

# La validez del modelo rank-size

por HORACIO CAPEL

El modelo *rank-size*, u orden-tamaño (1), trata de uno de los aspectos del sistema urbano, el que hace referencia a las relaciones entre las características que poseen los elementos, o núcleos urbanos, del sistema (2). Las características que en el modelo se relacionan son concretamente las de la población total de las ciudades. Se trata, pues, de un modelo de tipo vertical, tomando esta expresión en el sentido en que la utiliza Garner (GARNER, 1967), ya que en su formulación más clásica no aparece explícita la componente espacial.

El modelo expone de forma precisa la relación existente en cualquier área entre un reducido número de grandes ciudades, un número algo mayor de ciudades medias y una cifra más elevada de pequeños núcleos. De manera concreta, el modelo orden-tamaño establece una relación entre el tamaño de la ciudad mayor de un país y las restantes ciudades del sistema urbano de dicho país. En su formulación más conocida la regla afirma que si se ordenan las ciudades de un país según el orden decreciente de su población, el tamaño de cualquier ciudad de orden «r» aparece relacionado con el de la ciudad mayor, de orden 1, de acuerdo con la fórmula  $P_r = P_p/r^q$ , en la que « $P_r$ » es la población de la ciudad de orden o rango «r», « $P_p$ » la población de la ciudad primate o ciudad más poblada y «q» un exponente que ha de ser de valor 1 o cercano a la unidad para que la regla se cumpla. Es decir, que la segunda ciudad del país poseerá una población 1/2 la población de la primera; la tercera, una población 1/3, y así sucesivamente. Inversamente, conocida la población de una ciudad y la de la ciudad más poblada puede deducirse el orden que le corresponde.

La relación puede establecerse en un gráfico logarítmico en el que el eje de las ordenadas representa el logaritmo de la población y el de las abcisas el logaritmo del orden de las ciudades. En este caso,  $\log P_r = \log P_p - q \log r$ .

(1) En la bibliografía española la expresión *rank-size* ha sido traducida de diferentes formas: «orden-tamaño» en la edición que realizamos de la *Geografía de los centros de mercado y de la distribución al por menor*, de B. BERRY; «regla del tamaño del rango» en la de los *Métodos de análisis regional* de ISARD, traducida por el Departamento de Teoría Económica de la Universidad de Barcelona; y «rango-tamaño» en la de HAGGET-CHORLEY, realizada por el Instituto de Administración Local.

(2) Empleamos aquí la expresión «sistema urbano» en el sentido concreto que le da BRIAN J. L. BERRY: «Un sistema es un conjunto de objetos (por ejemplo centros urbanos), *características de dichos objetos* (población, establecimientos, tipos de empresas), *interrelaciones entre los objetos* (asentamiento de los centros inferiores en los lugares intermedios, distribución espacial uniforme en un nivel dado) y *entre las características* (los gráficos de relaciones logarítmicas) e *interdependencias entre los objetos y sus características* (la jerarquía de lugares centrales).» (Berry, 1967, págs. 98-99).

El exponente  $q$  de la fórmula expresa la pendiente de la curva resultante en el gráfico, cumpliéndose la regla cuando el valor de este exponente es aproximadamente igual a  $-1$ .

Las investigaciones realizadas sobre las distribuciones orden-tamaño han puesto de manifiesto que no siempre la curva presenta la disposición regular indicada por el modelo, aunque sean no menos numerosos los casos que parecen confirmarlo. Esta constatación ha servido para realizar fructíferas investigaciones sobre las características y los rasgos diferenciales de los sistemas urbanos. El objeto de la presente nota es el de presentar a los lectores de nuestra revista las aportaciones bibliográficas fundamentales acerca de este problema, exponiendo sucesivamente 1) la elaboración del modelo; 2) las investigaciones que llevaron al descubrimiento de sus insuficiencias y de las contradicciones que presenta con otras teorías geográficas; 3) la relación entre las distribuciones orden-tamaño y los niveles de desarrollo económico; 4) el problema de los datos utilizados; y 5) la nueva interpretación del modelo que permite explicar adecuadamente las deficiencias observadas.

### La elaboración del concepto

La popularización del concepto procede de la obra de Zipf *National Unity and Disunity*, publicada en 1941, si bien existen precedentes anteriores que han sido repetidamente señalados, aunque no aparezcan citados en la obra de Zipf.

La primera investigación sistemática sobre la relación entre el tamaño y el orden fue realizada por el geógrafo alemán F. Auerbach en 1913 en un trabajo sobre las leyes que rigen la concentración de la población. En dicho trabajo propuso una ley según la cual «el número de núcleos de población se encuentra en relación inversa a su población mínima», investigando luego la validez de esta ley en diversos países y encontrando confirmación de la misma (ROSIK, 1966).

La obra de Auerbach halló eco en los Estados Unidos donde en 1924 un estadístico, Alfred J. Lotka, aplicó sus ideas a las ciudades norteamericanas, observando que la distribución de frecuencias que aparece en la regla orden-tamaño no es más que el tipo XI de Pearson.

