

## COMPORTAMIENTO SISMICO DE EDIFICIOS CON UN SISTEMA NO LINEAL DE CONTROL HIBRIDO

ALEX H. BARBAT\*  
JOSE RODELLAR\*  
EUGENE P. RYAN\*\*  
y  
NELSON MOLINARES\*

*\*E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos,  
Universidad Politécnica de Cataluña,  
Gran Capitán s/n, Edificio C1, 08034 Barcelona.*

*\*\*School of Mathematical Sciences,  
University of Bath,  
Claverton Down, Bath BA2 7AY, England.*

### RESUMEN

En el artículo se propone una clase de sistema híbrido de control antisísmico de edificios que combina un sistema pasivo de aislamiento de base con comportamiento no lineal con uno activo. La componente pasiva del sistema está constituida por un aparato de apoyo que puede ser de tipo histerético, de tipo friccional, o una combinación de los dos. Las fuerzas de control activo se aplican sobre la base y tienen como objetivo la reducción de su desplazamiento. Se desarrolla una ley de control adaptativo que garantiza una forma de comportamiento estable del sistema frente a las incertidumbres tanto en las características del edificio como en las de la excitación sísmica así como frente a las no linealidades. La reducción del desplazamiento de la base estructural puede provocar un ligero empeoramiento del comportamiento dinámico del edificio con respecto al del caso puramente pasivo. Sin embargo, su comportamiento global mejora cuando se considera el sistema híbrido, especialmente para excitaciones con frecuencias predominantes para las cuales la respuesta de la estructura con control pasivo es máxima. La eficacia del procedimiento propuesto en solucionar el problema formulado se ilustra mediante estudios numéricos.

### SUMMARY

A class of hybrid control systems useful in the seismic control of building structures is proposed. It combines a passive base isolation system having a nonlinear behaviour with an active one. The passive component of the system is a support device which can be hysteretical, frictional or a combination of both. The control forces are applied upon the structural base with the aim of reducing its displacements. An adaptive control law has been developed, which assures a form of stable behaviour of the system in the presence of uncertainties in the characteristics of the building and in the seismic excitation as well as under the hypothesis of a nonlinear behaviour of the system. The reduction of the structural base displacement can produce a slight increase of the structural response with respect to the pure passive case.

Recibido: Abril 1993

Nevertheless, its global behaviour improves when the hybrid system is considered, especially for excitations having predominant frequencies in the range of the maximum response of the structure with a passive system. The effectiveness of the propose procedure in solving the problem of the behaviour of buildings with the nonlinear hybrid control system is illustrated by means of a numerical study.

## INTRODUCCION

El objetivo fundamental del diseño antisísmico de estructuras de edificación es el de mantener la respuesta dentro de unos límites marcados por condiciones de seguridad, de servicio y de confort humano. Para alcanzar este objetivo pueden aplicarse los principios generales de diseño antisísmico convencional de edificios, que parten de la idea de que el movimiento del terreno se transmite a la estructura a través de su base fija. Su objetivo es el de disipar una parte de la energía inducida por el terremoto, con el fin de evitar aceleraciones y desplazamientos excesivos. Dicha disipación suele conseguirse mediante la plastificación de algunos elementos estructurales. La aplicación práctica de los principios mencionados requiere el uso de **medidas tradicionales**, que pueden resumirse en la referencia [1]:

- Peso y rigidez estructurales distribuidos con uniformidad y simetría.
- Uso de estructuras ligeras y con el centro de gravedad bajo.
- Elementos estructurales conectados entre sí de manera que formen contornos cerrados y diseñados de tal forma que se aseguren los criterios de resistencia y de disipación de energía.
- Cimentaciones profundas, apoyadas sobre capas de suelo firme.

Todas estas medidas llevan a un incremento de la capacidad de resistencia del edificio, a fin de que éste no sufra daños sísmicos importantes. Como inconvenientes del diseño tradicional pueden mencionarse:

- Conduce a estructuras más rígidas, más pesadas y de mayor coste.
- Las incertidumbres en las características de la acción de diseño pueden dar lugar a daños importantes e incluso al colapso de la estructura.

Estas desventajas pueden remediarse parcialmente mediante el uso de sistemas de **control pasivo**, que engloban conjuntos de medidas que pueden clasificarse en dos categorías:

- *estructurales*, que tienen como objetivo el de concentrar el daño en ciertas zonas preestablecidas de la estructura, protegiendo de esta forma las zonas críticas de la misma;
- *no estructurales*, que consisten en incorporar en la estructura ciertos mecanismos que absorban parcialmente la energía inducida por la excitación.

Como ejemplo de sistema de control pasivo puede citarse el *aislamiento de base*, que desacopla parcialmente la estructura del movimiento sísmico mediante mecanismos capaces de absorber ellos una parte de la energía inducida por el sismo y de reducir, de esta manera, el desplazamiento relativo entre los distintos elementos estructurales. Este sistema combina medidas estructurales (reducción del número de vínculos entre la estructura y el terreno) con otras de carácter no estructural (utilización de aparatos de apoyo especiales)<sup>2-4</sup>. Su principal desventaja consiste en su limitada capacidad de

reducir la respuesta estructural y en su dependencia de la frecuencia de la excitación.

Otro procedimiento, cada vez más utilizado en la reducción de las vibraciones estructurales, consiste en incorporar a la estructura mecanismos alimentados por una fuente de energía exterior, capaces de ejercer *fuerzas de control*. Dichos mecanismos se incluyen en un lazo cerrado gobernado por un ordenador, lo que permite calcular continuamente (en tiempo real) las fuerzas de control que deben aplicarse, en función de los valores de la respuesta estructural medida, utilizando un cierto algoritmo de control. Un sistema de este tipo, denominado de **control activo**, consiste básicamente en *sensores* que miden la respuesta de la estructura, un *ordenador* que calcula el valor de las fuerzas de control en base a una *estrategia de control y mecanismos actuadores* que ejercen dichas fuerzas sobre la estructura. Algunas de las estrategias de control más utilizadas en el control activo de estructuras son la realimentación negativa, el control óptimo, la asignación de polos, el control predictivo y el control adaptativo<sup>5-7</sup>. La utilización del control activo evita la principal desventaja de los anteriores procedimientos, ya que, por su propia concepción, es capaz de adecuarse automáticamente a las características de la excitación. Además, consigue una reducción de la respuesta estructural muy superior a la obtenida mediante sistemas pasivos<sup>8</sup>. Sin embargo, los sistemas de control activo requieren un importante aporte de energía para gobernar el movimiento de los actuadores.

Para remediar este inconveniente se han propuesto últimamente los denominados **sistemas híbridos**, que combinan sistemas activos y pasivos<sup>9</sup>. Un tipo de sistema híbrido que ha despertado un notable interés en los últimos años consiste en la combinación de un sistema de aislamiento de base con uno de control activo que aplique fuerzas sobre la base. El aislamiento de base, que constituye la parte pasiva del sistema híbrido, consigue reducir al mismo tiempo los desplazamientos relativos de la estructura y la aceleración absoluta de la misma. De esta manera, la estructura sufre un movimiento parecido a uno de sólido rígido, siendo la contrapartida un significativo movimiento de la base. El objetivo del control activo es el de reducir este movimiento mediante la aplicación de una fuerza en dicha base. Desde un punto de vista práctico, es posible alcanzar el mencionado objetivo mediante una única fuerza, que además no excede unos límites aceptables debido a la gran flexibilidad de los aparatos de apoyo utilizados. Desde un punto de vista teórico, el desarrollo de una ley de control que proporcione la fuerza presenta dificultades relacionadas tanto con el comportamiento no lineal del sistema de aislamiento como con las incertidumbres asociadas a la modelización del sistema global estructura-aislamiento y de la excitación. En este sentido, en la referencia [10] se propone una ley de control robusto adecuada a sistemas lineales. También para sistemas lineales se ha propuesto la aplicación del control predictivo en la referencia [11], mientras que una ley de control bang bang se ha utilizado en la referencia [12]. En la referencia [13] se ha analizado un caso de sistema de aislamiento friccional aplicado a un sistema con un solo grado de libertad y con una ley de control heurística, muy sensible a los errores de modelización.

