Theodosius, *De diebus et noctibus*

Paul Kunitzsch and Richard Lorch

Key Words: day (*yawm*; *nahār*), ecliptic, equator, hemisphere (visible and invisible), horizon, meridian line, night, Qusṭā b. Lūqā, spherical astronomy (before Ptolemy), Sun (position of), tropics (summer and winter), Theodosius of Bithynia.

Abstract
Theodosius' *De diebus et noctibus* was one of several texts of pre-Ptolemaic spherical astronomy. Like many other scientific texts it was translated from Greek into Arabic in the ninth century. Qusṭā b. Lūqā was possibly the translator. In two "books" comprising altogether 33 propositions, it describes the lengths of days and nights according to the various positions of the Sun on the ecliptic with respect to the tropics. In this paper the full text of three propositions (I 1, II 20 and 21) alone is given; of the other propositions only the "enunciations" are here edited. The Arabic text is followed by an English translation with comments.

Introduction

The three extant works of Theodosius of Bithynia (fl. 100 BC)[1] are the *Sphaerica*, the *De habitationibus* and the *De diebus et noctibus*. Together with Euclid's *Phaenomena* and Autolycus' *De sphaera quae movetur* and *De ortibus et occasibus*, they belong to a group of texts that present Greek spherical astronomy. These and other texts are

[1] On Theodosius, see Fecht 1-11; Ziegler coll. 1930–1932.

usually considered to form a loose collection of works called the "little astronomy" (μικρὸς ἀστρονομούμενος), in contrast to Ptolemy's "Great Collection" (in Arabic later called *Almagest*)[2]. The *De diebus et noctibus* is about the lengths of days and nights when the Sun is at various parts of the ecliptic[3].

These three works by Theodosius have all been edited in Greek: the *Sphaerica* by Heiberg (1927) and recently by Claire Czinczenheim (2000) and the *De habitationibus* and *De diebus* by R. Fecht (1927)[4]. Further, all three works were translated into Arabic, perhaps in the ninth century. And of these the first two, *Sphaerica* and *De habitationibus*, were translated from Arabic into Latin by Gerard of Cremona in the twelfth century. The Arabic and Latin versions of *Sphaerica* have been edited by Kunitzsch – Lorch 2010, and the *De habitationibus* by Kunitzsch – Lorch 2011. As for *De diebus*, which was not translated into Latin in the Middle Ages[5], it was planned to edit its Arabic version. Due to circumstances and lack of time, we had to shorten the project. So we here edit only three of the thirty-three propositions of the text completely, i.e. with the mathematical proofs, whereas of the other propositions only the enunciations are here presented, so that the reader can see which problem is treated in each proposition. In this way he can gain an impression of the contents of the whole book.

Fecht edited the Greek text from only four manuscripts, the oldest of which MS Vat. gr. 204 of the 10th century. In her edition of *Sphaerica* Czinczenheim collated and fully described 23 Greek manuscripts, of which 15 also contain *De habitationibus* and *De diebus*, among them the four manuscripts used by Fecht. Several more manuscripts of these two texts are listed in the data-base *Pinakes: Textes et*

[2]Cf. Ziegler col. 1932; Bulmer-Thomas 320a; Kunitzsch – Lorch 2011, 7.

[3]For the contents of the work, see Heath 1921, II 246.

[4]For some information on Fecht, see Kunitzsch – Lorch 2011, 8f.

[5]An outline of *De diebus* was included by Dasypodius (Konrad Rauchfuß, 1530/32 – 1600/01) in his Latin work *Sphaericae doctrinae propositiones*, Strasburg 1572 (cf. Sarton I 211; for Dasypodius, see Verdonk). In 1591 G. Auria (d. 1615) published in Rome an annotated Latin translation "(libri duo) nunc primum de Graeca in Latinam conversi" (this quotation is copied from the titlepage of the book, reproduced on the internet). On the defects of Auria's translation, see Fecht 12.

manuscrits grecs, issued by the Institut de recherche et d'histoire des textes, Paris[6].

The Arabic version of *De diebus* differs from the version of *De habitationibus* in so far as, while the Arabic text of *De habitationibus* follows the wording of the Greek text very closely, also in the use of the diagrams and the diagram letters, in *De diebus* only the text of the enunciations follows the Greek closely, but the text of the mathematical proofs, the forms of the diagrams and the use of the diagram letters are mostly quite different from the Greek text (with very few exceptions, which will be mentioned in the footnotes to the English translation). In order to be quite sure of the authenticity of Fecht's Greek edition, we ordered and inspected a copy of MS Vat. gr. 204 on CD from the Vatican Library and compared it with Fecht's edition of 1927. We found that Fecht rendered everything – text, diagrams and diagram letters[7] – exactly as it appears in MS 204[8]. Therefore it seems that the difference between the text of the mathematical proofs in the Arabic version and Fecht's text either is derived from some variant of the Greek text or is due to some Arabic revision of a translation closer to Fecht's Greek text. We may note that some diagrams – e.g. that of the very first proposition – show a difference in Greek and Arabic that cannot have come about by simply copying without reference to the text. Another difference between the Greek and Arabic versions of *De diebus* is manifest in the numbering of the propositions in the two texts:

		Arabic	Greek
Book I	Def.	(3)	(5 – two are absent in Arabic)
	Prop.	1	1
		2	2 (+ Porisma, Fecht 68,8–18)

[6]Cf. Kunitzsch – Lorch 2011, 9 n. 11. We are grateful to Menso Folkerts for searching this data-base.

[7]Also Fecht's doubtful letters ,A and ,B (cf. Kunitzsch – Lorch 2011, 12f.) truly render what is in MS 204.

[8]Our doubts about the authenticity of Fecht's edition expressed in Kunitzsch – Lorch 2011, 9 and 12f. are now disposed of. Neugebauer's strictures (p. 752) on Fecht's treatment of the diagram of II 13 were based on the comparison of Fecht's edition with MS Vat. gr. 191 (13c.), which we do not have at hand.

		3	3 (+ Lemma 4, 72,25–74,5)
		4	4 (+ Porisma 80,19–82,8)
		5	5
		6	7
		7	6
		8	8
		9	10
		10	9
		11	11
		12	12
Book II	Prop.	1	1
		2	2
		3	3
		4	4 (*Assumpta* 1–4, 108,32–114,4, not in Arabic)
		5	5
		6	6
		7	7
		8	8

Arabic Prop. 9 begins with "quasi lemma" (120,3–15) and enunciation of 9 (120,17–18). The text of Prop. 9 itself is a mixture of 120,19ff. and the lemma 122,19 – 124,7.
There is no clear correspondence between Arabic Props. 10, 12 and 13 and the Greek.

	11	11 (cf. notes 25 and 26 to the English translation)
	14	13
	15	14
	16	(cf. note 29 to the English translation)
	17	15
	18	16
	19	17
	20	18
	21	19

The text of the Arabic translation edited below appears in two manuscripts[9]:

A: Istanbul, Seray, Ahmet III 3464, ff. 124v–151v. The text is here written in three different hands: 124v–133v in the hand that has written most of the texts in the codex (ca. 1228 AD); a second hand on 134r–149v; the third hand on 150r–151v. The third hand gives a date in the colophon: *salkh shahr al-ḥarām Rajab sanat thalāthīn wa-sittimi᾽a hijrīya* (about 12 May 1233)[10].

K: Private library (formerly in the possession of H. P. Kraus), ff. 135v–157r[11]. According to a notice on the fly-leaf, the manuscript is in the hand of the famous North-African astronomer Abū ʿAlī al-Marrākushī, who was active in Egypt in the late 13th century. Characteristics of the writing suggest that the annotator is right[12].

As it appears, the translator of *De diebus* into Arabic was Qusṭā ibn Lūqā (d. ca. 300H/912-13 AD). His name is mentioned as translator in **A** at the beginning of the text (124v) and in **K** at the beginning and end of Book I (135v and 145r) and at the beginning of Book II (145v). Neither the bio-bibliographers[13] nor al-Ṭūsī in his *taḥrīr* of *De diebus* mention the name of a translator[14].

The Arabic text below is followed by an English translation with comments in the footnotes. For the diagram letters we there use the letters introduced by Gerard of Cremona in his Latin translations of *Sphaerica* and *De habitationibus*[15]. As said above, we only edit

[9] A third manuscript of interest here (Lahore, private library of M. Nabī Khān) contains on pp. 185–294 the Arabic versions of *Sphaerica* and *De habitationibus* (cf. Kunitzsch – Lorch 2010, 3f.; Kunitzsch – Lorch 2011, 10). The late Dr. Anton Heinen very kindly gave us paper copies of these pages for our edition of the two texts. It might be that the codex, on analogy with other *majmūʿa*s of the kind, also contains the text of *De diebus*. Unfortunately, we no longer have access to this library and therefore cannot ascertain that.

[10] For a detailed list of the 17 items contained in the manuscript, cf. Lorch 2001, 22–23

[11] For a detailed list of contents of the manuscript, see Lorch 2001, 28.

[12] Cf. Kunitzsch – Lorch 2011, 10f.

[13] Ibn al-Nadīm 269,5–7; Ibn al-Qifṭī 108,1–5 and 11–14.

[14] Al-Ṭūsī 1358, last text in the volume, p. 2; al-Ṭūsī 1383, p. 147.