Dos años más tarde Ernest P. Goodrich aplicó igualmente las mismas ideas. Y en 1936 otro estadístico, el estudiante alemán H. W. Singer, que trabajaba en Cambridge con Colin Clark, vio que la ley de la distribución de las rentas de Pareto ( $Y = aX^{-n}$ ) expresaba bastante bien la clasificación de las ciudades según tamaños (cit. por ROSIK, 1966, y por CLARK, 1968). Los franceses, por su parte, acostumbran a citar la obra de R. Gibrat como un claro precedente de la formulación de Zipf (por ej. GUYOT, 1968; DERYCKE, 1970).

Independientemente de estas investigaciones apareció la preocupación por las ciudades primates. Desde 1931 el geógrafo norteamericano Mark Jefferson abordó el problema de las relaciones entre las ciudades millonarias y sus áreas de influencia. Poco después, en 1939, trató de generalizar a partir de sus investigaciones y de formular una ley de las ciudades primates, es decir de aquellas ciu-

dades que destacan sobre todas las otras del país por su tamaño e influencia. Estudió la población de las tres mayores ciudades de 51 países y expresó dicha población en porcentajes respecto a la mayor, observando que en 28 de los países estudiados la ciudad mayor era más de dos veces superior a la siguiente, y en 18 era más de tres veces superior. Jefferson atrajo la atención sobre este hecho y lo puso en relación con la extensión de las áreas de influencia y con el nacionalismo: «el nacionalismo cristaliza en ciudades primates», concluyó.

Pero fue G. K. Zipf el que en la obra antes citada estudió sistemáticamente las regularidades orden-tamaño, ejerciendo una influencia decisiva para popularizar el concepto. Considerando las ciudades como un sistema dentro de cada país, observó que al ordenarlas de acuerdo con sus tamaños decrecientes existía una clara relación entre el tamaño de la ciudad mayor y el de cualquier ciudad de orden «n»: la población de ésta sería  $1/n$  la población de la ciudad mayor. Para Zipf este hecho es resultado de una situación de equilibrio entre las fuerzas unificadoras y las fuerzas diversificadoras que actúan sobre el sistema urbano de cada país: las primeras tienden a concentrar la población para minimizar el coste de transporte, mientras que las segundas tienden a la división de la población en comunidades autárquicas situadas junto a las fuentes de materias primas. El razonamiento ha sido considerado insuficiente por Berry y Garrison (BERRY-GARRISON, 1958), pero, de hecho, ha sido el único existente para explicar tales regularidades hasta fecha muy reciente.

A partir de la obra de Zipf las referencias a la regla orden-tamaño se multiplican. El mismo año 1941 Jonh K. Wright cita ya la obra de Zipf en un artículo publicado en la «Geographical Review». De forma más amplia, Jonh Q. Stewart en un artículo publicado en la misma revista y titulado *Empirical Mathematical rules concerning the distribution and equilibrium of population*, intenta comprobar la validez del modelo a través del tiempo, analizando la relación orden-tamaño en las ciudades estadounidenses de más de 2.500 habitantes desde 1790 a 1940, y en las de más de cien mil habitantes de todo el mundo en 1930. Los resultados a que llega son totalmente positivos, sobre todo en lo que se refiere a Estados Unidos. Stewart cita diversos trabajos que ponen de manifiesto que la aplicabilidad de la regla orden-tamaño no está limitada al campo urbano. La referencia a un trabajo de Boltzmann sobre la distribución de energía entre las moléculas de un gas en equilibrio termodinámico, le permite suponer que la distribución orden-tamaño se da cuando existe un equilibrio entre elementos concurrentes. Idea esta del equilibrio que se aproxima, como podemos ver, a la interpretación dada por Zipf.

## La evidencia de las contradicciones

Los años 1950 son los de la popularización del modelo entre geógrafos y economistas. Estos últimos empiezan a utilizarlo en sus estudios sobre problemas espaciales y a proponer su empleo para la realización de proyecciones de la población urbana (ISARD, 1956, 1960), llegando incluso, por parte de algún especialista en métodos operativos a intentar realizar estimaciones de los costos

de diversos servicios a partir de las regularidades orden-tamaño de las áreas metropolitanas (WEISS, 1961). Pero son también los años en que empiezan a descubrirse las insuficiencias del modelo y su contradicción con otras teorías geográficas aceptadas.

La primera evidencia de las dificultades planteadas se puso de manifiesto en 1953 en el estudio de Jonh Brush sobre la jerarquía urbana de los lugares centrales en Wisconsin (BRUSH, 1953). Este autor intentó utilizar la regla orden-tamaño para establecer una jerarquía de los núcleos de poblamiento y, más concretamente, para comprobar si existía alguna ruptura que le permitiera distinguir entre pequeños y grandes núcleos de poblamiento. El análisis del gráfico logarítmico correspondiente no le permitió llegar a ninguna conclusión, por lo que se vio obligado a utilizar otros criterios para conseguir su objeto.