En este artículo se desarrolla una nueva ley de control que garantiza un comportamiento adecuado, tanto de la estructura como de la base, frente a una amplia clase de no linealidades del sistema de apoyo y a incertidumbres del modelo dinámico y de la excitación.

## ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Considérese una estructura de edificación cuya base se apoya sobre un sistema de aislamiento, tal como se ilustra en la Figura 1. Dicho aislamiento es la componente pasiva del sistema híbrido. Al mismo tiempo, sobre la base de la estructura se aplican fuerzas de control activo mediante un actuador. Para describir el movimiento del sistema global se considera que la estructura con sistema híbrido está constituida por dos subsistemas acoplados:  $\Sigma_r$  —edificio— y  $\Sigma_c$  —base con aislamiento—.

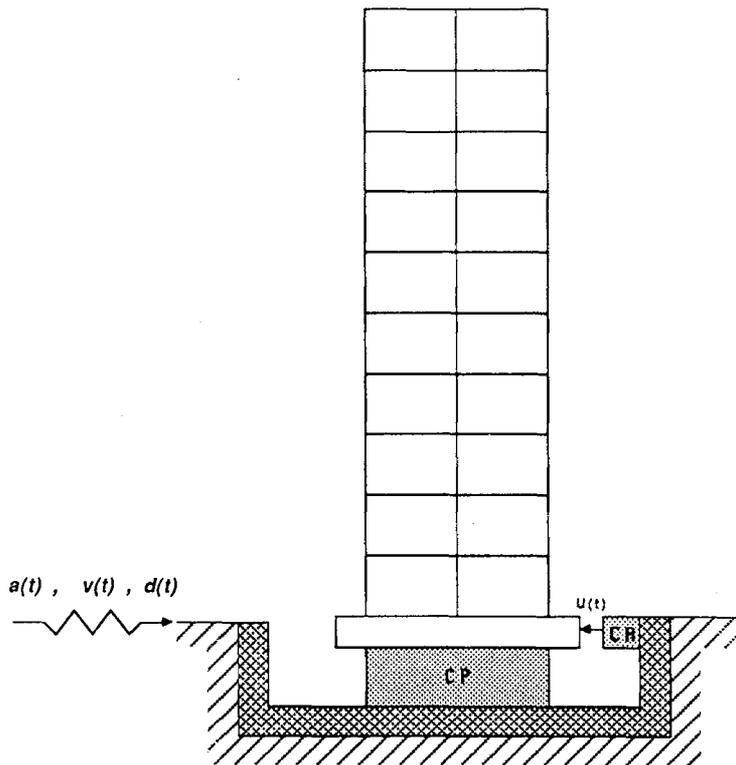


Figura 1. Estructura de edificación con sistema híbrido de control.  
CP – sistema de control pasivo. CA – sistema de control activo.

En el análisis no lineal de estructuras con sistema de apoyo antisísmico se utilizan distintos modelos estructurales y métodos de solución con diferente grado de complejidad. El método más sencillo se fundamenta en la suposición de que la estructura, debido al efecto de los aparatos de apoyo, tiene un comportamiento prácticamente lineal. El comportamiento no lineal del sistema de aislamiento se linealiza también, suponiendo una rigidez equivalente que, en principio, es la rigidez post-fluencia. En un cálculo de este tipo, los apoyos pueden representarse mediante columnas cortas<sup>4</sup>. Otra posibilidad es la de considerar que la estructura tiene un comportamiento lineal, pero que el aparato de apoyo tiene uno no lineal; esto conduce a un modelo de

mucho interés práctico, que simplifica razonablemente el problema<sup>14,15</sup>, y que se utiliza a continuación.

El movimiento de la estructura se describe mediante un vector  $D$  que representa el desplazamiento horizontal según sus  $n$  grados de libertad respecto a un sistema de referencia inercial. Se considera, en una primera aproximación, que la base aislada de la estructura tiene un único grado de libertad —su traslación  $d_b$  en la dirección del terremoto— respecto de dicho sistema de referencia. La excitación está producida por un movimiento sísmico horizontal caracterizado por un desplazamiento  $d(t)$  y por una velocidad  $v(t)$ . Sobre la base de la estructura actúa una fuerza de control activo  $u(t)$ , horizontalmente en la dirección del movimiento. Con todo, las ecuaciones del movimiento del sistema son

$$\Sigma_r : \quad M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = CJ\dot{d}_b + KJd_b \quad (1a)$$

$$\Sigma_c : \quad m_b\ddot{d}_b + [c_b + J^T C J]\dot{d}_b + [k_b + J^T K J]d_b - J^T C \dot{D} - J^T K D - c_b v - k_b d + f = u \quad (1b)$$

$M, C, K$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente.  $J$  es el vector que expresa el movimiento de sólido rígido según los grados de libertad del modelo y que en este caso es el vector unidad.  $m_b, c_b$  y  $k_b$  son la masa, el amortiguamiento y la rigidez de la base. Estos dos últimos son responsables de la fuerza lineal (elástica y de amortiguamiento) producida sobre la base por el sistema de apoyo.  $f$  representa la fuerza horizontal no lineal producida sobre la base de la estructura por los apoyos.

## DESCRIPCION DEL APARATO DE APOYO

Para obtener modelos constitutivos que describan adecuadamente el comportamiento de los apoyos antisísmicos se deben considerar los siguientes aspectos esenciales<sup>14,16</sup>:

- La representación de la rigidez a cortante en los apoyos histeréticos, antes y después de que se produzca la fluencia.
- La variación de los coeficientes de fricción en función de la velocidad y de la presión en los apoyos friccionales.

Es necesario que se utilice un modelo matemático que describa adecuadamente la fuerza  $f$  que se produce en el sistema de aislamiento. La fuerza  $f$ , producida por los apoyos sobre la base y que se considera en la ecuación (1b), puede descomponerse en dos términos ( $f = f_1 + f_2$ ), siendo  $f_1$  la fuerza restitutiva producida por los elementos histeréticos del sistema de apoyo y  $f_2$  la fuerza correspondiente a los elementos friccionales.

La formulación de los elementos histeréticos puede realizarse mediante modelos constitutivos descritos tanto por ecuaciones algebraicas como por ecuaciones diferenciales. Estas últimas tienen la ventaja de que cubren un amplio rango de posibles materiales, desde los elásticos hasta los elasto-plásticos, y además su utilización tiene una gran eficacia numérica. Entre éstos, puede citarse el modelo constitutivo uniaxial

de Mooney-Rivlin<sup>17-18</sup>. Otro modelo uniaxial muy utilizado es el de Wen<sup>19</sup>, que expresa la fuerza  $f_1$  mediante la ecuación<sup>20,21</sup>

$$f_1 = f^y z(d_b) \quad (2)$$

donde  $f^y$  es la fuerza límite de fluencia y  $z$  es una variable auxiliar definida por<sup>19</sup>

$$\frac{dz}{dd_b} = A \pm (\nu \pm \gamma) z^n \quad (3)$$

Las constantes  $A$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$  y  $n$  describen por completo los ciclos histeréticos.

La fuerza de fricción pura  $f_2$  se supone del tipo<sup>20</sup>

$$f_2(d_b, \dot{d}_b) = -\text{sgn}(\dot{d}_b) Q [\mu_{max} - \Delta\mu e^{-\beta|\dot{d}_b|}] \quad (4)$$

En esta ecuación  $Q$  es la fuerza normal a la superficie de fricción,  $\beta$  es una constante,  $\mu_{max}$  es el coeficiente de fricción a gran velocidad de deslizamiento, mientras que  $\Delta\mu$  es la diferencia entre  $\mu_{max}$  y el coeficiente de fricción a baja velocidad de deslizamiento, que también se considera constante según se propone en la referencia [20].

