera següent:

Principi de l'epimorfisme. — Els conjunts de propietats biològiques que caracteritzen qualsevol organisme poden mapar-se en el conjunt de propietats de l'organisme primordial, de tal forma que certes relacions bàsiques entre les propietats biològiques resten preservades. (L'organisme primordial és un concepte probablement abstracte de l'organisme que posseeix el conjunt de propietats més generals i inclusives. Hom creu que, si un tal organisme existeix, probablement cal cercar-lo en el camp molecular.)

Principi del disseny òptim. — Donat un conjunt de funcions biològiques i les respectives intensitats, un organisme posseeix el disseny òptim quant a economia de material utilitzat i quant al consum d'energia necessari per a dur a terme funcions especificades.

No és la meua intenció de fer ara un resum històric de les relacions entre les ciències de la vida i les ciències físiques i matemàtiques. Interessa

més afirmar el fet que la nostra vida intel·lectual és influïda per les idees del món en què vivim, aquest món que TEILHARD DE CHARDIN⁹ ha anomenat la noosfera. És, doncs, altament necessari que el científic dedicat a l'estudi dels fenòmens vitals assimili les aportacions que el matemàtic ha fet a aquesta noosfera. Però es també important que el matemàtic s'adoni que ell també pot beneficiar-se de les contribucions que el biòleg ha fet a aquesta mateixa noosfera. Algun matemàtic s'ha mostrat ja sensible a aquesta realitat. És així que jo crec que, quan VON NEUMANN arriba a la conclusió que «en el sistema nerviós central, la lògica i la matemàtica considerades com a llenguatges han d'ésser, des del punt de vista estructural, essencialment diferents d'aquells llenguatges a què la nostra experiència habitual es refereix, i que la precisió i profunditat lògica i aritmètica demostren que, qualsevol que sigui el sistema, és inevitable que aquest difereixi notablement del que nosaltres considerem conscientment i explícitament la matemàtica», el que realment ens diu és que, de l'estudi del sistema nerviós central, és possible que es descobreixi la necessitat d'unes noves matemàtiques. Punts de vista similars foren expressats per VAN DER VAART, el qual suggerí que la no-linealitat dels sistemes biològics és possible que contribueixi a nous desenvolupaments en el camp de les equacions diferencials; per HENRI LUCAS, que assenyalà la falta de sistemes algebrics que puguin aparionar-se satisfactòriament amb els sistemes genètics; i per STANISLAW ULAM, que amb to profètic diu que hi hauran noves aplicacions de la matemàtica a les ciències biològiques i nous problemes dins la matemàtica suggerits per l'estudi de la matèria viva.

Alguns *aperçus* històrics de la matemàtica en biologia han estat publicats per RASHEVSKY i VALENTINUZZI. MOROWITZ i WATERMAN¹¹ han tractat fins i tot de donar exemples simples d'aplicacions de gràfiques, d'equacions i de la teoria dels sistemes a la biologia. Recentment ha aparegut una sèrie nova de revistes dedicades a la biologia matemàtica i a l'ús de les computadores en medicina i en biologia. Han estat fetes conferències a Milà, New York, Cullowhee, New Hampshire, Houston i Los Angeles, i continuen celebrant-se'n amb la idea de reunir matemàtics, biòlegs i sociòlegs, i facilitar així les comunicacions entre ells. Cal remarcar, tanmateix, que, malgrat aquestes oportunitats, la majoria dels qui treballen en el camp de les ciències de la vida no s'ha adonat de la importància que la matemàtica biològica té dins les respectives disciplines, sigui com a objecte de recerca, sigui com un mitjà metodològic. Tres tipus de preguntes freqüenten la ment del científics de la vida:

1. ¿Com pot hom aprendre l'art de traduir els conceptes biològics en termes matemàtics?

2. ¿Què pot hom aconseguir expressant els conceptes biològics en termes matemàtics?
3. ¿Fins a quin punt la lògica matemàtica pot ésser incorporada al raonament biològic?