[15] Cf. Kunitzsch – Lorch 2010, 8; Kunitzsch – Lorch 2011, 13.

the full text of I 1 and II 20–21. Therefore in the following table we show only the letters occurring in these three propositions. In some propositions, e.g. Fecht's II 10, 11, 13 and 14, there occur letters or symbols beyond Ω (cf. the tables of identities cited in footnote 15), which, however, do not appear in the three propositions edited here in full. Because, as said above, in the Arabic version of *De diebus* the forms of the diagrams and the use of their letters are mostly different from those in the Greek, we do not give in the following table Greek-Arabic equivalents of the diagram letters. Here follows the table:

Arabic	English
ا	A
ب	B
ج	G
د	D
ه	E
ز	Z
ح	H
ط	T
ك	K
ل	L
م	M
ن	N
س	S
ع	Q
ف	F

بسم الله الرحمن الرحيم المستعان هو الله

كتاب ثاودوسيوس فى النهار والليل نقل قسطا بن لوقا البعلبكى وهو قولان

المقالة الأولى منه

الشمس تتحرك حركة معتدلة ضد حركة الكل فى دائرة وسط البروج وهذه الدائرة تسمى الدائرة الشمسية ،

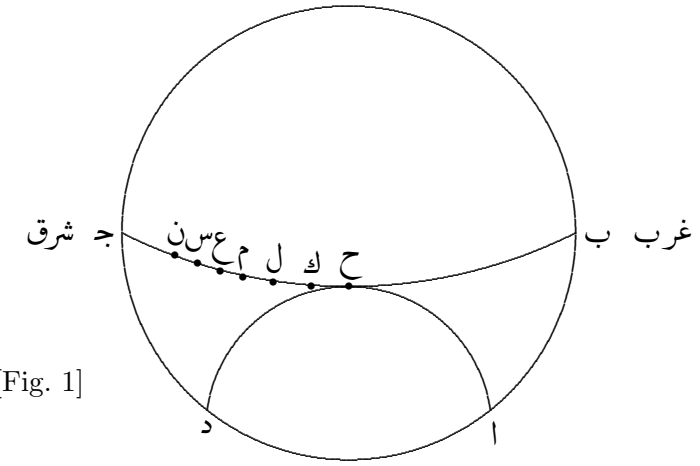
زمان النهار هو الزمان الذى من طلوع الشمس إلى غروبها ، زمان الليل هو الزمان الذى من غروب الشمس إلى طلوعها ،

زمان دوران الكل هو الزمان الذى يصير فيه كل واحد من الكواكب الثابتة من طلوع إلى طلوع أو من غروب إلى غروب أو من موضع ما أى موضع كان إلى ذلك الموضع .

أ إذا كانت الشمس تسير من المنقلب الصيفى وكان القطب الشمالى فوق الأفق فإن اليوم المتقدم أطول من اليوم المتأخر والليلة المتأخرة أطول من الليلة المتقدمة وإذا كانت الشمس تسير من المنقلب الشتوى كان ضد هذا ،

المقالة الأولى من كتاب [كتاب ... منه *2–4* **K** وصلى الله على محمد وآله [المستعان هو الله *1* وهى [وهذه *6* **K** ثاودوسيوس فى الليل والنهار ترجمة أبى سعيد قسطا بن لوقى البعلبكى **K** *7* الزمان] *om.* **K** *7–8* الذى ... طلوع] *marg.* **A** *8* الزمان] *om.* **K** *8* من] *om.* **A** الأرض **K** *2* الأفق] **[Prop. 1]** *10* الثابتة] *om.* **K** *9* فيه] *supra* **A** *9* يسير] يصير **K** *3* المتاحرة] المتقدمة **K** *3* الشمس] *om.* **K**

مثال ذلك أن نفرض دائرة ا ب جد أفقاً ما فى العالم والمنقلب الصيفى دائرة
اَد ودائرة البروج ب ح جـ ولتكن الشمس سائرة من المنقلب الصيفى



[Fig. 1]

ولتطلع فى يوم ما على نقطة كَ وتسير فى ذلك اليوم قوس كَل وتغرب
على نقطة لَ فزمان النهار هو الزمان الذى سارت فيه الشمس قوس كَل
وأيضاً فلتطلع الشمس بعد هذا اليوم على نقطة مَ ، فأقول إن النهار
الذى تسير فيه الشمس قوس كَل أطول من النهار الذى طلعت فيه
الشمس على نقطة مَ ،

برهان ذلك أن نفرض قوس مَن مساوية لقوس كَل فمن أجل أن الشمس
تسير قوس كَل وقوس مَن فى أزمان متساوية وذلك لأنها فُرضت تتحرك
حركة معتدلة وإذا كانت الشمس تسير قوس كَل فقوس كَل تقطع نصف
الكرة الظاهر فإذن فى الزمان الذى فيه تسير الشمس قوس مَن تقطع فيه
قوس كَل نصف الكرة الظاهر فإذن فى أزمان متساوية تسير الشمس قوس
مَن وتقطع قوس كَل نصف الكرة الظاهر وقوس كَل تقطع نصف الكرة

---

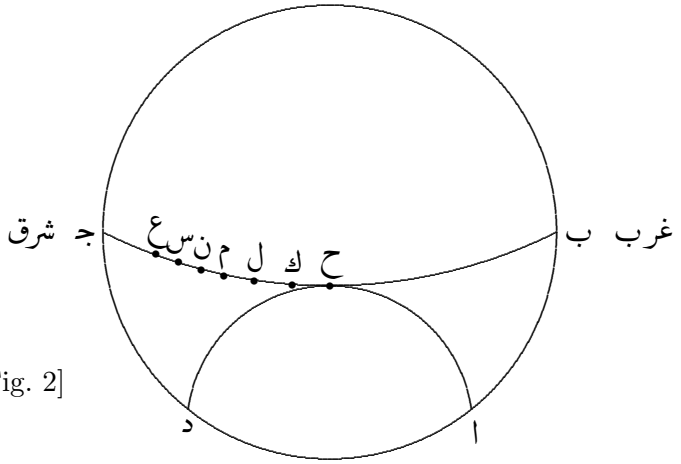
5 أن] انا *hic et saepius* **K** 7 وتسير] فى يوم ما *om.* **K** 7 ولتسير] **A** 8 هو]
11 الشمس] *om.* **K** 13 لأنها] انها **K** 14–16 وإذا ... الظاهر] **A** وهو
K والشمس تسير قوس كَل فى الزمان الذى يقطع [*sic*] فيه قوس كَل نصف الكرة الظاهر
15–18 تقطع ... قوس مَن] *marg.* **A**

الظاهر فى زمان أكثر من الزمان الذى تقطعه فيه قوس مَن وذلك أن قوس كَل أقرب إلى مماسة المنقلب الصيفى فإذن الشمس تسير قوس مَن فى زمان أكثر من الزمان الذى تقطع فيه قوس مَن نصف الكرة الظاهر فإذن فى الزمان الذى تقطع فيه قوس مَن نصف الكرة الظاهر تسير فيه الشمس قوساً أصغر من قوس مَن فلنفرضها قد سارت قوس مَس فنقطة نَ إذا كانت فى المغرب تكون الشمس قد غربت إذ هى على نقطة سَ ونقطة سَ تغرب قبل نقطة نَ لأنها تطلع قبلها فلأن تُرى الشمس غاربة تحتاج أن تسير قوساً أصغر من قوس مَس فلنفرضها قد سارت قوس مَع فزمان النهار هو الزمان الذى تسير فيه الشمس قوس مَع ومن أجل أن قوس كَل أعظم من قوس مَع فإن النهار الذى تسير فيه الشمس قوس كَل أعظم من النهار الذى تسير فيه الشمس قوس مَع ،

وأقول إن الليلة المتقدمة أصغر من الليلة المتأخرة ، مثال ذلك أن نرسم صورة ثانية يكون فيها كل ما ذكرناه ونفرض الشمس غاربة فى يوم ما على نقطة كَ وبعد غروبها على نقطة كَ نفرضها طالعة على نقطة لَ فزمان الليل هو الزمان الذى تسير فيه الشمس قوس كَل وأيضاً فلنفرض الشمس غاربة فى يوم آخر على نقطة مَ ولتكن قوس مَن مساوية لقوس كَل ، فأقول إن الليلة التى تغرب فيها الشمس على نقطة كَ أقصر من الليلة التى تغرب فيها الشمس على نقطة مَ ، برهان ذلك من أجل أن قوس كَل مساوية لقوس مَن فإن الشمس تسير قوس كَل وقوس مَن فى أزمان متساوية ولكن الزمان الذى تسير فيه الشمس قوس كَل فيه تقطع قوس كَل نصف الكرة الخفى فإذن الزمان الذى فيه تسير الشمس قوس

[قد سارت 25 **A** غائبة [غاربة 24 **A** نقطع [تقطعه 18 **A** ازمان [زمان 18
صارت **A** 25 مَع *supra* , مس [مَع 25 **A** هو ... فإن النهار 26–27 **K** *om.* [المتقدمة 29
K قد طلعت [طالعة 31 **K** ذكرنا [ذكرناه 30 **K** نفرض [نرسم 29 **K** ما [2] *om.* **K**
K فلنفرضها [آخر 33 **K** *om.* [على نقطة 34 *marg.* **A** [فيه تسير 38 *tr.* [فلنفرض الشمس 32–33
K

مَن تقطع فيه قوس كَل نصف الكرة الخفى فإذن فى أزمان متساوية تسير
الشمس قوس مَن وتقطع قوس كَل نصف الكرة الخفى وقوس كَل تقطع



[Fig. 2]

نصف الكرة الخفى فى زمان أقل من الزمان الذى تقطعه فيه قوس مَن
فإذن الشمس تسير قوس مَن فى زمان أقل من الزمان الذى تقطع فيه
قوس مَن نصف الكرة الخفى فالزمان الذى تقطع فيه قوس مَن نصف
الكرة الخفى تسير فيه الشمس قوساً أعظم من قوس مَن فلنفرضها قد
سارت قوس مَس فإذا كانت نقطة نَ فى المشرق فإن الشمس إذ هى على
نقطة سَ لم تطلع لأن نقطة نَ تطلع قبل نقطة سَ فلأن تُرى الشمس
طالعة تحتاج أن تسير قوساً أعظم من قوس مَس فلنفرضها قد سارت
قوس مَع فزمان الليل هو الزمان الذى تسير فيه الشمس قوس مَع ومن
أجل أن قوس كَل أصغر من قوس مَع فإن الليلة التى تسير فيها الشمس
قوس كَل أصغر من الليلة التى تسير فيها الشمس قوس مَع فإذا كانت
الشمس تسير من المنقلب الصيفى فإن النهار المتقدم أطول من النهار المتأخر

41 الخفى] الى *add. supra* **A** *41* فيه] *om.* **K** *50* فإذا] *in corr.* **A**, اذا **K** فاذاً

والليل المتقدم أقصر من الليل المتأخر ،

وبمثل ذلك نبين أن الشمس إذا كانت تسير من المنقلب الشتوى عَرَضَ ضد هذا، وذلك ما أردنا أن نبين .