## RESPUESTA DEL EDIFICIO CON SISTEMA DE CONTROL PASIVO

Un cálculo capaz de simular el efecto de unos aparatos de apoyo con comportamiento no lineal requiere algoritmos capaces de analizar tanto los apoyos de elastómeros, que son sistemas histeréticos con gran amortiguamiento y, a veces, con mecanismos que impiden el despegue<sup>16,22</sup>, como los apoyos deslizantes, que son sistemas friccionales<sup>14</sup>.

La respuesta sísmica de la estructura se obtiene solucionando el sistema formado por las ecuaciones (1a) y (1b), siendo esta última no lineal. El proceso numérico puede simplificarse mediante un desacoplamiento modal previo de las ecuaciones (1a). Utilizando los primeros  $q$  modos de vibración, el vector de los desplazamientos se expresa como

$$D(t) \simeq \sum_{i=1}^q \varphi_i y_i(t) \quad (5)$$

donde  $\varphi_i$  es el vector propio e  $y_i(t)$  es la coordenada generalizada correspondiente al modo de vibración  $i$ . La sustitución de (5) en la ecuación (1a) permite desacoplarla en la forma

$$\ddot{y}_j(t) + 2\nu_j \omega_j \dot{y}_j(t) + \omega_j^2 y_j(t) = \frac{\varphi_j^T C J}{\varphi_j^T M \varphi_j} \dot{d}_b(t) + \frac{\varphi_j^T K J}{\varphi_j^T M \varphi_j} d_b(t) \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (6)$$

Se aplica también la transformación (5) a las variables  $D$  y  $\dot{D}$  de la ecuación (1b) y se obtiene

$$m_b \ddot{d}_b + (c_b + J^T C J) \dot{d}_b + (k_b + J^T K J) d_b + f_1 + f_2 - J^T C \sum_{i=1}^q \varphi_i \dot{y}_i(t) - J^T K \sum_{i=1}^q \varphi_i y_i(t) - c_b v(t) - k_b d(t) = 0 \quad (7)$$

De esta manera, queda por solucionar un sistema formado por  $q$  ecuaciones del tipo (6) y por la ecuación (7).

Una posible solución de este tipo de problema de vibración de dos sistemas acoplados a través de las condiciones de contorno, consiste en utilizar un esquema de iteración por bloques, tal como puede verse en la referencia [23]. Otra posibilidad de solucionarlo, supone aplicar algún método de integración paso a paso al sistema de ecuaciones (6) y (7) y, al mismo tiempo, evaluar la fuerza histerética  $f_1$  y la fuerza de fricción  $f_2$  mediante algún procedimiento de solución numérica de las ecuaciones (3) y (4). Es ésta la posibilidad que se utiliza en este trabajo. Las operaciones de cálculo de la respuesta se efectúan en la siguiente secuencia:

1. Se calculan los autovectores y autovalores correspondientes a los  $q$  modos de vibración considerados en el desacoplamiento del sistema de ecuaciones diferenciales (1a). El problema de autovalores

$$(K - \omega^2 M)\varphi = 0$$

se resuelve utilizando un método que proporcione los primeros modos de vibración requeridos como, por ejemplo, el *Determinant Search Method*;  $\varphi$  es el autovector normalizado y  $\omega$  son los de autovalores.

2. Se formula el estado del sistema, combinando las ecuaciones (6) y (7) y se comienza el proceso de cálculo inicializando los valores del desplazamiento, velocidad y aceleración de respuesta de la estructura.
3. Se calculan las fuerzas histerética y de fricción solucionando de manera numérica las ecuaciones (3) y (4). En la simulación numérica efectuada en este trabajo, se ha utilizado el método de Runge-Kutta de cuarto orden, que aproxima bien la solución en el intervalo de definición de la ecuación si se utilizan incrementos de desplazamiento  $d_b$  adecuados. En este caso, el incremento de desplazamiento considerado en el proceso de resolución está relacionado con el incremento de tiempo  $\Delta t$  utilizado en la discretización de la excitación  $[d(t), v(t)]$ , mientras que el intervalo de definición es igual a los desplazamientos tope que caracterizan cada sistema de apoyo en concreto.
4. En los ejemplos calculados en este artículo, el método de integración paso a paso que se ha utilizado para solucionar las ecuaciones del movimiento ha sido el de Newmark. Dicho método parte de la suposición de que la aceleración de respuesta del sistema es lineal a trozos y establece expresiones aproximadas para la primera y segunda derivada de la respuesta en desplazamientos. Se genera, de esta forma, una solución en la cual el vector del desplazamiento generalizado  $y_{i+1}$ , correspondiente al instante de tiempo  $t_{i+1}$ , se obtiene solucionando un sistema de ecuaciones algebraicas lineales utilizando las condiciones iniciales del movimiento del sistema al comienzo del incremento de tiempo  $\Delta t$  considerado.
5. Se calcula la respuesta en el tiempo  $D(t)$  del sistema con aislamiento de base, incluyendo en la ecuación (7) los  $q$  modos de vibración calculados.

Los cálculos previstos en los puntos 3, 4 y 5 del algoritmo se repiten en cada instante de tiempo utilizado en la discretización de la excitación  $[d(t), v(t)]$ .

## FORMULACION DEL PROBLEMA DE CONTROL ACTIVO

### Objetivo del control

Se plantea el problema del diseño de una ley de control que genere la fuerza de control activo  $u(t)$  a aplicar en la base de la estructura. La definición del objetivo que debe satisfacer dicha ley de control, debe examinarse a partir del comportamiento del sistema estructura-aislamiento de base en condiciones puramente pasivas. Cuando el sistema pasivo esté bien diseñado, cabe esperar que la estructura sometida a acciones sísmicas experimente una respuesta en desplazamientos relativos entre pisos muy reducida, aproximándose su comportamiento a uno de sólido rígido. Todo ello, asociado a un desplazamiento en la base que puede ser considerable. En estas condiciones, el objetivo fundamental de la utilización del sistema de control activo que actúe sobre la base es el de reducir el desplazamiento de ésta. No obstante, como puede observarse al examinar el acoplamiento entre la base y la estructura descrito por las ecuaciones (1a) y (1b), la aplicación de una fuerza sobre la base puede tener un efecto perjudicial en la estructura, aumentando sus desplazamientos relativos a la base con respecto a los experimentados en ausencia de dicha fuerza. Por tanto, la ley de control debe tratar también de acotar este efecto negativo de la fuerza de control.

En la referencia [7] se ha formulado una ley de control para una clase de sistemas mecánicos no lineales que pueden descomponerse en dos subsistemas acoplados, sobre uno de los cuales se aplican fuerzas de control activo. Bajo ciertas hipótesis, el control formulado en [7] garantiza una forma de estabilidad práctica en los términos siguientes: el estado del subsistema controlado tiende a un entorno de su estado de equilibrio arbitrariamente pequeño, mientras que el estado del subsistema acoplado (sobre el que no actúa control) tiende a otro entorno pequeño de su estado de equilibrio. El control tiene una naturaleza no lineal y adaptativa que no requiere un conocimiento previo de los parámetros del sistema, ni de la excitación exterior, por lo que es idóneo para sistemas con incertidumbres.

El problema de control estructural híbrido que se plantea en este artículo puede entenderse como perteneciente a la clase más general de problema resuelto en [7]. En este caso, el subsistema sobre el que actúa el control es la base estructural y el otro subsistema es la estructura. El objetivo del control es el de asegurar que la base tienda asintóticamente a un entorno arbitrariamente pequeño alrededor del equilibrio, al mismo tiempo que se asegura la convergencia asintótica de la respuesta estructural hacia un entorno de su estado de equilibrio.