No crec que la resposta a la primera pregunta pugui ésser altra que l'art de saber construir models matemàtics, de la mateixa manera que qualsevol altre art pot només ésser dominat a través d'un llarg entrenament i d'una persistent disciplina metodològica. Per a alguns biòlegs, el temps d'aprendre l'art ja ha passat, però encara són a temps de rendir un bon servei a la posteritat orientant llurs estudiants i els joves investigadors que treballen amb ells envers la matemàtica.

Quant a la segona... No crec que pugui donar una resposta millor que l'expressada amb les següents paraules de NOONEY⁵, que se la planteja d'aquesta forma: «És important —diu— d'adonar-se que el model matemàtic resta limitat per la imatgeria i només pot referir-se a quantitats contingudes en la imatgeria i en termes que es deriven de la imatgeria». «¿Per què, doncs —es pregunta—, no restem en la imatgeria i ens evitem de convertir-la en expressions matemàtiques?»

Hi ha tres raons per les quals convé de recórrer al model matemàtic. La primera té a veure amb la notació i la comunicació, car la matemàtica ofereix una notació concisa per a expressar relacions quantitatives. La segona està relacionada amb els conceptes d'inclusivitat i generalitat, car la brevetat de la notació matemàtica permet la consideració simultània d'un gran nombre de variables —i de llurs relacions— i, per la seva natura abstracta, una generalitat d'expressió i de manipulació insuperables. La tercera raó és que, una vegada un problema és expressat matemàticament, la vasta col·lecció de mètodes i teoremes de què disposa el formalisme matemàtic hi és aplicable.

Naturalment, les paraules de Nooney només tenen sentit si el científic de la vida coneix les regles de la manipulació matemàtica, la qual cosa no és freqüent. Mentre les coses siguin tal com són i al científic de la vida li manquin coneixements sòlids de matemàtica, només és possible un treball de col·laboració, en el qual el científic de la vida pot jugar un paper molt important evitant que al matemàtic li passin desapercebuts aquells aspectes essencials del problema biològic que no poden ésser omesos del model sense que aquest perdi utilitat.

La tercera pregunta és la de fins a quin punt la lògica matemàtica pot ésser incorporada al raonament biològic. Aquesta és una pregunta que és molt més profunda i que solament alguns han intentat d'analitzar. Un d'ells, VAN DER VAART, se la formula així: «¿Quina és la utilitat de la lògica matemàtica i del mètode axiomàtic en biologia? Pot dir-se —con-

tinua VAN DER VAART— que, en general, hom persegueix dos propòsits. L'un és d'evitar i reconèixer errors involuntaris en el raonament deductiu. L'altre és de descobrir el conjunt mínim d'axiomes necessari per a obtenir un cert tipus de resultats més aviat que de derivar nous resultats». Però la qüestió és, naturalment, de saber fins a quin punt és possible el raonament deductiu en les ciències biològiques i quin és l'efecte limitant de conceptes disjuntius, com és ara els conceptes d'infinitat i continuïtat, els quals no semblen tenir una contrapartida en el terreny biològic, o els conceptes d'ontogènesi, filogènia, natalitat, mortalitat i competició, que no semblen tenir conceptes equivalents en el terreny matemàtic. La resposta a aquesta qüestió és difícil de trobar i potser haurem de deixar-la a l'epistemòleg extraordinari que, a més de la seva pròpia especialitat, tingui un coneixement profund de la matemàtica i de les ciències de la vida.

Els punts que acabo d'esbossar indiquen, si més no, que comença a haver-hi matemàtics i científics de la vida que se senten mútuament captivats per la novetat i l'encant de les disciplines respectives. Ha estat aquesta afinitat la que ha conduït alguns d'ells a reconèixer la necessitat que siguin creats programes educacionals que millorin la base matemàtica de totes aquelles disciplines que tenen per objecte l'estudi dels fenòmens de la vida.