En 1954 Carl H. Madden en una comunicación presentada en la reunión anual de la «Population Association of America», publicada al año siguiente (MADDEN, 1955), elaboró y analizó las distribuciones orden-tamaño de las ciudades estadounidenses en los diecisiete censos posteriores a 1790. Ese mismo año el estadístico G. R. Allen alude nuevamente a la relación entre la distribución orden-tamaño y la ley de Pareto (ALLEN, 1954) que ya había sido descubierta dos decenios antes por H. W. Singer.

La polémica que mantuvieron en 1955 los economistas Rutledge Vining y Edgar M. Hoover desde las páginas de la revista «Economic Development and Cultural Change» de Chicago significó, tras la breve alusión anterior de Brush, el primer intento serio de comprobar el modelo orden-tamaño con las teorías de Christaller, que entonces comenzaban a estar ampliamente difundidas en Estados Unidos. Las contradicciones proceden esencialmente del hecho de que mientras el modelo orden-tamaño postula una curva descendente uniforme en el tamaño de las ciudades, la teoría de Christaller supone una serie de niveles que agrupan a ciudades de diferente tamaño. R. Vining en su trabajo sobre la descripción de ciertos aspectos espaciales de los sistemas económicos (VINING, 1955) estudió 157 áreas urbanizadas norteamericanas en 1950, comprobando la validez de la regla orden-tamaño: Cleveland y Seattle, por ejemplo, poseían una población  $1/10$  y  $1/20$  la de Nueva York, tal como cabía esperar de los órdenes respectivos de estas ciudades. Relacionó luego la distribución orden-tamaño de las ciudades estadounidenses con la distribución de densidades de población en las áreas de influencia de ciertas metrópolis según la distancia a la metrópoli más próxima, observando la existencia de gradientes de densidad semejantes a los expresados por la regla orden-tamaño. Todo ello indica, según ese autor que «el sistema de la población en Estados Unidos o en cualquier gran área poblada aparece como un sistema interconectado de centros», lo cual es también postulado por la teoría de Christaller, en aparente contradicción con la regla orden-tamaño. En la crítica que Hoover realizó del anterior trabajo (HOOVER, 1955) se analiza ampliamente esta contradicción, defendiéndose la idea de que quizás sea más aparente que real. Hoover cree que «el sistema de Christaller supone automáticamente una serie de ciudades tributarias ordenadas según la regla orden-tamaño». Esto queda claro si se sitúa gráficamente en un sistema

de coordenadas el área regional de cada clase de ciudades frente a la mediana del tamaño de cada una de las clases, apareciendo entonces una curva de Pareto; para Hoover lo que se encuentra implícito en la teoría de Christaller es, sobre todo, una relación entre el tamaño y el orden de las áreas tributarias de las ciudades.

Este mismo problema de la contradicción existente entre la teoría de Christaller y la regla orden-tamaño fue apuntado igualmente por Charles T. Stewart en un artículo sobre *The size and spacing of cities* (STEWART, 1958), en el que se tratan de reconciliar las dos líneas de investigación. Stewart parte de la idea, apuntada ya previamente por Hoover, de que «la regla orden-tamaño es un hallazgo empírico, y no una estructura lógica [como es el caso de la teoría de los lugares centrales]. Pero su verificación empírica sugiere que existe una estructura lógica subyacente». Es esta estructura la que en el trabajo se intenta precisamente poner de manifiesto. En él se examinan las cinco primeras ciudades de 72 países para ver si se acomodan a la regla orden-tamaño. La conclusión es bastante negativa, ya que en la relación de la segunda ciudad respecto a la primera de cada país no existe predominio de la relación 1/2, como cabía esperar según el modelo; la relación más alta era 1/17 en Uruguay y la mediana de todos los países estudiados 1/3,25. En varios grandes estados se realizan subdivisiones comprobando que seguían sin adaptarse al modelo. Ante estos resultados, el autor piensa que para que la regla orden-tamaño se cumpla es preciso que la región a que se aplica sea completa, es decir, no forme parte de una región más amplia: «las áreas a las que la regla orden-tamaño puede ser aplicada pueden ser definidas en términos de su autosuficiencia, medida ésta por la relación de su comercio exterior respecto al comercio total; si la relación es menor de 10 %, como ocurre en los Estados Unidos y la U.R.S.S., no hay duda de que la regla puede ser aplicada». En las conclusiones de su trabajo vuelve a insistir nuevamente en esta idea, afirmando que «la regla describe mejor la realidad en áreas amplias y heterogéneas que en áreas pequeñas y homogéneas en las que el tamaño, la distribución y las funciones de las ciudades están más estrechamente interconectados».