En este apartado se particulariza la ley de control propuesta en [7] al problema concreto aquí considerado. En primer lugar, se completa la descripción del sistema con unas hipótesis requeridas por la ley de control y que permiten garantizar teóricamente el objetivo planteado. Posteriormente se formula la ley de control, se discute la estabilidad y se indican los principales aspectos a considerar para su aplicación práctica.

### Hipótesis sobre el sistema

La formulación de la ley de control requiere completar la descripción del sistema con las siguientes hipótesis:

1. La matriz de masa  $M$  se considera desconocida, pero se supone que tiene inversa y que existe una constante (desconocida)  $m$  tal que  $\|M^{-1}\| \leq m$ .
2. La masa  $m_b$  de la base se supone desconocida pero existen constantes, también desconocidas,  $m_{b1}$  y  $m_{b2}$  tales que  $m_{b1} \leq m_b \leq m_{b2}$ .
3. En ausencia de acoplamiento, el sistema  $\Sigma_r$  es asintóticamente estable.
4. Sea

$$g(t, d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) = -c_b \dot{v}(t) - k_b d(t) + [c_b + J^T C J] \dot{d}_b + [k_b + J^T K J] d_b - J^T C \dot{D} - J^T K D + f(d_b, \dot{d}_b) \quad (8)$$

Esta función incluye los efectos de amortiguamiento, rigidez, acoplamiento con la estructura, no linealidades de los apoyos y excitación exterior sobre la base, tal como los describen las ecuaciones (1). Nótese que  $g$  es una función continua en sus argumentos  $d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}$ . En cuanto al tiempo, se supone que  $g$  es medible, lo que es lo mismo que suponer que esta condición se cumple también para la excitación definida por  $d(t)$  y  $v(t)$ .  $g$  se considera desconocida, pero se supone que existe una constante desconocida  $\alpha$  y una función continua conocida  $\gamma$  tal que:

$$|g(t, d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})| \leq \alpha \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) \quad (9)$$

Puede observarse ahora cuál es la clase de incertidumbres que se considera en el sistema, ya que toda la información requerida acerca del mismo para el diseño de la ley de control es la función continua  $\gamma$ . Es interesante remarcar que incluso los parámetros de acotación  $m, m_{b1}, m_{b2}$  y  $\alpha$  son desconocidos. La función  $\gamma$  debe expresarse individualmente para cada problema de control que se quiere solucionar y más adelante se verá cómo puede formularse para el problema concreto que se estudia aquí.

### Estrategia de control

Sean  $\lambda > 0$  y  $\bar{k} > 0$  parámetros especificados. La estrategia de control se define en la forma

$$u(t) = -k(t)[d_b(t) + \dot{d}_b(t) + \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})s_\lambda(d_b + \dot{d}_b)] \quad (10a)$$

$$\dot{k}(t) = \bar{k} [|d_b(t) + \dot{d}_b(t)| + \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})]d_\lambda(d_b, \dot{d}_b) \quad (10b)$$

$$k(0) = k_0 \quad (\text{condición inicial dada}) \quad (10c)$$

Para implementarla, hay que calcular en cada instante  $t$  el control  $u(t)$  usando la ecuación (10a). Para ello se necesita resolver numéricamente la ecuación (10b) bajo la condición inicial dada (10c). En las ecuaciones (10),  $s_\lambda, d_\lambda$  son funciones definidas en la forma

$$s_\lambda(d_b, \dot{d}_b) = \begin{cases} \frac{d_b + \dot{d}_b}{|d_b + \dot{d}_b|}, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| \geq \lambda \\ \frac{d_b + \dot{d}_b}{\lambda}, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| < \lambda \end{cases} \quad (11a)$$

$$d_\lambda(d_b, \dot{d}_b) = \begin{cases} |d_b + \dot{d}_b| - \lambda, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| \geq \lambda \\ 0, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| < \lambda \end{cases} \quad (11b)$$

El paso previo esencial requerido para la aplicación de la estrategia de control es la definición de la función  $\gamma$ , que depende del sistema controlado.

### Análisis de estabilidad

Sustituyendo las ecuaciones (10) que definen la estrategia de control en las ecuaciones (1) del sistema, puede considerarse que el sistema global controlado está caracterizado por unas variables de estado  $(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}, k)$ . Puede llevarse a cabo un análisis de su estabilidad similar al desarrollado con todo detalle en la referencia [7]. A modo de resumen, aquí se presentan únicamente las principales conclusiones de dicho análisis, aplicadas al problema tratado. Para  $\lambda > 0$  y una condición inicial cualquiera del sistema, puede demostrarse que se cumplen las siguientes propiedades:

- (1)  $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t)$  existe y es finito.
- (2) El estado de la base, caracterizado por sus coordenadas  $(d_b, \dot{d}_b)$ , tiende asintóticamente a una bola de radio  $\lambda$  centrada en el cero.
- (3) El estado de la estructura, caracterizado por los vectores  $D$  y  $\dot{D}$ , tiende asintóticamente a una bola de radio proporcional a  $\lambda$ , con la salvedad de que la constante de proporcionalidad depende de los términos de acoplamiento  $CJ\dot{d}_b + KJd_b$  en la ecuación (1) y no es, por tanto, calculable usando información conocida a priori del sistema.

### Aplicación de la ley de control

Tal como se ha visto, para implementar la estrategia de control descrita es necesario definir la función  $\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})$ . Esto requiere acotar la función  $g$  expresada en la ecuación (8), como indica la expresión (9), para el tipo de sistema que se estudia en este trabajo. Considerando la solución solución  $z(d_b)$  de la ecuación (3) y también la ecuación (4), se obtiene para la función  $\gamma$  la siguiente expresión:

$$\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) = [ \dot{d}_b^2 + d_b^2 + \dot{D}_1^2 + \dots + \dot{D}_n^2 + D_1^2 + \dots + D_n^2 + 1 + z(d_b)^2 + e^{-\beta|\dot{d}_b|} ]^{1/2} \quad (12)$$

Para aplicar la ley de control es necesario fijar los valores de  $\lambda$ ,  $k_0$  y  $\bar{k}$ . Entre estos parámetros, el más importante es  $\lambda$ , que define el entorno de estabilidad y que tiene una influencia determinante en conseguir alcanzar los objetivos del control. Finalmente, hay que destacar que en los ejemplos de aplicación que se incluyen en el siguiente apartado, la medición de la respuesta sísmica de la estructura se simula numéricamente solucionando el sistema de ecuaciones (1) mediante el procedimiento descrito.

## EJEMPLOS

## Edificio con sistema de control pasivo

Se analiza un edificio como el de la Figura 2, considerando los tipos de aparatos de aislamiento de base esquematizados en la Figura 3. La estructura se modeliza como un edificio de cortante y a la base se le atribuye un sólo grado de libertad, correspondiente a la dirección horizontal, utilizándose el modelo de las ecuaciones (1).

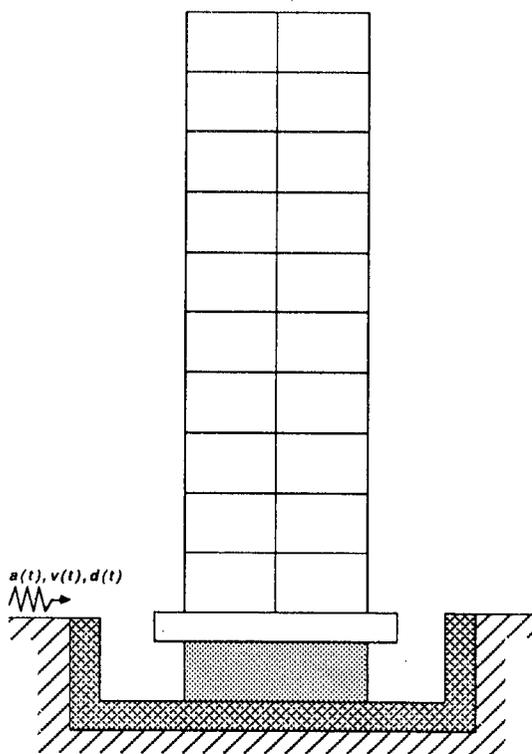


Figura 2. Modelo de edificio de cortante con aparato de aislamiento de base.

