

**Aceptación**

Finalmente, para realizar la selección entre una población  $X$  y un candidato de la población mutada  $Y$  se aplica el criterio de aceptación *metrópolis* a cada elemento de  $X$  y  $Y$ . Esto define una familia de operadores de aceptación  $A_\beta : \Omega^N \times \Omega^N \mapsto \Omega^N$ , la cual es descrita en el Algoritmo 4.

<b>Operador <math>A_\beta(X, Y)</math></b>	
Para todos los elementos $x_k \in X, y_k \in Y$ hacer:	
Hacer	$\Delta U = U(y_k) - U(x_k)$
Si	$\Delta U \leq 0$ , hacer $u_k = y_k$ ;
Si	$\Delta U > 0$ , hacer $u_k = y_k$ con prob. $\frac{\exp[-\beta \Delta U]}{1 + \exp[-\beta \Delta U]}$ $u_k = x_k$ con prob. $\frac{1}{1 + \exp[-\beta \Delta U]}$
Hacer	$A_\beta(X, Y) = (u_1, \dots, u_N)$

**Algoritmo 4****Algoritmo general de búsqueda estocástica****Definición**

El algoritmo general de búsqueda estocástica (AGBE) se define por el sistema dinámico

$$X^{(t+1)} = A_\beta(Y^{(t)}, M_\mu(C_\xi(Y^{(t)}))) \quad (4)$$

con

$$Y^{(t)} = S_\gamma(X^{(t)})$$

donde en general los parámetros  $\beta, \mu, \xi$  y  $\gamma$  pueden ser variables en el tiempo y la población inicial  $X^{(0)}$  es determinada de forma aleatoria.

Se pueden determinar de forma simple los valores específicos de los parámetros para los siguientes casos:

- para recocido simulado (RS) clásico con  $N$  puntos de inicio:  $\xi = \gamma = 0$  ;  $\beta$  incrementándose;
- estrategia evolutiva:  $\beta = \xi = 0$ ;
- algoritmo genético:  $\beta = 0$ ;
- recocido simulado paralelo recombinado :  $\gamma = 0$  ;  $\beta$  incrementándose.

Se pueden encontrar valores apropiados diferentes de cero para todos los parámetros para incrementar la eficacia de los algoritmos. Las pruebas de convergencia pueden verse en la referencia <sup>15</sup>.

## APLICACIÓN A LA OPTIMIZACIÓN DE UNA ESTRUCTURA PLANA DE BARRAS UNIDA CON RÓTULAS

Estudiaremos el comportamiento del AGBE para un problema "académico": la optimización de estructuras planas con rótulas<sup>6</sup> que puede ser utilizada para soportar el techo de naves industriales.

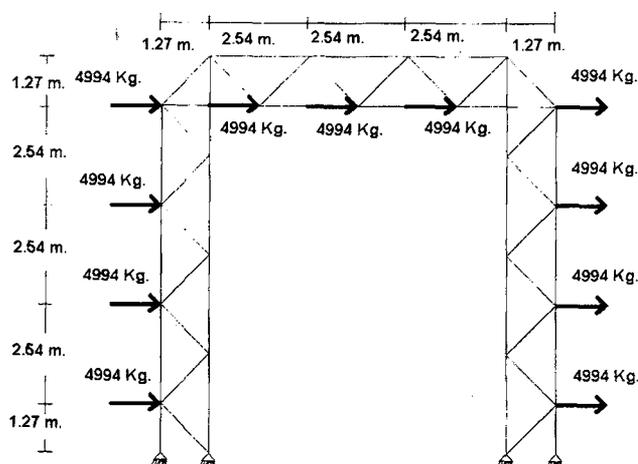
La optimización de la estructura consiste en encontrar la sección transversal de cada elemento (de un conjunto discreto, por ejemplo, de un catálogo), de tal forma que todas las tensiones que se encuentren sobre ella sean menores que un valor permisible, y el peso total de la estructura sea lo menor posible.

Llamando  $x(e)$  la entrada de catálogo seleccionada para cada elemento  $e$  de la estructura, la función de costo a ser minimizada será

$$U(x) = \sum_e [\rho_{x(e)} A_{x(e)} L_e + \lambda(\delta\sigma_e)]$$

donde  $\rho_x$ ,  $A_x$  y  $L_e$  son el peso específico, la sección transversal de catálogo  $x(e)$  y la longitud del elemento  $e$ ;  $\delta\sigma_e$  es la cantidad de tensión que excede el valor máximo permisible y  $\lambda$  un factor de penalización para la tensión en exceso (en nuestro caso consideramos  $\lambda = 10000$ ).