La contradicción entre la teoría de Christaller y el modelo orden-tamaño fue también tratada en estos años, junto con otros aspectos del modelo, por Brian J. L. Berry y William Garrison en su artículo *Alternate explanations of urban ranksize relationships* (BERRY-GARRISON, 1958) y por Martin Beckmann en su *City hierarchies and the distribution of city sizes* (BECKMANN, 1958). Los primeros encuentran que no hay grandes diferencias entre el modelo de Zipf y el de Christaller, aunque la teoría de este último es más amplia que la del primero. Christaller propone, en una red  $k = 3$ , una estructura urbana jerárquica en la que el número de ciudades aumenta de un nivel a otro según una progresión geométrica: 1 ciudad primate de población  $k$  ( $r = 1$ ); 3 ciudades de población  $k/3$  ( $r = 2$ ); 9 de población  $k/9$  ( $r = 3$ ); 27 de población  $k/27$  ( $r = 4$ ), etc... Para comparar los dos sistemas Berry y Garrison toman cada nivel como indicador del orden, es decir, como  $r = 1, 2, 3$ , etc..., y la población como  $k, k/3, k/9$ , etc... Su conclusión es la de que «al nivel de los juicios intuitivos de las nociones

básicas, los dos esquemas parecen muy semejantes», con tal de que se considere el modelo de Christaller desde el punto de vista de la regularidad orden-tamaño de clases jerárquicas de tamaños de ciudades. Beckmann, por su parte, pone de manifiesto que si se acepta que en cada uno de los niveles discretos de la jerarquía urbana de Christaller y Losch la población de los centros no es homogénea sino que puede oscilar aleatoriamente en torno al valor medio correspondiente a dicho nivel, y si se ordenan luego los centros en orden decreciente, puede reconocerse claramente una distribución orden-tamaño.

Alguna de las ideas de este último autor fueron criticadas por F. T. Moore poco después (MOORE, 1958). De todas maneras lo más interesante del trabajo de este autor es el intento de calcular el valor del exponente «q» de la fórmula clásica a partir de la misma y para varios años y diversos países. Una de las más interesantes conclusiones es la de que parece existir una tendencia a la disminución de los valores de «q» con el tiempo: en Estados Unidos pasan de 0,95 en 1890 a 0,90 en 1950 y en la Unión Soviética de 0,76 en 1926 a 0,67 en 1950. Ello significa, según este autor, que «las pequeñas ciudades crecen más rápidamente, de forma que las diferencias entre las ciudades están disminuyendo.» En este trabajo Moore concluye que la fórmula de la regla orden-tamaño con  $q = 1$  es insatisfactoria para predecir el tamaño de las ciudades, aunque pueden obtenerse algunas ventajas derivando el valor «q» de los datos que se manejen; en estos casos los valores obtenidos serán, en general, menores de 1. De todas formas, advierte que si bien las mejoras así conseguidas son suficientes para hacer el método útil, ello depende del margen de error que pueda permitirse por otras consideraciones del problema.

Pero la crítica fundamental al trabajo de Beckmann ha sido realizada muy recientemente por Jonh B. Parr en su artículo *City hierarchies and the distribution of city size: a reconsideration of Beckmann's contribution* (PARR, 1969). Según Beckmann existe, como vimos, una ciudad media representativa de cada nivel de la jerarquía, en torno a la cual oscilan los valores de población de las otras del mismo nivel; Beckmann intenta demostrar que si se multiplica el orden de esa ciudad según su nivel jerárquico por su tamaño, el producto será aproximadamente igual a una constante, lo cual demuestra la compatibilidad del sistema de lugares centrales con el modelo orden-tamaño. La crítica de Parr se basa en el hecho de que Beckmann comete un error al clasificar las ciudades según su tamaño, confundiendo la secuencia de ciudades con la de áreas de mercado en un sistema de lugares centrales. Según Beckmann la secuencia de ciudades según tamaños a partir de la mayor es  $k^0, k^1, k^2, k^3 \dots k^{n-1}$  ( $k=s$  en la notación de Beckmann), lo cual es correcto para las áreas de mercado pero no para las ciudades: «este error referente a la secuencia de los tamaños de ciudades conduce inevitablemente a otros errores en la ordenación de ciudades». A continuación Parr, tras corregir el error, intenta ver si es posible conciliar la teoría de los lugares centrales y el modelo orden-tamaño, aceptando los principios esenciales en que se basa Beckmann de distribución geoméricamente uniforme de ciudades, la existencia de un factor constante de proporcionalidad —que sin embargo no es aceptado por M. F. Dacey (DACEY,

año 1966) — y la acción de influencias aleatorias. Su conclusión es que «el sistema de lugares centrales basado en el factor  $k$  de proporcionalidad constante no es compatible con una distribución orden-tamaño en la que  $q=1$ », ni tampoco con distribuciones en las que « $q$ » sea distinto a la unidad. Cabría pensar sin embargo, supone Parr, que pueda existir en cada nivel de la jerarquía otras ciudades distintas a las seleccionadas por Beckmann y para cuya población sea válida la regla orden-tamaño. Su investigación muestra que, efectivamente, «la función orden-tamaño es válida respecto a las ciudades finales de cada clase de tamaños en un sistema de lugares centrales». A pesar de todo, indica Parr, «aun suponiendo que el sistema de lugares centrales pueda ser *descrito* en términos de orden-tamaño, no por ello debe deducirse que dicho sistema sea *compatible* con la distribución orden-tamaño», ya que un punto esencial en el trabajo de Beckmann es la introducción del elemento aleatorio que permite seleccionar la ciudad central en cada nivel de la jerarquía, mientras que no existe ningún argumento teórico que permita justificar la selección de la ciudad en el extremo de dicho nivel.