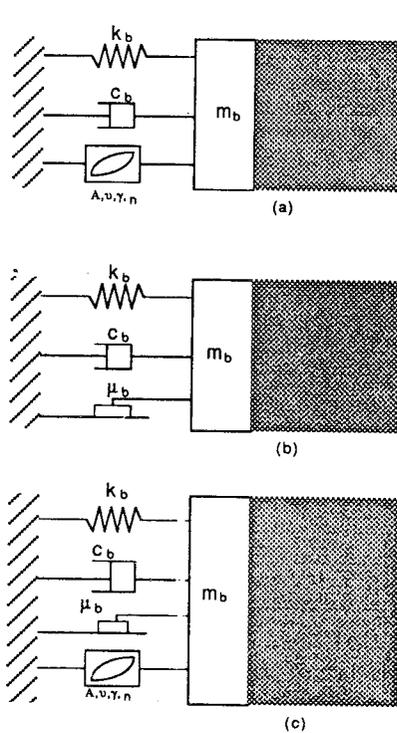


Figura 3. Sistemas de aislamiento y los parámetros que los caracterizan. (a) histerético; (b) friccional; (c) combinación de los dos.

La masa de cada una de las diez plantas, así como la de la base, es de  $6 \times 10^5$  kg. La rigidez de las columnas de la estructura varía en  $5 \times 10^7$  N/m entre plantas, desde  $9 \times 10^8$  N/m la primera hasta  $4.5 \times 10^8$  N/m la última. La fracción del amortiguamiento crítico se ha fijado en 0.05 para todos los modos de vibración de la estructura y en 0.2 para el apoyo, con lo cual queda definido el coeficiente  $c_b$ . La rigidez secante del sistema histerético de apoyo se toma como una relación entre la fuerza límite de fluencia  $f^y$  y el desplazamiento límite de fluencia  $d^y$  del material. En el análisis efectuado,  $f^y$  ha sido igual a  $1.5 \times 10^3$  N y  $d^y$  a 0.0245 m. Las constantes que definen el modelo histerético

uniaxial, cuyos valores se necesitan en las ecuaciones (3), son  $A = 1.0$ ,  $\nu = 0.5$ ,  $\gamma = 0.5$  y  $n = 1^{24}$ . El sistema de ecuaciones del movimiento (1a) correspondiente a la estructura se desacopla, considerando en el análisis los dos primeros modos de vibración. De esta manera el sistema de ecuaciones a solucionar está formado por dos ecuaciones del tipo (6) a las que se le añade la ecuación (7). El movimiento sísmico se define, en un primer ensayo numérico, como una aceleración sinusoidal del terreno  $a(t) = A \sin \theta t$ , cuya integración proporciona la velocidad  $v(t)$  y el desplazamiento  $d(t)$ . Su duración se ha considerado igual a 10 s, su amplitud es de  $3.5 \text{ m/s}^2$  y su frecuencia  $\theta$  de 10 rad/s. Los parámetros considerados para evaluar el comportamiento dinámico de la estructura con sistema de control pasivo son el desplazamiento de la base respecto al terreno y el desplazamiento del punto más alto del edificio respecto a la base.

En primer lugar se ha considerado el sistema de apoyo histerético de la Figura 3(a). En este caso, en la ecuación (1a) no se incluye la fuerza de fricción  $f_2$ . A fin de obtener valores adecuados para la rigidez  $k_b$  de la base, se ha calculado la respuesta máxima del modelo para un rango de rigideces desde una muy baja hasta una prácticamente igual a la rigidez de la primera planta, variándose la frecuencia  $\theta$  de la excitación entre cero y 60 rad/s. Se ha obtenido una serie de resultados que relacionan  $k_b$  con el desplazamiento relativo máximo y con el desplazamiento máximo de la base. Se ha seleccionado  $k_b$  aplicando el criterio de que el desplazamiento máximo de la base con respecto al terreno no exceda el tope de 30 cm y de que, al mismo tiempo, el desplazamiento relativo entre el punto más alto del edificio y la base fuera el menor posible. Los valores obtenidos de esta manera se muestran en los gráficos de las Figuras 4 y 5. Por ejemplo, para un valor  $\theta = 10 \text{ rad/s}$ , el valor que se obtiene del gráfico de la Figura 4 es  $k_b = 0.2 \times 10^8 \text{ N/m}$ , al cual le corresponde un desplazamiento máximo de la base de 25 cm y uno relativo de 5 cm, conforme a la Figura 5.

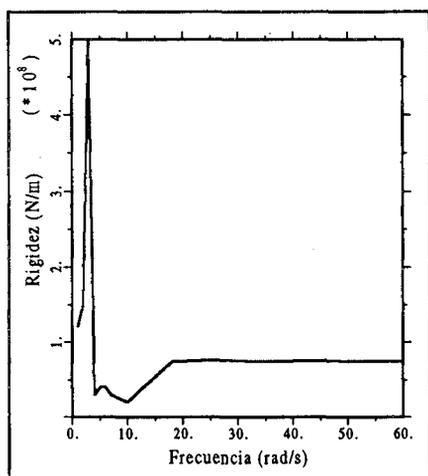


Figura 4. Influencia de la frecuencia de la excitación en la rigidez adicional de la base.

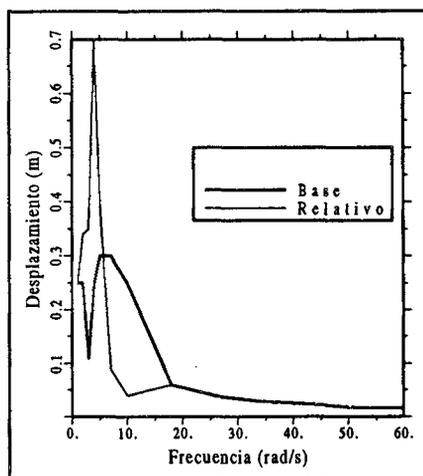


Figura 5. Máximo desplazamiento relativo y de la base representado en función de  $\theta$ .

Para el modelo del aparato de apoyo definido de esta manera, se presenta la respuesta en el tiempo en la Figura 6, que muestra la variación tanto del desplazamiento relativo como del de la base. En la Figura 7 puede verse el comportamiento del modelo histerético del sistema de aislamiento, definido por las ecuaciones (2) y (3).

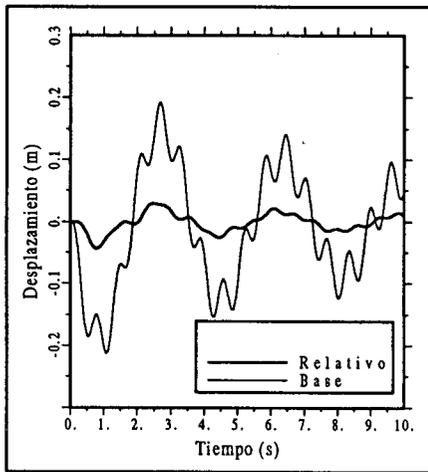


Figura 6. Historia de las respuestas en el tiempo.

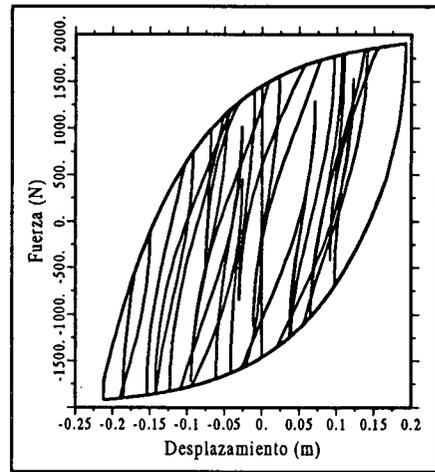


Figura 7. Comportamiento histerético del aislamiento.