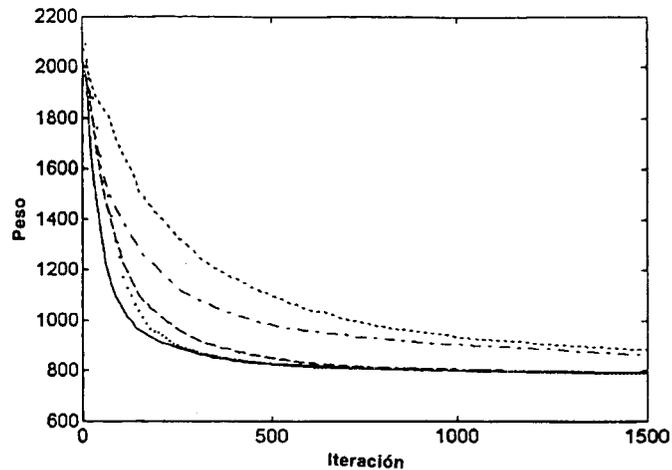
En la Figura 1 se muestra la estructura con rótulas, la cual se encuentra sujeta a 11 cargas horizontales de 4,994 kg cada una de ellas y con condiciones de apoyo en su base. El material utilizado para todas las barras es acero con un módulo elástico de  $2,1 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup> y la tensión máxima permisible es de 3,500 kg/cm<sup>2</sup>. Las secciones transversales posibles van de 0,1 hasta 50,1 cm<sup>2</sup> con incrementos de 0,5 cm<sup>2</sup>, de tal forma que el espacio de estados para cada elemento es de tamaño 100. Considerando de antemano que la estructura debe de ser simétrica, se determinan solamente 25 tipos de materiales en las 49 barras que forman la estructura.



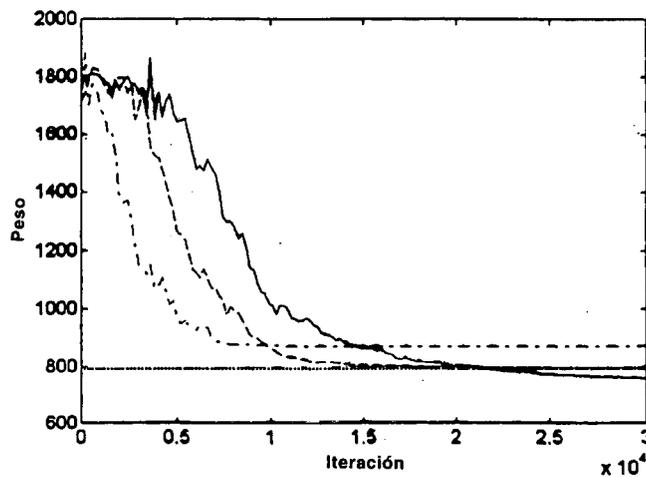
**Figura 1.** Estructura de barras unidas con rótulas de una nave industrial utilizada para encontrar su peso mínimo cumpliendo condiciones de servicio

Consideramos una población de tamaño  $N = 20$  y optimizamos la estructura para diferentes parámetros del AGBE. Los resultados se muestran en la Figura 2. Podemos ver en (a) los resultados obtenidos con los parámetros  $\beta = 1,01$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $\gamma = 1$  (con escalado lineal) y  $\xi = 0,8$  que ofrecen la mejor relación entre velocidad de convergencia y calidad de la solución. En una máquina con 20 procesadores podríamos obtener resultados 20 veces más rápidos que los que se obtienen utilizando un algoritmo de RS. En (b) se muestran las diferentes trayectorias para RS con diferentes temperaturas. Notar que en una máquina

secuencial. El comportamiento óptimo (en términos de la carga computacional total y la calidad de la solución) se obtiene precisamente en este caso <sup>15</sup>.



(a)

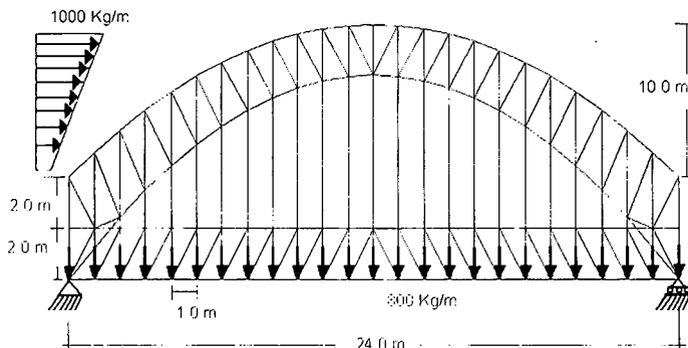


(b)