Las investigaciones más numerosas, y al mismo tiempo esenciales, sobre el modelo orden-tamaño proceden, como hemos visto, de Estados Unidos, país en el que prácticamente se elaboró y desarrolló el concepto. De todas maneras, en la década de los años 60 y bajo la influencia de las ideas norteamericanas, se comenzaron a hacer en otros países referencias más o menos amplias al modelo, e incluso algunas aportaciones importantes.

En Francia, además del precedente de Gibrat, se encuentran alusiones a la ley en diversos trabajos de conjunto sobre la red urbana francesa (PROST, 1965) o en tratados generales de economía urbana (GUYOT, 1968; DERYCKE, 1970); en dicho país y para los años 1801 y 1954 se ha observado una distribución de ciudades menos regulares que en Estados Unidos, pero bastante conforme a la regla orden-tamaño, en particular en las ciudades medias, así como la validez de la regla para el tamaño de la población activa terciaria de las ciudades (Prost, 1965). En Inglaterra la popularización del concepto entre los geógrafos se ha realizado sobre todo bajo la influencia de las obras de Peter Haggett (HAGGETT, 1965; CHORLEY-HAGGETT, 1967), y entre los economistas bajo la de C. Clark (CLARK, 1967). Otras investigaciones o referencias pueden asimismo encontrarse en Polonia (DZIEWONSKI, 1964), en Israel (BELL, 1962), e incluso en España, donde José Ramón Lasuen y sus colaboradores han realizado las curvas orden-tamaño de las regiones españolas, analizando su relación con el grado de desarrollo económico (LASUEN *et al.*, 1967).

### Las ciudades primates y el desarrollo económico

Las investigaciones realizadas en la década de los cincuenta sobre la validez del modelo orden-tamaño sí, por un lado, reunieron una impresionante serie de pruebas que confirmaban su validez en varios países, por otro, no dejaron de mostrar igualmente numerosos casos en que la estructura del sistema urbano no se adaptaba a la del modelo propuesto por Zipf. Para explicar este

hecho, algunos autores acudieron a los niveles de desarrollo económico de los diferentes países. Los países económicamente desarrollados se caracterizarían por la existencia de un sistema urbano integrado, con una distribución orden-tamaño regular, adaptada al modelo de Zipf, mientras que los países con economías menos complejas y avanzadas presentarían distribuciones de tipo primate, es decir, sistemas urbanos en los que una gran ciudad destaca de forma considerable sobre el resto de los núcleos del sistema. La investigación se centró, sobre todo, en este último aspecto y se realizó enlazando con las ideas y con los métodos de Jefferson acerca de la ciudad primate (JEFFERSON, 1939).

Aparte de algunas alusiones incidentales realizadas en dos o tres artículos sobre la urbanización en determinadas áreas regionales (FRYER, 1953; UNESCO, año 1956; BROWNING, 1958) o sobre cuestiones más amplias (STEWART, 1960; BERRY, 1960) es en el *Atlas of Economic Development* de Norton Ginsburg donde por primera vez se realiza una investigación sistemática sobre el tema (GAINSBURG, 1961). Este autor utiliza como índice de primacía el porcentaje que representa la población de la ciudad más poblada respecto a la de las cuatro primeras ciudades del país; el índice, totalmente arbitrario como el autor reconoce, oscila entre 32,1 para Italia — en donde la población de la primera ciudad (Milán) representa ese porcentaje respecto a la de las cuatro ciudades más pobladas (Milán, Roma, Nápoles y Turín) — a 94,1 para Tailandia. El análisis muestra que la primacía no es una correlación simple de la renta nacional o del status político, y que las ciudades primates aparecen en países ricos y pobres, aunque parecen ser más frecuentes en los últimos, especialmente si el país es pequeño, en población y en territorio, y permite tener una ciudad que haga de gran capital. El autor concluye que «podría razonablemente presumirse una elevada probabilidad para el desarrollo de ciudades primates en países recién independizados y con economías cambiantes, como resultado de una alta localización de funciones políticas y económicas recientes. Esto vale sobre todo para países pequeños, con pocas barreras a la integración territorial y con poblaciones pequeñas o medianas étnicamente homogéneas, pero con débil tradición urbana».

El camino abierto por Ginsburg fue seguido poco después por Surinder K. Mehta, el cual propuso realizar un análisis exploratorio de la correlación existente entre el grado de primacía y diversas variables socioeconómicas y demográficas (MEHTA, 1964), utilizando datos de 87 países procedentes del Atlas de Ginsburg. Los resultados muestran que el grado de primacía no va asociado ni con el desarrollo económico, ni con el grado de urbanización, ni con el grado de dependencia de las exportaciones de materias primas, ni con la densidad de población. Las principales características relacionadas con la estructura urbana primate resultan ser el tamaño de la población y el área de los países; el autor interpreta esto en el sentido de que los países pequeños, en población y territorio, tienden a poseer una estructura urbana primate debido a que una gran ciudad puede dominar fácilmente todo el territorio y convertir a todo el país en su hinterland.