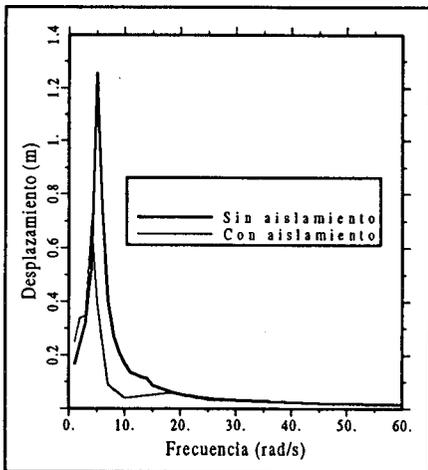


Figura 8. Variación frecuencial del desplazamiento en el punto más alto del edificio.

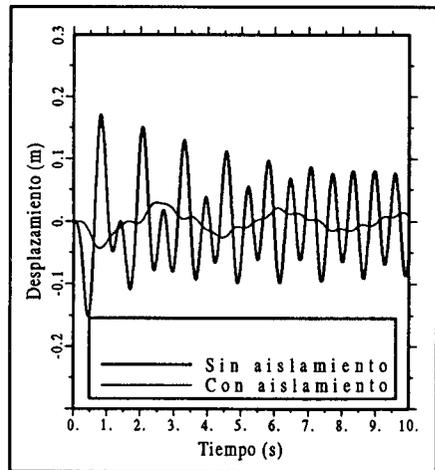


Figura 9. Variación en el tiempo del desplazamiento en el punto más alto del edificio.

Una comparación entre el comportamiento de la estructura con la base aislada y una de las mismas características pero sin aislamiento en la base puede verse en la Figura 8. El parámetro analizado es el desplazamiento del punto más alto del

edificio. Puede observarse la eficacia del aislamiento de base para todo el rango de frecuencias considerado en el estudio. En la Figura 9 se representa la variación en el tiempo del desplazamiento del punto más alto del edificio, sin y con aislamiento, para la excitación sinusoidal, considerando una frecuencia de excitación de 10 rad/s. Se observa una reducción de los valores máximos de los desplazamientos en los puntos más altos de la estructura de alrededor de 70%.

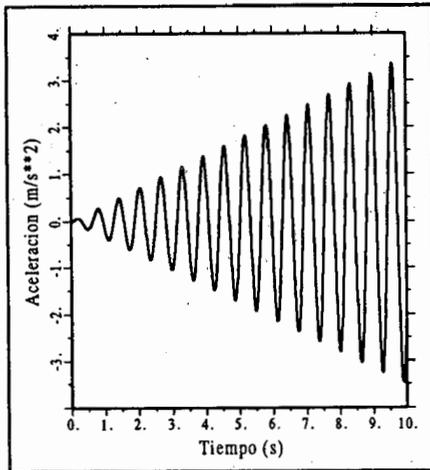


Figura 10. Aceleración sinusoidal de amplitud creciente.

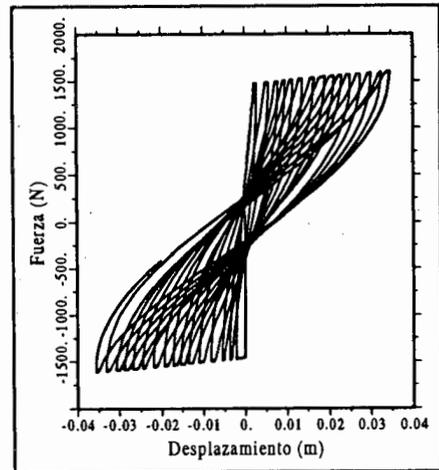


Figura 11. Comportamiento del aislamiento para la excitación de la figura 10.

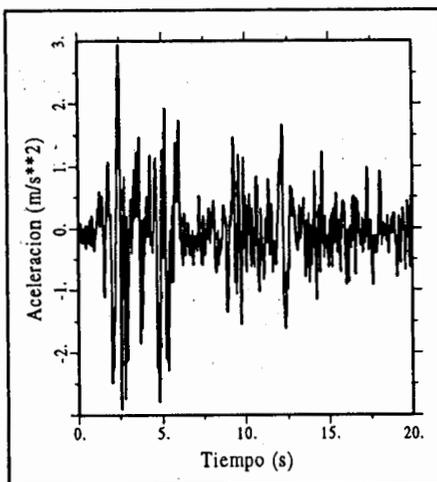


Figura 12. Componente N-S del terremoto de El Centro (California), 1940.

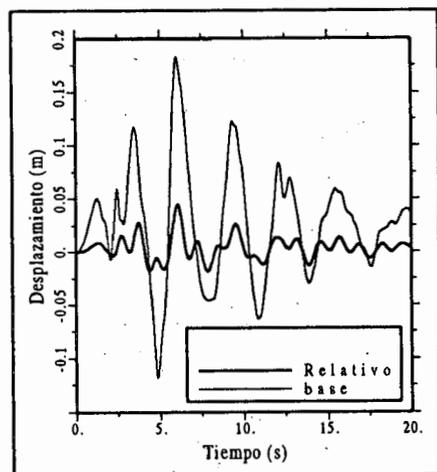


Figura 13. Desplazamiento relativo y de la base debido al terremoto de El Centro.

En la Figura 10 se muestra una aceleración sinusoidal del terreno, de amplitud variable, que se aplica a la estructura aislada a fin de calcular la variación de la fuerza restitutiva que se produce en el aislamiento histerético en función del desplazamiento de la base. Dicha variación puede verse en la Figura 11. En la Figura 12 se muestra la componente N-S del terremoto de El Centro (California, 1940), que se considera como acción sobre el sistema aislado. La variación en el tiempo del desplazamiento relativo de la estructura y de su desplazamiento en la base puede verse en la Figura 13. En la Figura 14 se considera, el caso de un sistema de aislamiento de fricción [(véase la Figura 3(b))] y se describe, para una excitación sinusoidal, la variación en el tiempo de su desplazamiento relativo y de la base. En la Figura 15 se soluciona el mismo problema, pero para el caso del sistema de apoyo mixto de la Figura 3(c).

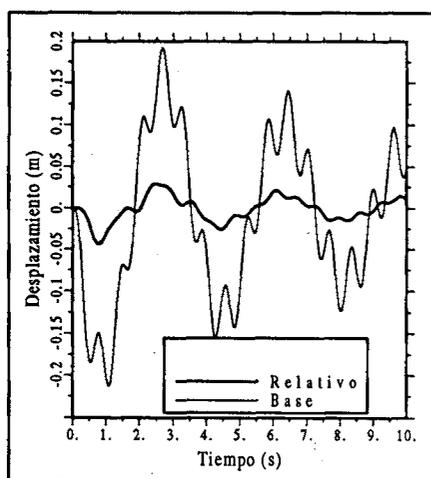


Figura 14. Respuesta en desplazamientos para un sistema de fricción.

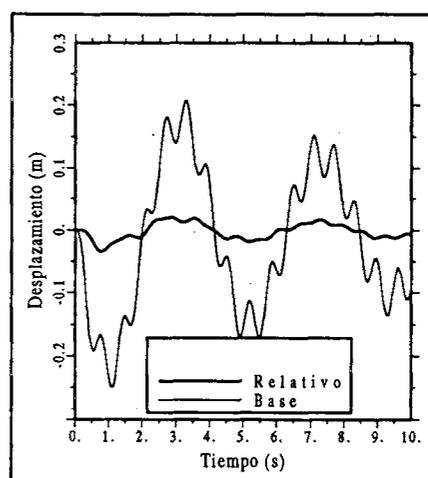


Figura 15. Respuesta en desplazamientos para un sistema combinado.