ب إذا طلعت الشمس وغربت فى يوم ما وبعدها من نقطة مماسة أحد المنقلبين أى منقلب كان بعد متساوٍ فإن مصيرها إلى نقطة المنقلب يكون فى وسط ذلك اليوم على خط نصف النهار وإن كان ذلك هو المنقلب الصيفى فاليوم الذى تصير فيه الشمس إليه يكون أطول أيام السنة والأيام والليالى التى تسير فيها الشمس من المنقلب الشتوى إلى المنقلب الصيفى ومن المنقلب الصيفى إلى المنقلب الشتوى ما كان منها بُعده من اليوم الذى صارت فيه الشمس إلى نقطة المنقلب بعداً متساوياً فهى متساوية .

جـ إذا طلعت الشمس فى يوم ما على نقطة ما من إحدى الدوائر المتوازية قبل مصيرها إلى نقطة المنقلب الصيفى وغربت فى يوم ما آخر على نقطة من تلك الدائرة بعد مفارقتها نقطة المنقلب الصيفى فإن ذينك اليومين يكونان متساويين والأيام والليالى التى تقدمت أحد هذين اليومين والشمس سائرة من المنقلب الشتوى إلى المنقلب الصيفى والأيام والليالى التى تأتى بعد اليوم الآخر والشمس سائرة من المتنقلب الصيفى إلى المنقلب الشتوى ما كان منها بعده من كل واحد من ذينك اليومين متساوياً تكون متساوية .

د إذا طلعت الشمس وغربت فى يوم ما ولم يكن بعدها من إحدى نقطتى المنقلبين بعداً متساوياً فإنها لا يكون مصيرها إلى نقطة المنقلب فى

[بعد متساوٍ *2*] *om.* **K** **[Prop. 2]** [أن نبين *54*] بيانه *hic et semper* **K** [والليل ... المتأخر *52*] *om.* **K** [الدائرة *3*] **[Prop. 3]** [فيه *7*] *om.* **K** [الشمس *4*] *om.* **A** [هو *3*] بعداً متساوياً **AK** يكونان متساويين [تكون متساوية *8*] **K** متساويين [متساوياً *7*] **K** مساويين [متساويين *4*] **K** الدوائر **A** مساويا [متساوياً *2*] **K** المنقلب [المنقلبين *2*] **[Prop. 4]** **K**

add. marg. **A**, *sic in textu* **K** فى نسخة ـ والليل المتأخر أطول من الليل المتقدم [المتأخر *52*

وسط ذلك اليوم واليوم الذى تصير فيه الشمس إلى نقطة المنقلب إن هى صارت فيه إلى المنقلب الصيفى كان ذلك اليوم أطول من جميع أيام السنة التى أولها مصير الشمس إلى المنقلب الشتوى والأيام التى تكون عند مسير الشمس إلى نصف الدائرة التى هى أقرب إلى نقطة المنقلب الصيفى تكون أطول من الأيام التى تكون عند مسير الشمس نصف الدائرة الأخرى وتكون الليالى أصغر على ضد ما قلنا وإن هى صارت إلى نقطة المنقلب الشتوى عَرَضَ ضد هذا .

ه̄ إذا كانت الشمس تسير من المنقلب الصيفى وطلعت على دائرة معدل النهار فإن الليلة التى تكون قبل هذا الطلوع تكون مساوية لليوم الذى طلعت فيه على معدل النهار .

و̄ إذا غربت الشمس وطلعت على نقطتين أحداهما نظيرة الأخرى أو كان بين طلوعها وغروبها نصف سنة فإن الليلة تكون مساوية لليوم .

ز̄ الأيام والليالى التى بُعدها عن معدل النهار متساوٍ هى متساوية والأيام والليالى يقال إن بعدها عن معدل النهار متساوٍ إذا كان بعد المطلع مساوياً لبعد المطلع وبعد المغرب مساوياً لبعد المغرب .

ح̄ إذا كانت الشمس تسير نصف الدائرة التى تحيط بها دائرة معدل النهار مع نقطة المنقلب الصيفى فإن أقصر الأيام يكون أعظم من أطول الليالى .

ط̄ إذا كانت الشمس راجعة من المنقلب الصيفى ووُجد لها مغربان أحدهما فوق والآخر أسفل فإن طلوعها الذى يكون بعد غروبها الفوقانى

---

3 ذلك اليوم] *om.* **A** *3* الشمس] *om.* **A** *4* المنقلب] *om.* **A** *5* تكون] *om.* **K** *6* إلى [1]] *om.* **A** ذا] هذا *2* **K** [**Prop. 5**] عند] على *8* **K** [1] تكون *2*] *om.* **K** [2] تكون *7* **A** [غربت ... وطلعت *1* [**Prop. 6**] كان فيه] طلعت ... النهار *3* **K** [2] تكون *2*] *om.* **K** **K** مساوٍ [1] مساوياً *3* **A** من] عن *1* [**Prop. 7**] للاخرى] الأخرى *1* **K** طلعت ... وغربت **K** اطول] أعظم *2* **K** نقطة] *om.* **K** دائرة] *om.* **K** [**Prop. 8**] مساوٍ] [2] مساوياً *3* **A** واخذ] ووُجد *1* [**Prop. 9**] **K** أعظم] أطول *2*

يكون فوق طلوعها الذى بعد غروبها السفلانى، وطلوعها الذى قبل غروبها الفوقانى يكون فوق طلوعها الذى قبل غروبها السفلانى .

ى إذا كانت الشمس تسير من المنقلب الشتوى وفُرض لها طلوعان أحدهما فوق والآخر أسفل فإن الغروب الذى يكون بعد الطلوع الفوقانى يكون فوق الغروب الذى بعد الطلوع السفلانى، والغروب الذى قبل الطلوع الفوقانى فوق الغروب الذى قبل الطلوع السفلانى .

يا إذا كانت الشمس تسير من المنقلب الصيفى إن لم يكن لها على فلك معدل النهار لا طلوع ولا غروب لا يكون استواء الليل والنهار .

يب إذا كانت الشمس سائرة من المنقلب الشتوى إن لم يكن لها غروب ولا طلوع على خط معدل النهار لم يكن اعتدال أعنى استواء الليل والنهار .

المقالة الثانية

ا إذا كانت الشمس تسير ربع فلك البروج الذى يلى أول السرطان فإن اليوم والليلة جميعاً يكونان مخالفين لليوم والليلة جميعاً ويكون اليوم والليلة المتقدمان أعظم من اليوم والليلة المتأخرين جميعاً .

ب إذا كانت الشمس تسير ربع الفلك الذى يلى الميزان فإن اليوم والليلة جميعاً يكونان مخالفين لليوم والليلة جميعاً ويكون اليوم والليلة المتقدمان أصغر من اليوم والليلة المتأخرين .

3–4 السفلانى ... وطلوعها] *om.* **K** **A** طلوعها [غروبها *4* [**Prop. 10**] **A** لها [*om.* **A**
1
3–4 السفلانى ... والغروب] *om.* **K** [**Prop. 11**] **A** الغروب [الطلوع *3* **A** يكون [*om.* **A**
2
A بعد [يلى *1* [**Prop. 2**] **K** من [يلى *1* [**Prop. II, 1**] **A** من [على *1*
2 والليلة ... [1] جميعاً [2]] *om.* **A**

جـ إذا كانت الشمس تسير ربع الفلك الذى يلى أول الجدى فإن اليوم والليلة جميعاً يكونان مخالفين لليوم والليلة جميعاً ويكون اليوم والليلة جميعاً المتقدمان أعظم من اليوم والليلة جميعاً المتأخرين .

د إذا كانت الشمس تسير ربع الفلك الذى يلى أول الحمل فإن اليوم والليلة جميعاً يكونان مخالفين لليوم والليلة جميعاً ويكون اليوم والليلة المتقدمان أصغر من اليوم والليلة المتأخرين .

ه اليوم والليلة جميعاً اللذان يكونان بعد المنقلب الصيفى أعظم من اليوم والليلة اللذين يكونان بعد المنقلب الشتوى وكذلك اليوم والليلة جميعاً أعظم من اليوم والليلة جميعاً اللذين هما نظائرهما .

و اليوم والليلة جميعاً اللذان بعد المنقلب الصيفى مساويان لليوم والليلة جميعاً اللذين بعد المنقلب الشتوى وكذلك اليوم والليلة جميعاً مساويان لليوم والليلة جميعاً اللذين هما نظائرهما .

ز الأيام والليالى التى بُعدها عن معدل النهار فى الجهتين بعد متساوٍ هى مساوية للأيام والليالى التى بعدها عن معدل النهار متساوٍ إذا كانت الشمس تسير نصف الفلك الذى يلى أول السرطان أو الذى يلى أول الجدى .

ح الأيام والليالى جميعاً التى بُعدها من واحدة من نقطتى المنقلبين أى نقطة كانت بعد متساوٍ هى مساوية للأيام والليالى التى بعدها ذلك البعد .