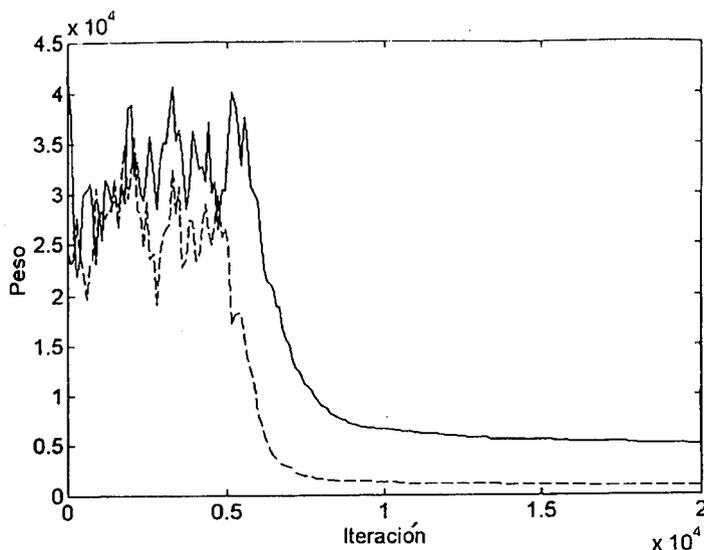
**Figura 2.** Resultados de la optimización en peso de la estructura de la nave industrial de la Figura 1. (a) Comportamiento de la convergencia (sobre 20 corridas MonteCarlo) de: estrategia evolutiva (línea discontinua delgada), algoritmos genéticos (línea discontinua gruesa), AGBE para  $\xi = 0$  sin *cross-over* (línea discontinua), RSPR (línea punteada) y AGBE con *cross-over* (línea sólida). (b) Comportamiento del RS convencional para el problema de la nave industrial para  $\beta = 1,001$  (curva punteada gruesa),  $\beta = 1,0002$  (curva punteada) y  $\beta = 1,0001$  (curva sólida). La línea horizontal indica el peso obtenido para AGBE después de 1500 iteraciones (Notar que las escalas en (a) y (b) son diferentes)

## OPTIMIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE UN PUENTE FORMADO POR BARRAS UNIDAS CON RÓTULAS

Como otro ejemplo se presenta la optimización de un puente formado de 213 barras con un máximo de 96 tipos de barras diferentes (por condiciones de simetría), con una longitud de 24 metros de claro (formado por 12 celdas de 2 metros cada una), con una altura máxima de la estructura de 8 metros, sujeta a una carga carga uniforme de 800 kilogramos por cada celda y una carga lateral que tiene un valor máximo en su extremo superior de 1000 kilogramos (Figura 3). El catálogo utilizado es de la empresa AHMSA (Altos Hornos de México, S.A.), en el que se incluyen 233 perfiles estructurales.



**Figura 3.** Estructura de barras unidas con rótulas para un puente de 24 metros de claro para ser optimizado con un catálogo de secciones real



**Figura 4.** Resultados de la optimización en peso de la estructura del puente de la Figura 3. Comportamiento de la convergencia para recocido simulado RS utilizando reducción de la tensión permisible en diseño de elementos (línea continua) y sin utilizar dicha reducción (línea discontinua)

El acero utilizado tiene una fluencia de  $2500 \text{ kg/cm}^2$ . En dicho catálogo encontramos el área y los momentos de inercia en ejes principales de cada uno de los perfiles. Para realizar el diseño de los elementos se utilizaron las especificaciones del AISC (American Institute of Steel Construction) bajo concepto de tensiones de servicio. La función de costo

utilizada es similar a la descrita en (10). El tamaño de la población utilizada es de 1 (dado que trabajamos en una máquina con un sólo procesador), con un factor de  $\beta = 1,001$ , realizando 20000 iteraciones. El resultado del comportamiento de la optimización puede verse en la Figura 4. En la referencia<sup>15</sup> se muestran las secciones finales recomendadas, indicándose además un porcentaje de eficiencia de tensiones de trabajo contra resistentes en cada una de ellas. Cabe destacar que la estructura tiene un peso menor cuando no se considera el efecto de reducción de resistencia para tensiones de compresión, como es lógico esperar.

## CONCLUSIONES

Se presenta una familia de búsqueda estocástica en paralelo de cuatro parámetros que incluye como casos particulares varias técnicas populares, como son los algoritmos genéticos, estrategias evolutivas y recocido simulado (con múltiples puntos de inicio) y algunas técnicas híbridas como el recocido simulado paralelo recombinado. También se incluye un nuevo algoritmo que combina el recocido simulado en paralelo con selección.