### Edificio con sistema de control híbrido

La bondad del comportamiento dinámico de la estructura con sistema de control híbrido se ha evaluado utilizando los mismos parámetros: el desplazamiento absoluto de su base y el desplazamiento relativo de su punto más alto respecto a la base. Se ha efectuado una primera comparación del sistema pasivo con el híbrido, considerando un modelo con un solo grado de libertad, de masa  $6 \times 10^5$  kg y rigidez  $9.6 \times 10^8$  N/m. La masa de su base también es de  $6 \times 10^5$  kg, mientras que su rigidez se ha considerado de  $1.184 \times 10^7$  N/m. Las características del aparato de apoyo son las mismas que en el caso del apartado anterior. El análisis se ha efectuado para un rango de frecuencias comprendido entre 0 y 60 rad/s. Algunos resultados de esta comparación pueden verse en las Figuras 16 y 17. Otra comparación, ahora en el tiempo, entre el modelo con un grado de libertad (1 GL) con sistema de control pasivo e híbrido puede verse en las Figuras 18 y 19.

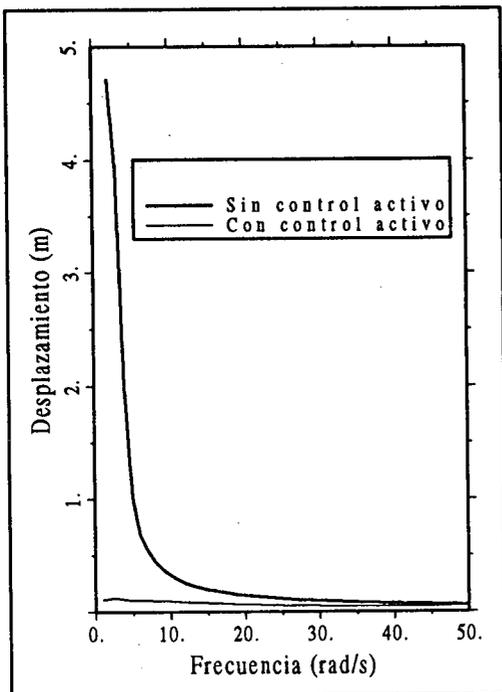


Figura 16. Desplazamiento absoluto de la base - variación con la frecuencia.

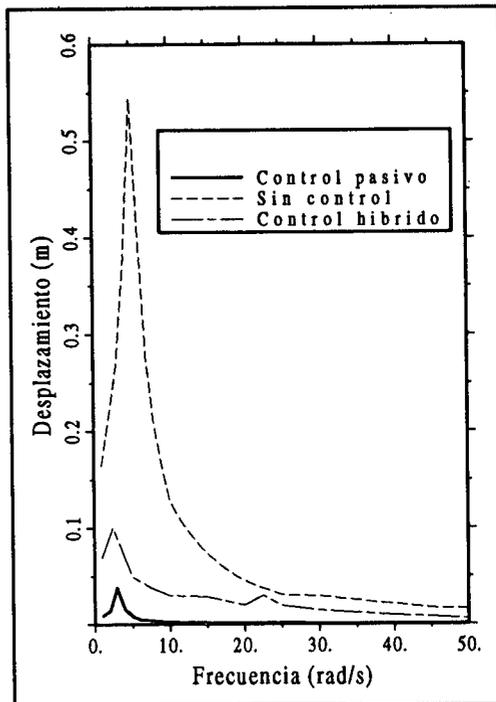


Figura 17. Desplazamiento relativo en función de la frecuencia.

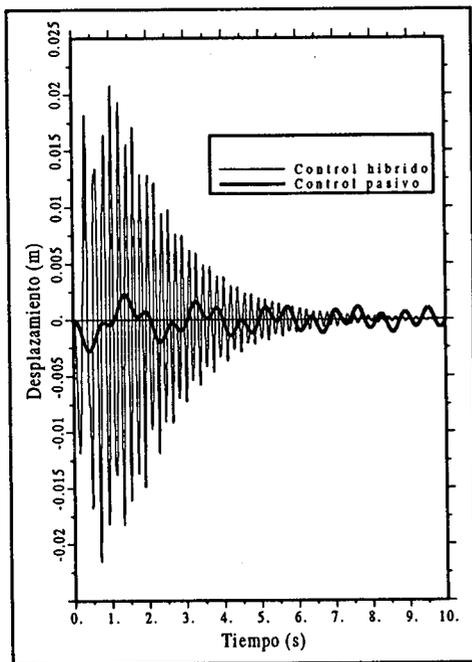


Figura 18. Desplazamiento relativo de un modelo con 1 GL.

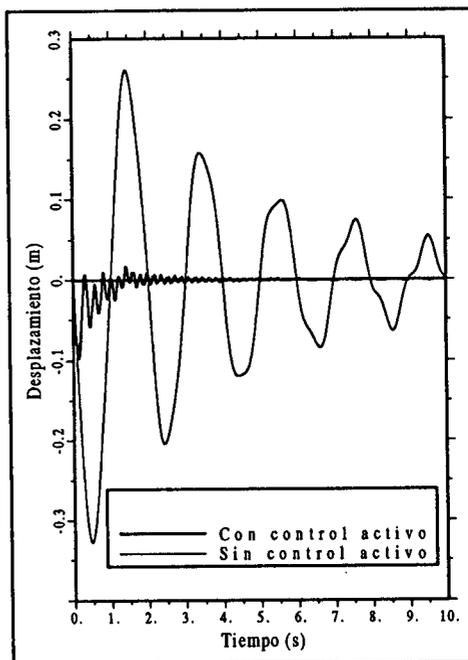


Figura 19. Desplazamiento absoluto de la base - modelo con 1 GL.

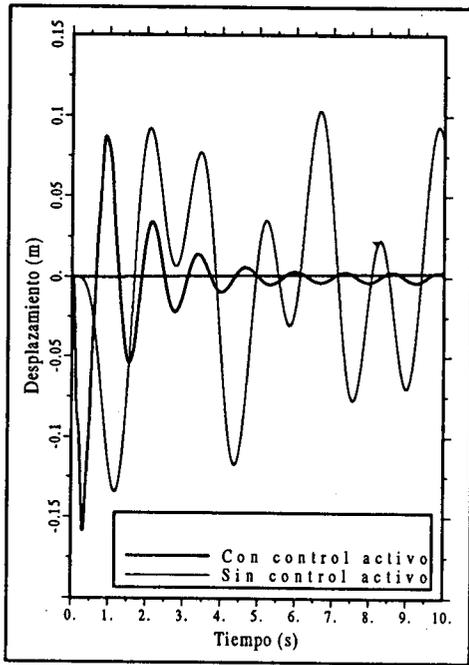


Figura 20. Variación en el tiempo del desplazamiento relativo - modelo con 10 grados de libertad.

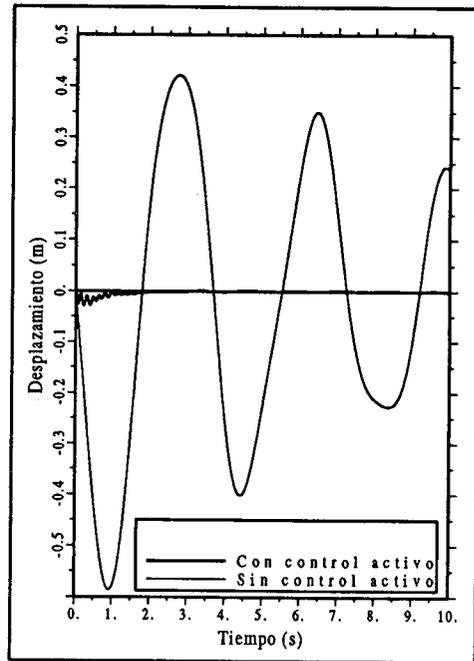


Figura 21. Variación en el tiempo del desplazamiento absoluto de la base - modelo con 10 grados de libertad.