[**Prop. 3**] *3* جميعاً [2]] *om.* **K** [**Prop. 5**] *2* ويكون] الشتوى *add. et del.* **K** *3* اللذين] للدن **A**, اللدان **K** *3* نظائرهما] نطاير لهما **A** [**Prop. 6**] *1* واليوم] اليوم **A** *2* جميعاً [1]] *om.* **A** *3* والدى] أو الذى **K** بعدا] بعد *1* **A** حميعا] الجهتين *add.* **A** [**Prop. 7**] *1* اللذان] اللذين *3* **A** [**Prop. 8**] *2* للأيام والليالى] *tr.* **A**

ط إذا عملت الشمس انقلاباً ما أى انقلاب كان فى نصف الليل أو فى نصف النهار فإن اليوم والليلة جميعاً اللذين فى نصف الفلك إذاً كان بعدهما من نقطة مماسة المنقلب التى عملت الشمس الانقلاب عليها فى نصف النهار أو فى نصف الليل بعداً متساوياً ، فظاهر أن الأيام والليالى جميعاً التى بعدها من المماسة التى عملت عليها الشمس الانقلاب فى نصف النهار أو فى نصف الليل < مساوٍ > تكون مساوية لليالى والأيام التى بعدها عنها مثل بعدها كما أن بعدهما فى السر [؟] وفى كثرة الأيام والليالى ، أما فى المماسة الأخرى فليس بمضطر أن تكون مساوية فى كثرة الأيام والليالى لكن يكون بعدها متساوياً فى أبعاد الخطوط المستقيمة فقط ، إن عملت الشمس الانقلاب أى انقلاب كان فى نصف النهار فإنها تصير إلى خط نصف النهار فى نصف النهار سواءً ، وذلك أنه قد تبين فى المقالة الأولى أنه إذا عملت الشمس الانقلاب يكون بُعد الشروق والغروب من نقطة مماسة الانقلاب بعداً متساوياً أعنى أن الشروق والغروب يكون على دائرة واحدة من الدوائر المتوازية فإنه إذا طلعت الشمس وغربت على دائرة واحدة من الدوائر المتوازية فإنها تعمل الانقلاب على خط نصف النهار فى نصف النهار أى انقلاب كان فتبين من ذلك أنه إذا عملت الشمس الانقلاب فى نصف النهار أى انقلاب كان يكون فى نصف النهار سواءً على خط نصف النهار وكذلك تبين أيضاً أنها إذا عملت الانقلاب أى انقلاب كان فى نصف الليل كانت فى نصف الليل على فلك نصف النهار فإنه قد تبين فى نصف الكرة التى تحت الأرض كالذى يتبين فى نصف الكرة الذى فوق الأرض ولا تكون الشمس فى حركة أخرى بتة فى نصف النهار سواءً ولا فى نصف الليل سواءً على خط نصف النهار لكنها إذا كانت سائرة من المنقلب الصيفى تكون فى نصف

[**Prop. 9**] إذا *1* ان] **A** انقلاباً *1* انقلا] **A** التى *3* الذى] **AK** بعداً متساوياً *4* بعد متساوٍ
واما] أما *8* *om.* **K** التى ... والليالى *7–8* الذى] **K** [1]التى *5* ظاهر] **A** فظاهر *4* **AK**
K الانقلاب] انقلاب *10* الى] **K** أى *10* *om.* **A** المستقيمة *10* مساو] **A** متساوياً *9* **A**
على] أعنى *13* بعد متساوٍ] **AK** بعداً متساوياً *13* *om.* **A** والغروب *13* خط] *om.* **A** *11*
K فلبين ,**A** فلبين] فتبين *16* الانقلاب] **K** انقلاب *16* *om.* **A** فإنه ... المتوازية *14–15* **A**
A كلها] لكنها *23* **K** يتبين] تبين *20* **A** ان] إذا *19* **K** يتبين] تبين *18* **K** عملنا] عملت *17*

النهار وفى نصف الليل بين المشرق وخط نصف النهار من نصف فلك مدارها وإذا كانت الشمس سائرة من المنقلب الشتوى كانت فى وقت نصف النهار ونصف الليل سواءً بين المغرب وخط نصف النهار من نصف فلك مدارها إذا كان قطب الأفق بين فلكى المنقلبين وبين الأفلاك التى يماسها الأفق .

ى أقول إن الشمس تعمل أنصاف الليل فى الموضع المتوسط بين نصف الفلك الشرقى وبين خط نصف النهار .

يا وأقول إن الشمس إذا كانت سائرة من المنقلب الشتوى تعمل أنصاف النهار وأنصاف الليل فى المكان الذى بين نصف الفلك الغربى وفلك نصف النهار .

يب وأقول إن الشمس تصير فى نصف الليل فى المكان الذى بين نصف الدائرة الغربى وبين فلك نصف النهار .

يج إذا عملت الشمس الانقلاب أى انقلاب كان فى نصف النهار أو فى نصف الليل فإنما تعمله على خط نصف النهار فذلك قد تبين وتبين أيضاً أن الشمس لا تصير فى يوم آخر ولا فى ليلة أخرى فى نصف النهار ولا فى نصف الليل على خط نصف النهار ونريد أن نبين أن الأيام والليالى التى تعمل فيها الشمس الانقلاب لا فى نصف النهار ولا فى نصف الليل لا تصير فيها على خط نصف النهار لا فى نصف النهار ولا فى نصف الليل فلنفرض أن الشمس عملت الانقلاب الصيفى فى وقت طلوعها فأقول إن الشمس تكون فى نصف النهار فى المكان الذى بين نصف الفلك الشرقى وبين فلك نصف النهار .

[الأفلاك *27* **K** *add. et del.* فلك مدارها [قطب *27* **K** *supra* فلك *27* [كانت[2] *25* **K** *om.* [المواضع المتوسطة [الموضع المتوسط *1* **K** واقول انها [أقول إن الشمس *1* [**Prop. 10**] **K** الافلا [إذا *1* [**Prop. 13**] **K** *om.* [نصف[1] *2* [**Prop. 11**] **A** الذى يلى المشرق [الشرق *2* **K** وبين [وتبين *2* **K** *om.* **A** [أو ... نصف النهار *2–1* **A** علمت [عملت *1* **A** اما ان يكون اذا [الليل *5* **A** النهار [الليل *5* **A** *om.* [الصيفى *7*

يد فلتصر الشمس إلى الانقلاب قبل نصف النهار فأقول فى نصف النهار تكون الشمس فيما بين نصف الفلك الشرقى وبين خط نصف النهار .

يه وأيضاً فلتعمل الشمس الانقلاب بعد نصف النهار فأقول إن الشمس تكون فى نصف النهار فى المكان الذى بين نصف الدائرة الغربى ودائرة نصف النهار .

يو وبمثل ذلك نبين أن الشمس إن صارت إلى نقطة الانقلاب قبل نصف النهار فإنها فى نصف النهار تكون فى المكان الذى بين خط نصف النهار وبين نصف الفلك الشرقى فإن صارت إلى نقطة الانقلاب بعد نصف الليل فإنها تكون فى نصف الليل على الموضع الذى بين نصف الأفق الغربى وخط نصف النهار وفى الانقلابات الشتوية إذا عملت الشمس الانقلاب على مثل ما وصفنا يعرض ضد ذلك والبرهان على ذلك كله مثل البرهان عليه .

يز إذا كانت السنة من أدوار تامة للشمس فإن الأيام والليالى التى تكون فى كل عام تكون مساوية للأيام والليالى التى تكون فى كل عام فى الأعظام والكثرة ويكون الطلوع والغروب من الأفق ومن دائرة الشمس على نقط واحدة أنفسها ويكون مصير الشمس إلى نقط الانقلابات وإلى خط معدل النهار فى ساعات واحدة لا تختلف .

يح فإن لم تكن السنة من أدوار تامة للشمس لكن يتبع الأدوار التامة جزء من دور فإن الأيام والليالى التى فى السنة الأولى غير مساوية للأيام والليالى التى فى السنة الثانية ولا يكون الطلوع والغروب من الأفق

[**Prop. 14**] *1* فلتصر] فلتصير **K** [**Prop. 15**] *1* وأيضاً] *om.* **A** [**Prop. 16**] *2* النهار] ^{2} النهار **A** الليل] ^{2} الليل **K** *3* بعد] *repet.* **A** *4* الموضع] المكان **A** *4–5* نصف الأفق الغربى] الأفق **K** *3* الفلك] الافق **A** *4* الانقلابات] الانقلاب **K** [**Prop. 17**] *1* إذا] ان **A** *4* نقط] ^{1} نقط ط̄ **A** *4* ويكون] فيكون **K** *4* نقط] ^{2} نقطة **AK** [**Prop. 18**] *3* ولا] فلا **K**

والدائرة الشمسية على نقطة واحدة فلا تصير الشمس فى الساعة الواحدة إلى المنقلبين ولا إلى معدل النهار .

يط إن فرضنا أزمان دورات الشمس متساوية كما قد يظهر للحس وفرضنا السنة من أدوار تامة تدورها الشمس كان كل ما ذكرناه على حال واحدة لا اختلاف فيه فى كل سنة عما قلنا فيما تقدم فإن لم تكن السنة من أدوار تامة للشمس بل تبع الأدوار التامة جزء من دورة فإنه إن كان الجزء الباقى مقدَّراً للدورة الواحدة فإنه لا يعرض ما حددناه فى السنين التى تلى السنة الأولى لكن يكون بعد سنين ما فأما بعد كم سنة يكون ذلك فإنه يتبين بهذا العمل ، نأخذ عددين يكون كل واحد منهما أولاً عند الآخر فى النسبة التى للدورة إلى الجزء من الدورة الفاضل على الدورات التامة وننظر كمية العدد الأكثر فمثله من السنين يرجع كل ما وصفنا إلى الحالة الأولى فإن كان الجزء الباقى بعد الأدوار التامة غير مقدّر للدور التام لا يعود الأمر إلى حال واحدة أبداً فعلى رأى قالبس إذ يرى أن السنة ثلثمائة وخمسة وستون يوماً وربع يوم يكون العود فى كل أربع سنين .