El problema fue abordado casi al mismo tiempo y de manera indepen-



diente por Arnold S. Linsky en su trabajo *Some generalizations concerning primate cities* (LINSKY, 1965), en el que se propone analizar diversas hipótesis sobre las condiciones en que aparecen las ciudades primates. Se acepta en él que siempre que se da un elevado grado de primacía ello se relaciona con las mismas condiciones y se investigan seis hipótesis sobre dichas condiciones. Para Linsky cabe esperar que se dé un elevado grado de primacía en los países que poseen: 1) reducida extensión y población compacta, ya que las ciudades principales pueden ser fácilmente accesibles; 2) baja renta per cápita, ya que las poblaciones con rentas altas demandarán una elevada cantidad de bienes y servicios y necesitarán por ello centros urbanos bien equipados; 3) una economía orientada a la exportación de productos primarios, debido a una concentración de poder económico en pocas manos ya que los propietarios de minas y plantaciones tienden a ser absentistas y prefieren vivir en la ciudad; 4) una historia colonial; los países que han tenido imperios coloniales tienden a poseer una gran metrópoli centralizadora; por otra parte los países coloniales tienden igualmente a concentrar las funciones administrativas en una gran ciudad; 5) predominio de una economía agrícola; los países agrarios son más pobres y menos urbanos, mientras que la actividad industrial y minera favorece el crecimiento de las ciudades; 6) tasas elevadas de crecimiento demográfico, típicas sobre todo de países subdesarrollados en los cuales cambia de forma acelerada el régimen demográfico y se produce una fuerte emigración hacia la capital.

El análisis estadístico realizado por Linsky utiliza como medida de primacía la relación entre la primera y la segunda área metropolitana en 39 países, ordenando a dichos países según la relación y considerando países con elevada primacía a los 19 primeros y con baja primacía a los 19 últimos. Tras establecer la correlación con las diversas variables concluye que «la alta primacía no se da en los grandes países, pero sin embargo tampoco es característica de todos los países pequeños. De todas formas la primacía es característica de aquellos pequeños países que poseen bajas rentas per cápita, dependen altamente de la exportación, poseen una historia colonial, una economía agrícola predominante y un rápido ritmo de crecimiento económico. Todas estas son características de los países subdesarrollados, particularmente de los que se encuentran en una fase transicional o emergente de desarrollo económico y social». La situación en los países ricos, por el contrario, no es tan clara, ya que la mitad poseen alta primacía y la mitad la tienen baja. Por último considera que puede haber dos tipos de alta primacía, es decir, que no es seguro que la primacía elevada esté relacionada siempre con las mismas condiciones identificables, en contra de aquello que se suponía como hipótesis al principio de la investigación.

Desde una perspectiva más concreta, Kazimierz Dziejowski ha comprobado la validez del modelo orden-tamaño en Polonia y ha interpretado las diferencias regionales que se observan en las distribuciones orden-tamaño relacionándolas con diversas características del desarrollo económico (DZIEWONSKI, año 1964).

A pesar de estos interesantes y alentadores resultados, otras investigaciones posteriores no han llegado a conclusiones tan positivas. Es el caso del trabajo del geógrafo de Minnesota Kenneth E. Rosing *A rejection of the Zipf model (rank size rule) in relation to city size* (ROISING, 1966). En ese artículo el autor se propuso confirmar la siguiente hipótesis: si el modelo de Zipf es adecuado y si el grado de primacía varía con el desarrollo económico de un país, entonces las desviaciones respecto al modelo revelarían ciertas características del desarrollo económico. Como paso previo a la investigación de esta hipótesis Rosing trató de comprobar si existían diferencias significativas entre la distribución real orden-tamaño en los distintos países de la Tierra y la que cabía esperar según el modelo. Para ello realizó un análisis de las cinco primeras ciudades de 132 países o unidades territoriales, empleando el test de la  $\chi^2$ . La prueba dio como resultado que todos los países poseían valores significativos de  $\chi^2$  que obligaban a rechazar la hipótesis nula — es decir, la hipótesis según la cual *no* existirían diferencias significativas entre las poblaciones reales y las esperadas del modelo. Por ello puede afirmarse razonablemente que «la regla orden-tamaño en tanto que descripción del universo no concuerda con los datos empíricos» y, en base de ello, puede concluirse que «la versión de Zipf de la regla orden-tamaño es una descripción falsa del universo de ciudades». Conclusión que coincide, por otra parte, con la obtenida en algunos trabajos anteriores (concretamente MOORE año 1958). En vista de ello carece de sentido intentar comprobar la hipótesis de partida — es decir, si las desviaciones respecto al modelo miden ciertas características del desarrollo económico — como el autor se proponía en su artículo. Y efectivamente, los gráficos realizados (relación de  $\emptyset^2$  con el porcentaje de la población total en las cinco primeras ciudades y con la renta per cápita) no muestran ninguna disposición definida e indican, por consiguiente, que no puede confirmarse la hipótesis.