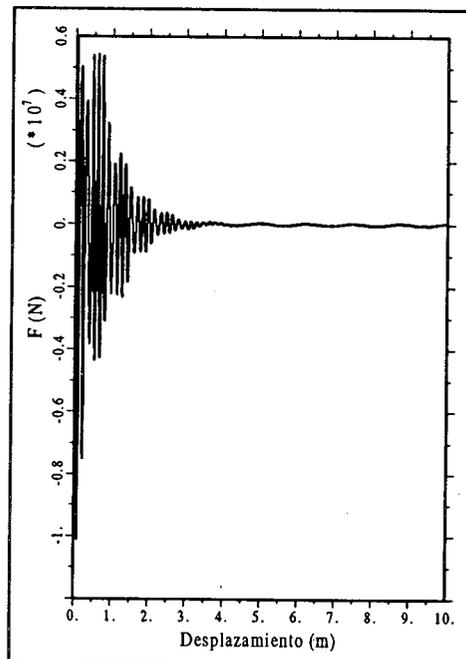


Figura 22. Variación en el tiempo de la fuerza de control.

Como un segundo ejemplo se ha solucionado el edificio de 10 plantas con sistema de control pasivo descritos en el apartado anterior. La consideración de un sistema activo que produce fuerzas de control sobre la base, lleva a un sistema híbrido del tipo indicado en la Figura 1. Las Figuras 20, 21 y 22, proporcionan algunos resultados de simulación de la respuesta de este edificio, sometido a una excitación con una frecuencia de 4 rad/s, que es la más desfavorable. Puede apreciarse el mejor comportamiento del sistema híbrido frente a la mencionada frecuencia.

## CONCLUSIONES

En este artículo se ha propuesto un sistema de control híbrido no lineal para estructuras de edificación que combina un sistema pasivo de aislamiento de base con uno de control activo. Como aislamiento de base se han considerado los dos principales tipos utilizados hoy en día: los de elastómeros y los de fricción. Si éstos se combinan adecuadamente entre sí, puede disponerse de una serie de apoyos antisísmicos no lineales de mucho interés práctico. Se ha supuesto que la estructura tiene un comportamiento lineal, justificado por la reducción de la respuesta debida a la utilización del sistema de control. Por consiguiente, en la simulación numérica de la respuesta estructural se ha utilizado el desacoplamiento modal, incluyéndose un número reducido de modos de vibración. A las ecuaciones obtenidas de esta manera se les ha añadido la ecuación no lineal correspondiente a la vibración de acuerdo con el único grado de libertad considerado para la base aislada. El algoritmo utilizado permite una buena simulación del comportamiento de este modelo estructural, tanto para apoyos histeréticos como para friccionales. Al analizar los resultados numéricos obtenidos, se observa una importante disminución de la respuesta del modelo para los dos tipos de aislamiento antisísmico y para todo el rango de frecuencias de excitación considerado.

El sistema de control activo aplica sobre la base de la estructura una fuerza calculada en base a una ley de control adaptativo. Esta garantiza una forma de estabilidad, a pesar de que no requiere el conocimiento previo de las características estructurales ni de las de la excitación. La fuerza de control activo reduce significativamente el desplazamiento de la base de la estructura. Al aplicar dicha fuerza únicamente sobre la base, la respuesta del edificio puede empeorar ligeramente en comparación con la del caso en que se utiliza un sistema de control puramente pasivo, ya que la tendencia de vibración de la estructura se aleja de la de un sólido rígido. No obstante, la estrategia de control garantiza el mantenimiento de la respuesta del edificio dentro de unos límites adecuados. En conjunto, se puede apreciar una mejora del comportamiento de la estructura con el sistema de control híbrido propuesto, conclusión que es especialmente importante en el caso de excitaciones con frecuencias predominantes en el rango de la respuesta máxima de la estructura con control pasivo.

## REFERENCIAS

1. B.A. Kirikov, *History of Earthquake Resistant Construction*, Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (CSIC), Madrid, (1992).

2. J.M. Kelly, "Aseismic base isolation: Review and bibliography", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 5, no. 3, (1986).
3. I. G. Buckle, y R. L. Mayes, "Seismic isolation: History, application and performance — A world view", *Earthquake Spectra*, Vol. 6, no. 2, (1990).
4. L. Jané, y A. H. Barbat, "Estructuras de edificación con aislamiento antisísmico", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, monografía CIMNE-13, (1992).
5. T. T. Soong, *Active Structural Control*, Longman Scientific & Technical, Burnt Mill, Harlow, England, (1990).
6. J. Rodellar, A. H. Barbat y J. M. Martín Sánchez, "Predictive control of structures", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 113, no. 6, pp. 797-812, (1987).
7. J. Rodellar y E. P. Ryan, "Adaptive control of uncertain coupled mechanical systems", 12th *IFAC World Congress*, Sydney, Australia, (1993).
8. J. T. P. Yao, "Concept of structural control", *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 98, no. 7, pp. 1567-1574, (1972).
9. A. M. Reinhorn, "Hybrid systems — combined passive and active control", *Forum on structural applications of protective systems for earthquake hazard mitigation*, The National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York, Buffalo, N.Y., (1987).
10. J. M. Kelly, G. Leitmann y A. G. Soldatos, "Robust control of base-isolated structures under earthquake excitation", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 53, no. 2, pp. 159-180, (1987).
11. J. Inaudi, F. López-Almansa, J. Rodellar y J. M. Kelly, "Control activo de estructuras con aislamiento de base", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 8, no. 2, pp. 177-190, (1992).
12. J. Inaudi y J. M. Kelly, "A simple active isolation scheme", *Eighth VPI & SU Symposium on Dynamics and Large Structures*, Blacksburgh, VA, pp. 219-231, (1991).
13. M. A. Riley, A. M. Reinhorn y M. C. Constantinou, "Active control of absolute motion in sliding systems", *Eighth VPI & SU Symposium on Dynamics and Large Structures*, Blacksburgh, VA, pp. 243-255, (1991).
14. S. Nagarajaiah, A. M. Reinhorn y M. C. Constantinou, 3D-BASIS — Nonlinear Dynamic Analysis of Three - Dimensional Base Isolated Structures: Part II, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Technical Report *NCEER*, no. 91, -0005, February (1991).
15. D. Way y V. Jeng, "NPAD - A computer program for the analysis of base isolated structures", *ASME Pressure Vessels and Piping Conference*, Pennsylvania, *PVP* no. 147, pp. 65-94, (1988).
16. L. Su, G. Ahmadi, e I. G. Tadjbakhsh, "A comparative study of performances of various base isolation systems, Part I: Shear beam structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp. 11-32, (1989).
17. J. Lubliner, *Thermomechanics of deformable bodies*, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, (1985).
18. M. S. Gadala, "Unified numerical treatment of hyperelastic and rubber - like constitutive laws", *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol. 7, pp. 581-587, (1991).
19. Y.-K. Wen, "Method for random vibration of hysteretic systems", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 102, pp. 249-263, (1976).
20. S. Nagarajaiah, A. M. Reinhorn y M. C. Constantinou, Nonlinear Dynamic Analysis of Three - Dimensional Base Isolated Structures (3D-BASIS), National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Technical Report *NCEER*

- no. 89-0019, August (1989).
21. P. E. Pinto, y I. Vanzi, "Base-isolation: Reliability for different design criteria", *Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 4, pp. 2033-2038, Madrid, (1992).
  22. Structural Engineering Association of California, "Tentative general requirements for the design and construction of seismic isolated structures", Appendix II of *Recommened Lateral Force Requirements and Commentary Blue Book*, California, (1990).
  23. R. Codina, "A Finite Element Model for Incompressible Flow Problems", Tesis Doctoral, Universidad Politécnic de Cataluña, Barcelona, (1992).
  24. A. H. Barbat, N. Molinares y J. A. Canas, "Simulación de sistemas de apoyo antisísmico con comportamiento no lineal", Segundo Congreso *Métodos Numéricos en Ingeniería*, La Coruña, (1993).