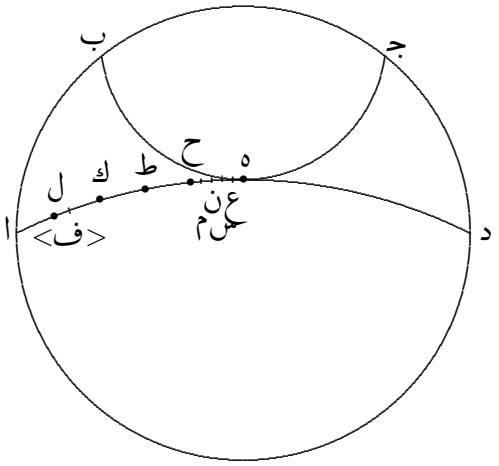
ك فأما على رأى ماطن وأوقطيمن والذين يرون أن السنة ثلثمائة وخمسة وستون يوماً وخمسة أجزاء من تسعة عشر من يوم فإنه تعود الدورات إلى حالها فى تسع عشرة سنة .

مثال ذلك أن نعيد الصورة الأولى ونفرض الشمس طالعة على نقطة ه ولتدر ثلثمائة وخمساً وستين دورة وتنتهى إلى ح وتسير قوس هح الباقية

كما [كل ما *2* **K** دوران [دورات *1* **A** زمان [أزمان *1* **A** لا [**Prop. 19**] ولا *5* **A** ولا [فلا *4* **A**, مفادرا [مقدَّراً *5* **K** دور [دورة *4* **A** يتبع [تبع *4* **K** لكن [بل *4* **A** التامة [*repet.* **A** *4* [على *8* **K** فيتبين [فإنه يتبين *7* *add.* **A** دلك [ما *6* *add.* **A** ان يكون [يعرض *5* **K** مقداراً **K** مقدار **A**, مفادر [مقدّر *10* *om.* **K** الجزء [*10* **A** بعملها [فمثله *9* **K** الأخير [الأكثر *9* **K** من [وأوقطيمن *1* **K** [**Prop. 20**] *om.* **K** كل [*12* **K** وستين [وستون *12* **K** فاربلس [قالبس *11* **K** واوقطس انا [أن *4* *hic et saepius* **K** الدس [والذين *1* **A** تسعة عشر [تسع عشرة *3* *hic et saepius* **K** ولور [ولتدر *5* **A** *saepius* **K**

فى خمسة أجزاء من تسعة عشر من يوم ، فأقول إن فى تسع عشرة سنة ترجع الدورات كلها إلى أحوالها .

برهان ذلك أنا نفرض كل واحدة من قسى حط طك كل مساوية لقوس حه ولنقسم قوس هح بالخمسة الأجزاء من التسعة عشر على نقط م ن س ع ولنفرض قوساً كقوس فل تكون جزءاً من تسعة عشر من دورة فظاهر



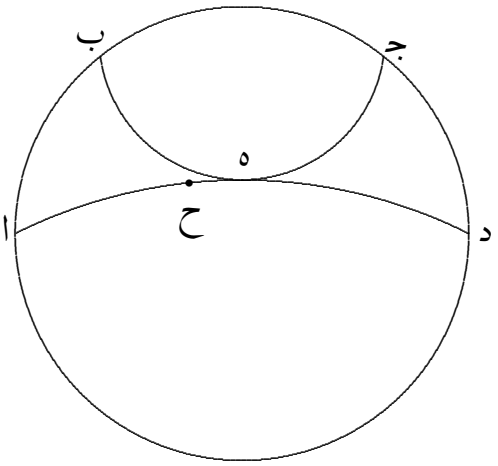
أن الشمس فى السنة الثانية تبتدئ بالمسير من نقطة ح وتدور ثلثمائة وخمساً وستين دورة وتصير إلى نقطة ط وفى السنة الثالثة تصير إلى نقطة ك وفى السنة الرابعة تصير إلى نقطة ل فتسير قوس لع وهى دورة تامة وتصير إلى نقطة ع ففى الأربع السنين إذا دارت الشمس الدورات التامة تنقص قوساً مثل قوس عه وهى جزء من تسعة عشر من دورة ففى ست عشرة سنة تسير الشمس دورات تامة وتنقص قوس مه وهى أربعة أجزاء من تسعة عشر من دورة وفى الثلث السنين الباقية إذا نقصت فى كل سنة خمسة أجزاء من تسعة عشر من دورة تستكمل قوس مل التى هى خمسة

[التسعة *9* **K** بالأجزاء [بالخمسة الأجزاء *9* **K** طل *corr. ex* [طك *8* **K** *add.* من جزء [عشر *6*
[تنقص *15* **K** أربع سنين [الأربع السنين *14* **A** *om.* [نقطة *14* **A** و ل [فل *10* **K** التسع
A مد [مل *18* **K** وتستكمل [تستكمل *18* **K** *om.* [وفى ... من دورة *17–18* **K** تنقص

عشر جزءاً من تسعة عشر من دورة وتسير قوس فَـه التى هى دورة وتنتهى إلى نقطة ه التى منها ابتدأت ففى تسع عشرة سنة ترجع الأدوار إلى ما كانت عليه ، وذلك ما أردنا بيانه .

كا فأما أنه إذا كان الكسر الفاضل غير مقدّر للدورة فإن الدورات لا تعود أبداً إلى الابتداء الأول فإن ذلك يتبين بهذا العمل ،

نعيد الصورة التى قبل هذه ونفرض الشمس قد طلعت على نقطة ه ودارت ثلثمائة وخمساً وستين دورة وانتهت إلى ح وبقيت قوس حه وقوس حه ليست مقدرة للدورة ، فأقول إنه لا ترجع الأدوار إلى ما كانت عليه أبداً ،



برهان ذلك أنه إن أمكن أن تطلع الشمس فى سنة ما على نقطة ه فإنها إذا نقصت فى كل سنة قوساً مساوية لقوس حه وصارت فى السنة الباقية إلى نقطة ه تسير القسى الباقية فى أدوار تامة فتكون القسى الباقية تعُدّها

[للدورة *1* **A** مقادر [مقدّر *1* [**Prop. 21**] **A** وذلك ما أردنا بيانه *om.* **A** *21* **A** نندت [ابتدأت *20*
A لدوره [للدورة *5* **K** مقادرة [مقدرة *5* *om.* **K** [وقوس حه *5* **K** بينٌ [يتبين *2* **K** للدور
K فى *supra* , من [فى *9* **K** انقصت [نقصت *8* **K**, *supra* حَ [ه *7*

دورة وقد تعدّها أيضاً قوس حَ̅ه̅ فتكون قوس حَ̅ه̅ مقدرة للدورة وقد كانت فرضت غير مقدرة لها فإذاً لا يصير للشمس طلوع على نقطة ه̅ أبداً ولا ترجع الدورات إلى ما كانت عليه أبداً ، وذلك ما أردنا بيانه .

[**A**] تمت المقالة الثانية من كتاب ثاودسيوس فى الأيام والليالى وصلى الله على نبيه محمد وآله فى سلخ شهر الحرام رجب سنة ثلثين وستمائة هجرية .

[**K**] تمت المقالة الثانية من كتاب ثاودوسيوس فى الليل والنهار وتم بتمامها الكتاب والحمد لله رب العالمين وصلى الله على محمد وعلى آله وصحبه وسلم تسليماً .

---

10 مقدرة] مقادره **A** *11* كانت] *om.* **K** *11* مقدرة] مقادره **A** *11* فإذاً] *add.* للسمس **A**
12 عليه] عليها **A** *12* وذلك ما أردنا بيانه] *om.* **A**

English Translation

[basmala etc.]

Book of Theodosius on Day [*nahār*] and Night
Translation of Qusṭā ibn Lūqā al-Baʿlabakkī. It is two "books"

Book I

The Sun moves in an even motion contrary to the motion of the universe in the circle [through] the middle of the signs; this circle is called the sun-circle.
The length of a day [*nahār*] is the time from the rising of the Sun to its setting; the length of a night is the time from the setting of the Sun to its rising[1].
The length of the rotation of the universe is the time in which each of the fixed stars moves from rising to rising or from setting to setting or from any position, whichever it is, to that position.

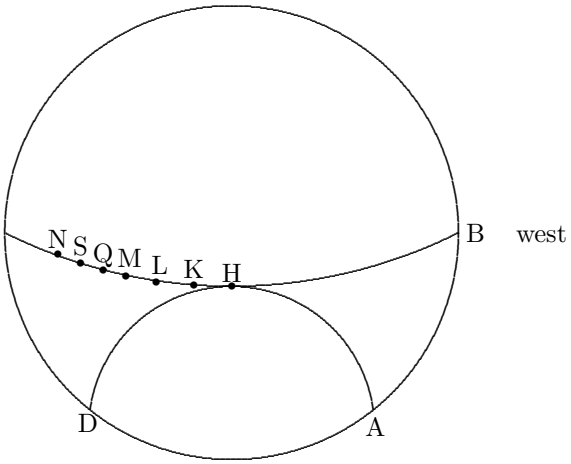
1 When the Sun travels [away] from the summer tropic and the north pole is above the horizon, a preceding day [*yawm*] is longer than a succeeding day and a succeeding night is longer than a preceding night. When the Sun travels [away] from the winter tropic, it is the contrary of that.

Example: we assume circle *ABGD* as some horizon in the world, the summer tropic as circle *AD* and the circle of the signs as *BHG*. Let the Sun travel [away] from the summer tropic, and let it rise on some day at point *K*; on that day it traverses arc *KL* and sets at point *L*. So the length of the day [*nahār*] is the time in which the Sun traverses arc *KL*. Also, let the Sun rise after that day at point *M*. *I say:* the day [*nahār*] on which the Sun traverses arc *KL* is longer than the day on which the Sun rises at point *M*.