Bé que no pretenc de donar recomanacions específiques per a la creació de programes de matemàtiques que puguin ésser establerts immediatament, sí que afirmo que aquests programes han de perseguir dos objectius generals. Un és l'estructuració d'un programa que condueixi a l'obtenció d'un grau (licenciatura o doctorat) en biomatemàtiques. Un altre és la inclusió de coneixements fonamentals de matemàtiques en el *curriculum* de les diverses disciplines que constitueixen les ciències de la vida: Medicina, Biologia, Psicologia, Sociologia, etc. Els programes que persegueixen el primer objectiu han de tenir una àmplia base en matemàtiques i en les diverses disciplines que constitueixen les ciències de la vida, i tenen per finalitat la formació d'un nou científic, el biomatemàtic, la missió del qual seria la de contribuir al desenvolupament de la biologia teòrica d'una forma molt semblant a com el físic-matemàtic contribueix al desenvolupament de la física teòrica.

Els programes que persegueixen el segon objectiu haurien d'ésser construïts sobre una àmplia base matemàtica que tingués ramificacions dins les matemàtiques especialitzades que prometen d'una forma especial de satisfer els requeriments de les diverses disciplines pertanyents a les ciències de la vida.

L'expansió actual de la investigació mèdica, biològica i sociològica implica l'estudi de fenòmens d'una gran complexitat, tant en el camp atòmic

o molecular, com en el dels sistemes. Estudis sobre la teoria de l'evolució, l'origen de la vida, la genètica, el disseny d'òrgans artificials, la incapacitat física i mental de l'home, l'organització social, els sistemes ecològics i la vida sota condicions no terrestres, són exemples de problemes que desafien l'ànnsia inquisitiva del científic actual.

És evident que la natura complexa d'aquests problemes ultrapassa la capacitat de solució de cada disciplina en particular i fa necessària la incorporació de tecnologies avançades com és ara l'enginyeria i la computació electrònica en el camp de la investigació biomèdica i de les ciències sociològiques. La tasca de l'enginyer dins la medicina preventiva i de la incapacitació física és cada dia més prominent. La importància de la computadora electrònica en les ciències físiques i no físiques és inqüestionable. En molts dels centres actuals d'investigació biomèdica, l'enginyer i la computadora electrònica formen part de l'equip de treball. Això ha creat molts problemes de comunicació entre el científic de la vida, que és qui té el problema, i el matemàtic i l'enginyer, que són els qui coneixen tècniques de possible aplicació a la solució del problema. Aquesta situació ens induïx a pensar que si volem que els programes d'ensenyament matemàtic per al científic de la vida tinguin un impacte immediat, caldrà que en una fase inicial siguin flexibles i dinàmics. Serà convenient d'estructurar-los d'acord amb característiques i potencialitats locals, de forma que pugui establir-se una connexió immediata entre la teoria matemàtica i la problemàtica a la qual ha d'aplicar-se. Un altre punt a considerar és que el programa tingui una certa seqüència. A un nivell bàsic, caldria ensenyar les matemàtiques dels problemes biològics elementals com és ara la difusió de partícules, el potencial de membrana, el transport actiu, la termodinàmica cel·lular, els processos de facilitació i inhibició neural i els d'integració del sistema nerviós central. A un nivell més elevat, caldria ensenyar les matemàtiques que tenen aplicació a l'estudi del procés d'informació sensorial de la bio-psicologia, de la genètica, de l'evolució, etc. A un nivell encara més elevat, podrien ésser ensenyades matemàtiques altament especulatives com la topologia, que, combinada amb la cibernètica, és susceptible d'ésser aplicada al disseny i la construcció d'òrgans artificials amb autocontrol i potser, fins i tot, amb control voluntari.

Voldria en aquest punt destacar que la presència de la computadora electrònica no significa simplement l'aparició d'un instrument més entre els molts que l'investigador ja posseeix. Els instruments fins ara construïts per l'home han tingut com a finalitat d'augmentar el poder resolutiu dels seus sentits, mentre que la computadora electrònica potencia una altra de les facultats humanes; el raonament, que fins a l'adveniment de la computadora ha mancat d'un instrument que faciliti la seva validació mitjançant l'aplicació iterativa de les lleis de la lògica.

Una de les grans oportunitats que la computadora electrònica brinda a l'investigador és la simulació d'experiments infactibles en el laboratori. Certes possibilitats lògiques poden ésser explorades en llur totalitat. Experiments biològics físicament impossibles, però que reposen sobre una base extensa de coneixements empírics i una teoria que els uneix, donen lloc a hipòtesis que solament poden ésser acceptades o rebutjades estudiant els resultats d'experiments de simulació.