### El problema de los datos

Llegados aquí cabe hacer un inciso y plantearse el problema de los datos utilizados para definir el sistema urbano objeto de investigación.

En primer lugar, se trata del problema de la delimitación de las unidades urbanas. Ya Zipf llamó la atención sobre él, dándose cuenta de que los límites eran cambiantes y no podían fijarse para siempre. Posteriormente lo hizo G. R. Allen (ALLEN, 1954) y más tarde B. J. L. Berry y W. L. Garrison (BERRY-GARRISON, 1958). Estos autores piensan que la cuestión de las delimitaciones es responsable de muchas de las variaciones entre el modelo y los datos empíricos; pero evidentemente, como se ha señalado (ROISING, 1966) también puede ser cierto lo contrario, es decir, que una parte de las correspondencias entre los datos y el modelo se deban a deficiencias de los datos.

Un ejemplo español ilustrará la cuestión. Si tomamos las tres primeras ciudades españolas (Madrid, Barcelona y Valencia) y queremos expresar la relación de la población de la segunda y tercera respecto a la de la primera, los resultados serán muy diferentes según que utilicemos las cifras de población mu-

nicipal o las de las correspondientes áreas metropolitanas: en el primer caso la relación sería 1/1,45 y 1/4,47 y en el segundo caso 1/1,04 y 1/3,31.

Un segundo problema es el de la extensión del sistema que ha de ser investigado, es decir, el número de núcleos de poblamiento para el que será válido el modelo. La cuestión se plantea tanto respecto al límite inferior como al superior. Con referencia al primero, la falta de datos estadísticos válidos constituye un grave obstáculo que dificulta de manera decisiva los estudios. Ello fue lo que llevó a J. Q. Stewart a exclamar que «no es posible dar el límite inferior de tamaño a partir del cual es válida la regla orden-tamaño» (STEWART, 1947). A pesar de todo, en principio no parecen existir argumentos teóricos que limiten la validez de la regla orden-tamaño únicamente a los núcleos urbanos y que impida su extensión a las aldeas, a los lugares, a los caseríos y a las viviendas campesinas aisladas. El estudio realizado por K. A. Gunawardena sobre los centros de servicios y el poblamiento rural en Ceilán meridional parece indicar la existencia de una distribución lognormal de los núcleos de poblamiento más elementales al presentarlo sobre un sistema de coordenadas con dos ejes logarítmicos (GUNAWARDENA, 1964). Los resultados de este trabajo «sugieren que los estudios hasta ahora realizados sobre los núcleos de mayor tamaño han descrito en realidad, sólo un extremo del continuo de población, el superior o urbano» (HAGGETT, 1965, pág. 76). Pero para un análisis más profundo se requieren datos que deben ser elaborados especialmente con este fin.

Pero, como decíamos, el problema de la extensión del sistema que ha de ser investigado se plantea igualmente respecto al límite superior, ya que cabe preguntarse si el modelo será válido al suprimir la primera ciudad; la pregunta ha sido realizada y contestada negativamente en lo que respecta a Estados Unidos, donde al suprimir la ciudad de Nueva York la regla deja de tener validez (HOOVER, 1958).

La afirmación anterior no deja de plantear inmediatamente otro problema, el de si hay un solo sistema de ciudades en cada país o si por el contrario pueden coexistir varios sistemas cada uno con su ciudad primate. Y al mismo tiempo, el de si deberán tomarse para comprobar la validez del modelo unidades regionales, países, grandes regiones o continentes enteros. Ya Zipf se había preguntado si la población de América del Norte y del Sur «constituía un singular y homogéneo sistema socioeconómico con una ciudad primate (*greatest community*) o si en el curso de su crecimiento la población se había dividido en más de un sistema, cada uno con su propia ciudad primate actuando a manera de un casi núcleo para todo el sistema» (cit. por ROSING, 1966). Zipf para comprobar la validez de su modelo utilizó indistintamente unidades subnacionales o supranacionales, lo cual, como Rosing señala, es evitar la solución. Algunos de los intentos que posteriormente se han realizado para investigar si el modelo era más válido referido al sistema urbano de un país o al de sus regiones (por ej. STEWART, 1958) no han dado resultados satisfactorios, pero en cambio otros han sido capaces de obtener conclusiones interesantes a partir del análisis y comparación de las distribuciones regionales entre sí y con las del conjunto del país (DZIEWONSKI, 1964).

## Una nueva interpretación del modelo

Las críticas realizadas por algunos de los trabajos anteriormente citados (sobre todo BECKMANN, 1958; BERRY-GARRISON, 1958), al mismo tiempo que pusieron de manifiesto ciertas insuficiencias del modelo, abrieron el camino para una nueva y más convincente formulación del mismo.