Proof: we assume arc *MN* equal to arc *KL*. So, since the Sun traverses arc *KL* and arc *MN* in equal times – that is because it has

[1]Two definitions following here in the Greek text (Fecht, p. 54,7-16) are not rendered in the Arabic translation.

been assumed to move in an even motion – and[2] when the Sun traverses arc *KL*, arc *KL* "cuts"[3] the visible hemisphere. So, in the



[Fig. 1]

time in which the Sun traverses arc *MN*, arc *KL* "cuts" the visible hemisphere*. So, in equal times the Sun traverses arc *MN* and arc *KL* "cuts" the visible hemisphere. Arc *KL* "cuts" the visible hemisphere in a time greater than the time in which arc *MN* "cuts" it[4]. That is because arc *KL* is nearer the touching-point of the summer tropic. So the Sun traverses arc *MN* in a time greater than the time in which arc *MN* "cuts" the visible hemisphere. So, in the time in which arc *MN* "cuts" the visible hemisphere, the Sun traverses an arc smaller than arc *MN*; let us assume it traversed arc *MS*. So, when point *N* is in the west, the Sun – being at point *S* – will have set; point *S* sets

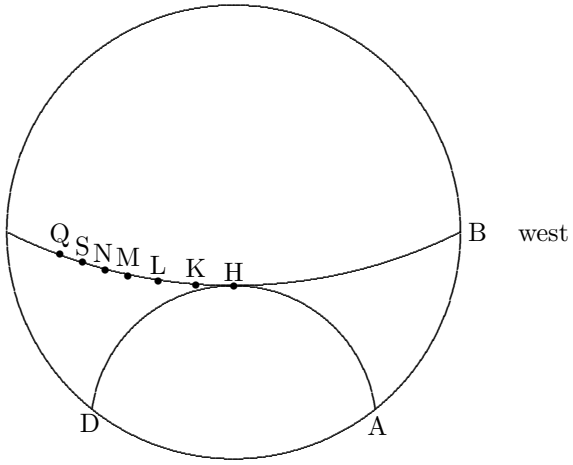
[2]and ... hemisphere*, in **K**: and the Sun traverses arc *KL* in the time in which arc *KL* "cuts" the visible hemisphere.

[3]The Greek text here uses the verb ἐξαλλάσσειν, as also Euclid, *Phaenomena*, ed. Menge – Heiberg, Definitions, p. 10,3–10 and ch. 14. In Euclid this was translated by Menge as *permutare*, a term later also used by Fecht in his Latin translation of *De diebus*. The Arabic translation and al-Ṭūsī in his *taḥrīr* of *De diebus* use the verb *qaṭa'a*, which literally means "to cut" (which is also adopted in the present English translation). For this terminology, see Neugebauer 759f. (where he cites in note 1 Nokk's rendering "durchwandern" in his German translation of the *Phaenomena* of 1850). For a mathematical explanation of the matter, see Neugebauer 765–767.

[4]Euclid, *Phaenomena* 14.

before point *N*, because it rises before it. In order that the Sun is seen setting, it must traverse an arc smaller than arc *MS*; let us assume it traverses arc *MQ*. So the time of day [*nahār*] is the time in which the Sun traverses arc *MQ*. Since arc *KL* is greater than arc *MQ*, the day [*nahār*] in which the Sun traverses arc *KL* is greater than the day in which the Sun traverses arc *MQ*.

I say: a preceding night is shorter than a succeeding night. *Example:* we draw a second figure[5] containing all that we have mentioned.



[Fig. 2]

We assume the Sun setting on some day at point *K*, and after its setting at point *K* we assume it rising at point *L*. So the length of the night is the time in which the Sun traverses arc *KL*. Also, we assume the Sun setting on another day at point *M*; let arc *MN* be equal to arc *KL*. *I say:* the night in which the Sun sets at point *K* is shorter than the night in which the Sun sets at point *M*. *Proof:* since arc *KL* is equal to arc *MN*, the Sun traverses arc *KL* and arc *MN* in equal times. But in the time in which the Sun traverses arc *KL*, arc *KL* cuts the invisible hemisphere. So in the time in which the Sun traverses arc *MN*, arc *KL* cuts the invisible hemisphere. So in equal times the

[5]It should be noted that in the proof for the second figure the diagram letters in Greek and Arabic are identical; the diagrams themselves, however, have a different appearance.

Sun traverses arc *MN* and arc *KL* cuts the invisible hemisphere. Arc *KL* cuts the invisible hemisphere in a time shorter than the time in which arc *MN* cuts it. So the Sun traverses arc *MN* in a time shorter than the time in which arc *MN* cuts the invisible hemisphere. So, in the time in which arc *MN* cuts the invisible hemisphere, the Sun traverses an arc greater than arc *MN*; let us assume it traversed arc *MS*[6]. So, when point *N* is in the east, the Sun – being at point *S* – has not risen, because point *N* rises before point *S*. In order that the Sun is seen rising, it must traverse an arc greater than arc *MS*; let us assume that it traverses arc *MQ*. So the length of the night is the time in which the Sun traverses arc *MQ*. Since arc *KL* is smaller than arc *MQ*, the night in which the Sun traverses arc *KL* is shorter than the night in which the Sun traverses arc *MQ*. So, when the Sun travels [away] from the summer tropic, a preceding day is longer than a succeeding day and a preceding night is shorter than a succeeding night.

Similarly we explain that when the Sun travels [away] from the winter tropic, the contrary of that happens. Q.E.D.

2 When the Sun rises and sets on some day, its distance from the point of contact of one of the two tropics, whichever it is, being equal, it reaches the point of the tropic in the middle of that day at the meridian line. If that is the summer tropic, the day on which the Sun reaches it is the longest day of the year. And the days and nights in which the Sun travels from winter tropic to summer tropic and from summer tropic to winter tropic and of which the distance from the day in which the Sun reaches the point of the tropic is equal, are equal[7].

3 When the Sun rises on some day at some point of one of the parallel circles, before reaching the point of the summer tropic, and

[6] *MS* is transmitted in the two Arabic manuscripts and in al-Ṭūsī's *taḥrīr* of *De diebus*. The edited Greek text has NΞ (p. 58, l. 26), which we assume is a printing mistake.

[7] The *porisma* added in the Greek text after the end of Prop. 2 (Fecht, p. 68,8–18) follows in the Arabic text in Prop. 2 at the end, concluded by the usual formula for Q.E.D.

[when it] sets on some other day at a point of that circle, having left the point of the summer tropic, those two days [*yawm*] are equal. And the days and nights preceding one of these two days, the Sun travelling from winter tropic to summer tropic, and the days and nights that come after the other day, the Sun travelling from summer tropic to winter tropic, those of them having the same distance from each of those two days are equal[8].

4 When the Sun rises and sets on some day, its distance from one of the two points of the tropics not being equal, it will not reach the point of the tropic in the middle of that day. The day on which the Sun reaches the point of the tropic, if it reaches on it the summer tropic, will be longer than all the days of the year, whose beginning is when the Sun reaches the winter tropic. The days that are near [the time] when the Sun reaches the semicircle nearer to the point of the summer tropic, are longer than the days that are near [the time] when the Sun reaches the other semicircle; and the nights are shorter, the contrary of what we have said. If it reaches the point of the winter tropic, the contrary of that happens[9].

5 When the Sun travels [away] from the summer tropic and rises on the circle of the equator, the night before this rising is equal to the day [*yawm*] on which it rises on the equator.

6 When[10] the Sun sets and rises on two points opposite each other or [when] there is between its rising and setting half a year, the night is equal to the day [*yawm*].

7 The[11] days and nights having equal distance from the equator are equal. It is said that the distance of the days and nights from the

[8]The *lemma* for Prop. 4, added after the end of Prop. 3 in the Greek text (Fecht, p. 72,25 – 74,5), is added in the Arabic in Prop. 3 at the end, also concluded by the formula for Q.E.D. It should especially be noted that the diagram letters in this *lemma* are identical in Greek and Arabic.

[9]The *porisma* added after Prop. 4 in the Greek text (Fecht, p. 80,19 – 82,8) is included, in the Arabic text, in Prop. 4 at the end, concluded by the formula for Q.E.D.

[10]This proposition corresponds to Prop. 7 of the Greek text.

[11]This proposition corresponds to Prop. 6 of the Greek text.

equator is equal when the distance of the rising-point is equal to the distance of the rising-point and the distance of the setting-point is equal to the distance of the setting-point.

8 When the Sun traverses the semicircle embraced by the circle of the equator with the point of the summer tropic, the shortest day will be greater than the longest night[12].

9 When[13] the Sun is retreating from the summer tropic, having two settings, one higher and the other lower, its rising that follows its higher setting is above its rising that follows its lower setting. And[14] its rising that precedes its higher setting is above its rising that precedes its lower setting.

10 When[15] the Sun travels [away] from the winter tropic and two risings are assumed for it, one higher and the other lower, the setting that follows the higher rising is above the setting that follows the lower rising. And[16] the setting that precedes the higher rising is above the setting that precedes the lower rising.

11 When the Sun travels [away] from the summer tropic, if it has neither rising nor setting on the circle of the equator, there is no equality [*istiwāʾ*] of night and day [*nahār*].

12 When the Sun is travelling [away] from the winter tropic, if it has neither setting nor rising on the line of the equator, there is no evenness [*iʿtidāl*], i.e. equality [*istiwāʾ*], of night and day [*nahār*].

[12]The diagram letters in this proposition are identical in Greek and Arabic, but the figures have a different appearance.

[13]This proposition corresponds to Prop. 10 of the Greek text.

[14]This sentence, which is in Fecht's edition of the Greek, p. 92,2–3, and in **A**, is omitted in **K**.

[15]This proposition corresponds to Prop. 9 of the Greek text.

[16]This sentence, which is in Fecht's edition of the Greek, p. 88,29–31, and in **A**, is omitted in **K**.

Book II

1 When the Sun traverses the quadrant of the circle of the zodiac that follows the beginning of Cancer, day and night together are different from day and night together: a preceding day and night are greater than a succeeding day and night together.

2 When the Sun traverses the quadrant of the circle [of the zodiac] that follows [the beginning of] Libra, day and night together are different from day and night together: a preceding day and night are smaller than a succeeding day and night.