Un dels terrenys on la matemàtica i la computació electrònica tindran un paper molt important, és el que avui englobem sota el nom de processos de decisió. Els mecanismes pels quals hom arriba a prendre una decisió són extremament entreverats, però són susceptibles d'una dissecció sistemàtica per mitjà d'investigació psicològica i d'anàlisi matemàtica. Els processos de decisió, no cal dir-ho, tenen grans implicacions científiques i sociològiques. La investigació científica de primera línia requereix uns esforços econòmics tan considerables que fins i tot els països més rics, i que per tradició fomenten la responsabilitat social de la ciència, es veuen obligats a escollir entre diverses alternatives i a assignar prioritats entre programes de recerca científica que requereixen intricats i elaborats processos de decisió.

Molts dels comentaris fets en aquesta discussió són aplicables a qui prèviament he suggerit que podríem anomenar el biomatemàtic, és a dir, el qui des d'ara podem considerar com el teòric de la biologia. Sense cap dubte, aquest nou tipus de científic necessita un coneixement de la matemàtica molt profund, possiblement més profund que el que necessita el físic. Aquest pensament me l'evoca un quadre sinòptic atribuït a WEAVER i que pot ésser descrit de la manera següent: En el món de la matemàtica els esdeveniments són determinístics o estocàstics. Els sistemes matemàtics poden constar de poques variables o de moltes. Un sistema determinístic de poques variables constitueix la simplicitat organitzada. Un sistema estocàstic de poques variables constitueix la simplicitat desorganitzada. Un sistema determinístic de moltes variables constitueix la complexitat organitzada. Finalment, els sistemes estocàstics multivariats constitueixen la complexitat desorganitzada. Les matemàtiques més ben desenvolupades són les que tracten amb poques variables. És aquí on el matemàtic i el físic han fet llurs majors contribucions. És cert, també, que en els darrers 40 o 50 anys els probabilistes han fet molt en el camp de la complexitat organitzada. On resta molt per fer és en el camp dels sistemes estocàstics multivariats, el de la complexitat desorganitzada. És aquí on crec que les matemàtiques actuals són insuficients i que el matemàtic o el biomatemàtic que s'inclini més per la matemàtica que per la biologia, pot trobar inspiració per a crear i desenvolupar unes matemàtiques amb nous horitzons i potser unes noves matemàtiques.

BIBLIOGRAFIA

1. CARDÚS, D.: *Quantitation in Biology and Medicine. Symposium: Computers in Medicine.* «J. Chron. Dis.», 19: 319-324 (1966).
2. DOREIAN, P.: *Mathematics and the Study of Social Relations.* Weindenfeld and Nicolson, Londres 1970.
3. LUCAS, H. L. (Editor): *The Cullowhee Conference on Training in Biomathematics.* Typing Service, Raleigh, North Carolina, 1962.
4. MOORE, E. F.: *Mathematics in the Biological Sciences.* «Scientific American», 211: 148-164 (1964).
5. NOONEY, G. C.: *Mathematical Models in Medicine: A. Diagnosis. Symposium: Computers in Medicine.* «J. Chron. Dis.», 19: 325-332 (1966).
6. POPPER, K. R.: *The logic of Scientific Discovery.* Basic Books, Inc., Nova York, 1959.
7. RASHEVSKY, N.: *Mathematical Biophysics. Physico-Mathematical Foundations of Biology.* Dover Publications, Inc., Nova York, 1960.
8. SCHRÖDINGER, E.: *What is Life? Mind and Matter.* Cambridge University Press, 1967.
9. TEILHARD DE CHARDIN, P.: *Le phénomène humain.* Editions du Seuil, Paris, 1955.
10. ULAM, S. M.: *Computers.* «Scientific American», 211: 203-216 (1964).
11. WATERMAN, T. H. i MOROWITZ, H. J.: *Theoretical and Mathematical Biology.* Blaisdell Publishing, C., Nova York, 1965.
12. WOODGER, J. H.: *The Axiomatic Method in Biology.* Cambridge University Press. Cambridge, Anglaterra, 1937.