El hecho de tener una familia paramétrica de algoritmos abre la posibilidad de utilizar técnicas de búsqueda numérica para encontrar los parámetros óptimos para cada clase de problemas en particular. Experimentalmente, pudimos determinar que estos parámetros óptimos se encuentran en general en el interior de un espacio de parámetros.

Los mejores resultados se obtuvieron para técnicas de recocido simulado en paralelo con interacción ya sea con la selección o con cruzamiento, ambos con aproximadamente el mismo tipo de respuesta. Para el caso en que los elementos de una cadena de cromosomas no tengan interacciones localizadas, el efecto del cruzamiento es menor que el de selección<sup>15</sup>, motivo por el cual la forma más general de obtener una buena solución consiste en utilizar el AGBE combinando la selección con el cruzamiento, obteniendo de esta forma en general, los resultados mejores y más robustos.

La rapidez de la convergencia del algoritmo implica que el tamaño de la población se incrementa; sin embargo la carga computacional se aumenta. El mejor de los resultados puede ser obtenido utilizando máquinas paralelas donde el número de procesadores sea igual al número de poblaciones, de tal forma que un procesador es asignado a cada individuo. En particular para máquinas en serie, los mejores resultados se obtienen utilizando el algoritmo común de recocido simulado, exceptuando los casos en que se prefiere obtener una solución razonable (alrededor de un subóptimo) en el menor tiempo posible. En este caso el AGBE con una población de pequeño tamaño (por ejemplo  $N = 4$ ) se pueden obtener buenos resultados y una muy buena relación entre calidad y costo computacional, trabajando en máquinas de un sólo procesador.

Finalmente, se puede considerar extender el algoritmo con más operadores y parámetros. Un candidato es incluir la diversidad de forma explícita. Sin embargo en algunos casos puede ser posible obtener mejores resultados, si exceptuamos el caso en que se desean obtener todos los óptimos<sup>11</sup>. La ganancia obtenida por este operador adicional es menor que el costo de encontrar los valores óptimos del nuevo parámetro.

## REFERENCIAS

- 1 D.H. Ackley, "A connectionist machine for genetic hillclimbing", Kluwer Academic Publishers, Boston, (1987).
- 2 S. Anily y A. Federgruen, "Simulated annealing methods with general acceptance probabilities", *J. Applied Prob.*, Vol.24, pp. 657-667, (1987).

- 3 T. Boseniuk y W. Ebling, "Boltzmann-, Darwin- and Haeckel strategies in optimization problems", *Lecture Notes in Computer Science: Parallel Problem Solving from Nature*, Vol. **496**, pp. 430-444, (1991).
- 4 M. de la Maza y B. Tidor, "Boltzmann weighted selection improves performance of genetic algorithms", A.I. Memo 1345, Artificial Intelligence Lab., Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, (1991).
- 5 L.J. Fogel, A.J. Owens y M.J. Walsh, "*Artificial intelligence through simulated evolution*", New York, Wiley Pub., (1966).
- 6 M. Galante, "Genetic algorithms as an approach to optimize real world trusses, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. **39**, pp. 361-382, (1996).
- 7 D.E. Goldberg, "A note on Boltzmann tournament selection for genetic algorithms and population-oriented simulated annealing", *Complex Systems*, Vol. **4**, pp. 445-460, (1990).
- 8 D.E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison Wesley, Reading, MA, (1989).
- 9 S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt y M.P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing" *Science*, Vol. **220**, 4598, pp. 671-680, (1983).
- 10 F.T. Lin, C.Y. Kao y C.C. Hsu, "Incorporating genetic algorithms into simulated annealing" *Proc. of the Fourth Int. Symposium on Artificial Intelligence*, pp. 290-297, (1991).
- 11 S.W. Mahfoud, "Niching methods for genetic algorithms", Doctoral dissertation, University of Illinois, (1995).
- 12 S.W. Mahfoud y D.E. Goldberg, "Parallel recombinative simulated annealing: a genetic algorithm", Tech. Report, Depr. of Computer Science, Univ. of Illinois, (1994).
- 13 I. Rechenberg, "*Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*", Fromman, Stuttgart, (1973).
- 14 M. Srinivas y L.L. Patnaik, "Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms", *IEEE Trans. on Syst., Man and Cyb.*, Vol. **24**, 5, pp. 656-667, (1994).
- 15 J.L. Marroquín, S. Botello y J.V. Horebeek, "A family of parallel stochastic search algorithms", *Comunicaciones del Cimat*, pp. 183, (1996).
- 16 J. Estupiñán, E. Oñate y B. Suárez, "Optimización topológica mediante algoritmos genéticos, estrategias evolutivas y el método de Baluja", *Revista Int. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño Ingeniería*, Vol. **14**, N° 4, pp. 427-438, (1998).