3 When the Sun traverses the quadrant of the circle [of the zodiac] that follows the beginning of Capricorn, day and night together are different from day and night together: a preceding day and night together are greater than a succeeding day and night together.

4 When the Sun traverses the quadrant of the circle [of the zodiac] that follows the beginning of Aries, day and night together are different from day and night together: a preceding day and night are smaller than a succeeding day and night[17].

5 Day and night together that follow the summer tropic are greater than day and night that follow the winter tropic; in the same way day and night together are greater than the day and night together that are their opposites.

6 Day and night together that follow the summer tropic are equal to day and night together that follow the winter tropic; in the same way day and night together are equal to the day and night together that are their opposites.

7 The days and nights whose distance from the equator on both sides is equal are equal to the days and nights whose distance from the equator is equal when the Sun traverses the hemisphere that follows the beginning of Cancer or that follows the beginning of Capricorn.

[17]After Prop. 4 follow in the Greek text (Fecht, p. 108,32 – 114,4) four "Assumpta in sequentes propositiones" which do not appear in the Arabic translation.

8 The days and nights together whose distance from one of the two points of the tropics, whichever point it is, is equal are equal to the days and nights that have that distance.

9 When[18] the Sun reaches a solstice, whichever it is, in the middle of the night or the day [*nahār*], the day [*yawm*] and night together that are in the hemisphere have the same distance from the [point of] contact of the tropic at which the Sun has reached the solstice in the middle of the day or night. Therefore[19] it is clear that the days and nights together that have an [equal] distance from the [point of] contact at which the Sun has reached the solstice in the middle of the day or night are equal to the nights and days that have the same distance from it, just as their distance is on [. . .[20]] and on the majority of the days and nights. At[21] the other [point of] contact they are not necessarily equal on the majority of the days and nights; moreover their distance will be equal in the distances of the straight lines only. If the Sun reaches a solstice, whichever it is, in the middle of the day [*nahār*], it arrives at the meridian line equally in the middle of the day[22]. That[23] is because it has become clear in Book I that, when the Sun reaches the solstice, the distance of [the points of] rising and setting from the point of contact of the solstice is equal, i.e. that [the points of] rising and setting are on the same circle from [among] the parallel circles, because, when the Sun rises and sets on the same circle from [among] the parallel circles, it reaches the solstice at the meridian line in the middle of the day, whichever solstice it is. From that it is clear that, when the Sun reaches the solstice in the middle of the day, whichever solstice it is, it is in the middle of the day equally on the meridian line. In that way it has also become clear that it [sc. the Sun], when it reaches the solstice, whichever solstice it is, in the

[18]The Greek text has added at the end of Prop. 8 a piece of text (Fecht, p. 120,3-15) called by Fecht a "quasi lemma". In the Arabic version this text appears, at least in part, as the enunciation for its Prop. 9. This beginning corresponds to Fecht, p. 120,3ff.

[19]The following section corresponds to Fecht, p. 120,9ff.

[20]Unidentified word in both Arabic manuscripts.

[21]The following section corresponds to Fecht, p. 120,13ff.

[22]This sentence corresponds to the enunciation of Prop. 9 in Fecht, p. 120,17–18.

[23]For the beginning of what follows cf. Scholion 78 (Fecht, p. 170).

middle of the night, it is in the middle of the night at the meridian circle. What is clear in the hemisphere that is below the Earth is [also] clear in the hemisphere that is above the Earth: the Sun has absolutely no other motion in the middle of the day and in the middle of the night equally at the meridian line. But, when it travels [away] from the summer tropic, it is in the middle of the day and the middle of the night between east and the meridian line in the hemisphere of its course. And when the Sun travels [away] from the winter tropic, it is at the time of the middle of the day and the night equally between west and the meridian line in the hemisphere of its course, the pole of the horizon being between the circles of the two tropics and the circles touched by the horizon.

10 I say[24] that the Sun reaches the middles of night in the place [in] the middle between the eastern hemisphere and the meridian line.

11 And I say that, when the Sun travels [away] from the winter tropic, it reaches the middles of day and night in the place that is between the western hemisphere and the circle of the meridian.

12 And I say that the Sun arrives in the middle of the night at the place that is between the western semicircle and the circle of the meridian.

13 When[25] the Sun reaches the tropic, whichever it is, in the middle of the day or night, it reaches it at the meridian line. That has become clear, and it has also become clear that the Sun does not reach the meridian line on any other day or any other night, neither in the middle of the day nor in the middle of the night. We want to explain that on the days and nights in which the Sun reaches the tropic neither in the middle of the day nor in the middle of the night, it does not reach the meridian line, neither in the middle of the day nor in the middle of the night. Let[26] us assume that the Sun reaches

[24]For this proposition and Props. 12 and 13 we find no close correspondence in the Greek text.

[25]This portion of text corresponds to the passage appended to the Greek Prop. 11, p. 132,12–19.

[26]The following lines show some resemblance to the enunciation of Prop. 12 in the Greek text, p. 132,21–26.

the summer tropic at the moment of its rising. So I say that the Sun in the middle of the day is in the place that is between the eastern hemisphere and the circle of the meridian.

14 Let[27] the Sun reach the tropic before the middle of the day. So I say: in the middle of the day the Sun will be between the eastern hemisphere and the meridian line.

15 Also[28], let the Sun reach the tropic after the middle of the day. So I say: in the middle of the day the Sun will be in the place that is between the western semicircle and the circle of the meridian.

16 In the same way[29] we shall explain that the Sun, if it reaches the point of the tropic before the middle of the day, it will be in the middle of the day in the place that is between the meridian line and the eastern hemisphere. If it reaches the point of the tropic after the middle of the night, it will be in the middle of the night at the place that is between half the western horizon and the meridian line. At the winter tropics, when the Sun reaches the tropic in the way that we have described, the contrary of that will happen. The proof for all that is like the proof for it [i.e. what has been mentioned before].

17 When[30] the year consists of complete rotations of the Sun, the days and nights in each year are equal to the days and nights in each year in magnitudes [*al-aʿẓām*] and number [*al-kathra*] and the rising[s] and setting[s] on the horizon and on the circle of the Sun [i.e. the zodiac] are on the self-same points and the Sun reaches the points of the tropics and the equator line at the same hours, without deviation.

18 But[31] if the year does not consist of complete rotations of the Sun, but the complete rotations are followed by a part of a rotation,

[27]This proposition corresponds to Prop. 13 of the Greek text.
[28]This proposition corresponds to Prop. 14 of the Greek text.
[29]This "proposition" partly corresponds to the last paragraph of the Greek Prop. 14, p. 144,9–13.
[30]This proposition corresponds to Prop. 15 of the Greek text.
[31]This proposition corresponds to Prop. 16 of the Greek text.

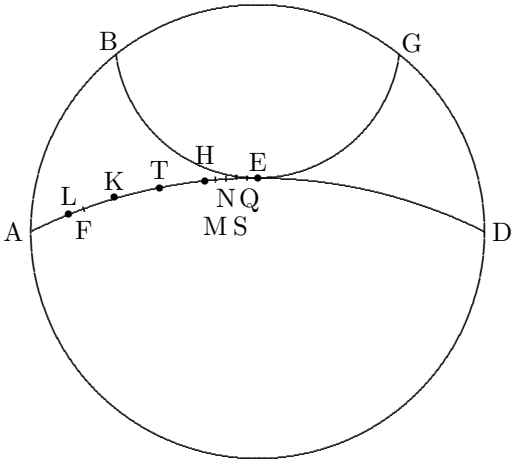
the days and nights in a first year are not equal to the days and nights in a second [succeeding] year and the rising[s] and setting[s] on the horizon and on the circle of the Sun are not on the same point and the Sun does not reach the two tropics and the equator at the same hour.

19 If[32] we assume the times of the rotations of the Sun as equal, as appears to the sense, and we assume the year as [consisting of] complete rotations made by the Sun, then everything that we have described goes in the same way every year, without deviation from what we have said earlier. If the year does not [consist of] complete rotations of the Sun, but the complete rotations are followed by a part of a rotation, then, if the remaining part is commensurable to one rotation, what we have described does not happen in the years following the first year, but rather it follows after some years. So, after a number of years that will happen. That becomes clear through the following procedure: we take two numbers in mutual relation to one another in the ratio of a [complete] rotation to the part of the rotation exceeding the complete rotations. We look at the amount of the greater number, and in a corresponding [number] of years all that we have described returns to the first situation. If the part remaining after the complete rotations is not commensurable to a complete rotation, the matter never returns to the same situation. In the opinion of Callippus, who maintains that a year [consists of] 365 days and $\frac{1}{4}$ of a day, the return happens every four years.

20 In[33] the opinion of Meton and Euctemon and those who maintain that a year [consists of] 365 days and $\frac{5}{19}$ of a day, the rotations return to their [original] situation in nineteen years.
Example: we draw again the first [i.e. preceding, in Prop. 19] figure and assume the Sun rising at point *E*. Let it rotate 365 rotations and end up at *H*. The remaining arc *EH* it traverses in $\frac{5}{19}$ of a day. *I say:* in nineteen years all the rotations return to their [first] situation[34].

[32]This proposition corresponds to Prop. 17 of the Greek text.
[33]This proposition corresponds to Prop. 18 of the Greek text.
[34]In this proposition the letters $H - L$ in the argumentation and the diagram are identical in Greek and Arabic. The four letters M – O (Greek) = $M - Q$ (Arabic) indicating the small portions of the ecliptic are different: in the Greek they run from right, M near E, to the left, whereas in the Arabic they begin with M at the left and end with Q (= Greek O) on the right, near *E*. The demonstrations for

Proof: we assume each of arcs *HT TK KL* equal to arc *HE*. We divide arc *EH* into five nineteenths at points *M N S Q*, and we assume an



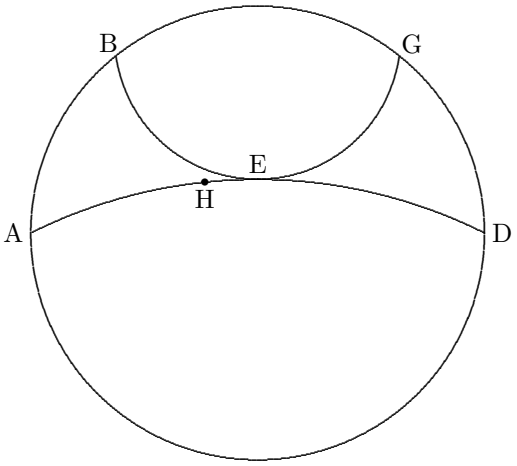
arc like arc *FL*[35] to be $\frac{1}{19}$ of a rotation. Then it becomes clear that the Sun in the second year starts its course at point *H*, completes 365 rotations and reaches point *T*. In the third year it reaches point *K*, and in the fourth year point *L*; it traverses arc *LQ*, a [complete] rotation, and reaches point *Q*. So, in the four years, when the Sun makes the complete rotations, it misses an arc like arc *QE*, which is $\frac{1}{19}$ of a rotation. So, in sixteen years of [complete] rotations the Sun misses arc *ME*, which is $\frac{4}{19}$ of a [complete] rotation. In the three remaining years, missing every year five nineteenths of a rotation, it completes arc *ML*, which is $\frac{15}{19}$ of a rotation, and traverses arc *FE*, which is the rotation, and ends up at point *E*, where it had started.

these letters are consistent within each of the two traditions, but different between Greek and Arabic. A special situation is found near the left end of the arc of the ecliptic near *L*. Here the Greek text has the letter *rho*, P (with the omission of *pi*, Π, which normally follows in the series of letters after O). The Arabic translation, instead, has *F* (rendering Greek Π), as if the Arabic translator really saw Π in his Greek source; if it had been *rho*, P, that would have been rendered in the Arabic system by ق (*q*), which would appear in Gerard's Latin translations and our English version as *C*. In the Arabic diagrams, in **K** the letter *F* is omitted; in **A** it is there, but miswritten as و (*wāw*).

[35]For *F*, cf. the preceding footnote.

So, in nineteen years the rotations return to their [first] situation. Q.E.D.

21 If[36] the exceeding fraction is not commensurable to a rotation, the rotations never return to [the point of] their first start. That becomes clear through the following operation.



We redraw the figure preceding this [proposition] and we assume that the Sun has risen at point *E*. It has rotated 365 times and has ended up at *H*. There remains arc *HE*, but arc *HE* is not commensurable to a rotation[37]. *I say:* the rotations will never return to their [first] situation.

Proof: if it were possible that the Sun rise in some year at point *E*, then, missing every year an arc equal to arc *HE* and reaching in the remaining year point *E*, it traverses the remaining arcs in complete rotations. The remaining arcs are "measured"[38] by a rotation; arc

[36]This proposition corresponds to Prop. 19 of the Greek text.

[37]The use of the letters *E* and *H* in this proposition is identical in Greek and Arabic.

[38]The Arabic text here uses the verb *ʿadda*, *yaʿuddu*, which originally means "to count", "to number"; it stands for the Greek verb μετρέω(Fecht, p. 154,23 and 24). This reminds us of Euclid, *Elements* VII, Def. 3-5 and 8-14, where for similar mathematical operations the verb καταμετρέω was used (transl. Heath, "to measure"; German transl. Thaer, "messen"). The Arabic translation of Isḥāq ibn

HE may also "measure" them. So arc *HE* is commensurable to the rotation; but it had been assumed incommensurable. Therefore the Sun has never a rising at point *E*, and the rotations never return to their [first] situation. Q.E.D.

[**A**] Finished is Book II of Theodosius' *Book on Days and Nights*. God bless his prophet Muḥammad and his family. At the end of the holy month of Rajab in the year of the Hijra 360 [= ca. 12 May 1233].

[**K**] Finished is Book II of Theodosius' *Book on Night and Day*. With its end the entire book is finished. Praise be to God, the Lord of the worlds. God bless Muḥammad, his family and his companions and give [them] peace.

Bibliography

Berggren: J. L. Berggren, "The Relation of Greek Spherics to Early Greek Astronomy", *Sources and Studies in the History and Philosophy of Classical Science* 2 (1991) 227–248.

Bulmer-Thomas: Ivor Bulmer-Thomas, "Theodosius of Bithynia", *Dictionary of Scientific Biography* XIII (1976) 319a–321a.

Busard 1983a: H. L. L. Busard (ed.), *The First Latin Translation of Euclid's* Elements *Commonly Ascribed to Adelard of Bath*, Toronto: Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1983.

Ḥunayn revised by Thābit ibn Qurra renders that also by the verb ʿ*adda*, *yaʿuddu* (De Young), which, in turn, appears in the Latin translation of Adelhard of Bath as *numerare* (Busard 1983a, p. 196), in the Latin translation of Gerard of Cremona as *numerare* (Busard 1983b, col. 165 – but in Def. 4, instead, *metiri* for the same Arabic ʿ*adda*), and in the so-called Adelard II version also as *numerare* (Busard–Folkerts, I, p. 187 – but in Def. 10 [corresponding to 12 in Isḥāq and Gerard] and 12 *metiri*). It may well be that both Theodosius and his Arabic translator here follow the terminology in Euclid VII, Def. 3ff.

Busard 1983b: H.L. L. Busard (ed.), *The Latin translation of the Arabic version of Euclid's* Elements *commonly ascribed to Gerard of Cremona*, Leyden: New Rhine Publishers, 1983.

Busard–Folkerts: H. L. L. Busard and M. Folkerts (eds.), *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's* Elements *, the so-called Adelard II Version*, 2 vols., Basel – Boston – Berlin 1992.

Czinczenheim ⟶ Theodosius, *Sphaerica*

De Young: G. R. De Young, *The Arithmetic Books of Euclid's* Elements *in the Arabic Tradition: an Edition, Translation, and Commentry*, Unpublished thesis, Harvard University, Cambridge, Massachusetts, 1981.

Euclid, *Elements*: C. Thaer, *Euklid, Die Elemente, Buch I – XIII*, Darmstadt, [8]1991.

Euclid's *Phaenomena*: *Euclidis opera omnia*, ed. J. L. Heiberg et H. Menge, vol. 8, Leipzig 1916.

Euclid's *Phaenomena*: *Euclid's Phaenomene*, übersetzt und erläutert von A. Nokk. Beilage zum Freiburger Lyceums-Programm von 1850.

Fecht ⟶ Theodosii *De hab.*

Heath: Sir Th. L. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements, Translated from the Text of Heiberg*, 2nd ed., 3 vols., New York: Dover Publications, s. d. (first published in 1956).

Heath 1921: Sir Th. L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 2 vols., Oxford 1921.

Heiberg ⟶ Euclid, *Phaenomena*; Theodosius, *Sphaerica*

Ibn al-Nadīm, *Kitâb al-Fihrist*, ed. G. Flügel, J. Roediger and A. Müller, 2 vols., Leipzig 1871–1872; repr. Beirut: Maktabat Khayyāṭ, s.d.

Ibn al-Qifṭī, *Taʾrīḫ al-ḥukamāʾ*, ed. A. Müller and J. Lippert, Leipzig 1903; repr. Baghdad: Maktabat al-Muthannā, and Cairo: Muʾassasat al-Khānjī, s.d.

Kunitzsch – Lorch 2010 ⟶ Theodosius, *Sphaerica*

Kunitzsch – Lorch 2011 ⟶ Theodosius, *De hab.*

Lorch 2001 ⟶ Thābit

O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, 3 vols., Berlin – Heidelberg – New York 1975

Nokk ⟶ Euclid, *Phaenomena*

Sarton: G. Sarton, *Introduction to the History of Science*, vol. I, Baltimore 1927.

Sezgin: F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, vol. V: *Mathematik bis ca. 430 H.*, Leiden 1974; vol. VI: *Astronomie bis ca. 430 H.*, Leiden 1978.

Thābit ibn Qurra, *On the Sector-Figure and Related Texts*, ed. R. Lorch, Frankfurt am Main: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften 2001; repr. Augsburg: E. Rauner Verlag (Algorismus, 67) 2008.

Thaer ⟶ Euclid, *Elements*

Theodosii *de habitationibus liber, de diebus et noctibus libri duo*, ed. R. Fecht (Abhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Phil.-hist. Kl., N.F. XIX,4), Berlin 1927; repr. Nendeln: Kraus, 1970.

Theodosius, *De habitationibus*, Arabic and Medieval Latin Translations, ed. P. Kunitzsch and R. Lorch (Bayerische Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse, Sitzungsberichte, 2011, Heft 1), München 2011.

Theodosius Tripolites, Sphaerica, ed. J. L. Heiberg (Abhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Phil.-hist. Kl., N.F. XIX,3), Berlin 1927.

Theodosius, *Sphaerica*: Claire Czinczenheim, *Édition, traduction et commentaire des* Sphériques *de Théodose*, thèse (Université Paris IV–Sorbonne), 2 vols., Lille: Atelier national de reproduction des thèses 2000.

Theodosius, *Sphaerica*. Arabic and Medieval Latin Translations, ed. P. Kunitzsch and R. Lorch (Boethius, 62), Stuttgart 2010.

Al-Ṭūsī, Naṣīr al-Dīn, *Majmūʿ al-rasā'il*, Hyderabad 1358 [/1939].

Al-Ṭūsī, Naṣīr al-Dīn, *Taḥrīr-e mutawassiṭāt*, Tehran 1383/2005 (Facsimile edition of MS 3484 in the Public Library of Tabriz).

Verdonk: J. J. Verdonk, "Dasypodius, Cunradus", *Dictionary of Scientific Biography* III (1971) 585a–b.

K. Ziegler, "Theodosios [5]", *Paulys Real-Encyclopädie der classischen Altertumswissenschaften*, 2. Reihe (R–Z), vol. V.A.2 (Stuttgart 1934), col. 1930–1935.