En el trabajo de B. J. L. Berry y W. L. Garrison se compara el modelo orden-tamaño con las teorías de Christaller, Rashevsky y Simon. A lo primero ya se ha aludido páginas atrás. En cuanto a las teorías de Rashevsky, vienen a ser «una contribución a la teoría general de la urbanización y la oportunidad económica», exponiendo una teoría general de las relaciones humanas de forma matemática; dentro de ella se analiza también la distribución espacial de los individuos y el tamaño de las ciudades, tratando de interpretar las regularidades empíricas observadas; según Berry y Garrison, el modelo orden-tamaño no es incompatible con las teorías de Rashevsky, a las que ni contradice ni apoya. En cuanto a la obra del estadístico H. A. Simon, constituye una aproximación a una teoría general de los sistemas a partir de las analogías que aparecen en las distribuciones de frecuencias de una gran variedad de fenómenos biológicos, sociales y económicos; en la obra se intentan explicar las regularidades orden-tamaño dentro del marco de la teoría general teniendo en cuenta las características comunes que posee con otras distribuciones. En Simon encontrará posteriormente B. J. L. Berry las bases teóricas para una nueva interpretación del modelo.

Esta nueva interpretación, hasta ahora la más sistemática y convincente, ha sido realizada por Berry en su artículo *City size distributions and economic development* (BERRY, 1961). El material de base lo constituyen las curvas de mejor adaptación de las distribuciones de tamaños de ciudades realizadas para 38 países. En un papel semilogarítmico de probabilidad se grafían los porcentajes acumulativos de ciudades de diferentes tamaños, representando en el eje de las ordenadas el porcentaje acumulativo y en el de las abscisas el logaritmo del tamaño de la ciudad: la curva formará una línea recta ascendente cuando la distribución orden-tamaño se dé. Tras realizar estas curvas se observa la existencia de tres tipos de distribución: 1) la distribución lognormal o lineal adaptada al modelo orden-tamaño; 2) la distribución primata, con un escalón bien marcado, que indica la existencia de una o varias grandes ciudades que engloban la mayor parte de la población urbana; y 3) las distribuciones intermedias entre las dos anteriores. Los tres tipos aparecen en países de muy diverso grado de desarrollo económico, por lo que, en principio, no puede encontrarse una relación clara entre ellas y dicha variable.

A pesar de todo, Berry es capaz de elaborar un modelo «que permita situar los distintos tipos de distribución de ciudades según tamaños entre los casos extremos de primacía (como por ej. Tailandia) y distribución lognormal (como la de Estados Unidos)».

La base teórica para ello la encuentra, como ya indicamos, en Simon, el cual considera que en los casos límites las distribuciones lognormales son pro-

ducidas por procesos de crecimiento estocástico. A partir de ahí, Berry y Garrison consideraron que la distribución lognormal se produce cuando las fuerzas que afectan a la distribución «son muchas y actúan aleatoriamente» afectando a todos los tamaños de ciudades, mientras que otras distribuciones más simples son producidas por un número menor de fuerzas. Basándose en estas ideas se elabora un modelo evolutivo de desarrollo urbano desde la fase inicial en que aparecen las distribuciones más sencillas de ciudades según tamaños (la distribución primate), hasta la más compleja, en la que al actuar muchas y diversas fuerzas sobre el sistema urbano — debido a la complejidad de la vida social y económica — todas las ciudades crecen en la misma proporción y aparecen por ello distribuciones de tipo lognormal; entre ambas fases, la de transición se caracterizaría por distribuciones intermedias.

La hipótesis fundamental del modelo es la siguiente: «la creciente entropía va acompañada de una mayor aproximación de la distribución de tamaños de ciudades a la distribución lognormal». La estructura urbana de un país será afectada por un número menor de fuerzas cuanto más pequeño sea el país, cuanto más breve sea la historia urbana del mismo y cuanto más simple sea la vida económica y política y más bajo su grado de desarrollo económico. En todos estos casos la distribución de tamaños de las ciudades tenderá a aproximarse a la distribución primate. En el caso contrario aparecerán distribuciones lognormales.

El examen que Berry realiza de las curvas previamente realizadas le permite comprobar la validez del modelo. Entre los países con distribuciones lognormales se encuentran países con economías industriales (Bélgica, Estados Unidos), grandes naciones (como Brasil) y países con larga historia urbana (como India y China, que además poseen extensos territorios). Las distribuciones intermedias aparecen en países jóvenes pero fuertemente industrializados (Canadá, Australia, Nueva Zelanda) o en países más pequeños pero también con un elevado nivel de desarrollo (como Austria, Suecia, España y Holanda). Por último las distribuciones primates se dan en países con economías de subsistencia (como Tailandia) o en países con imperio (Portugal).

Una confirmación adicional de la validez del modelo desde el punto de vista evolutivo la encuentra Berry en un estudio de Gwen Bell sobre los cambios en la distribución del tamaño de las ciudades de Israel (BELL, 1962), y en otro de J. R. P. Friedmann sobre el crecimiento económico y la estructura urbana de Venezuela (FRIEDMANN, 1963); en ellos se puede comprobar que la distribución de tamaños de ciudades va tendiendo hacia la curva lognormal según avanza el desarrollo económico del país. Esto permite concluir que «en virtud del tamaño y la complejidad, los países con distribuciones orden-tamaño parecen satisfacer la condición de "muchos factores operando de muchas maneras", y que la creciente complejidad de un espacio económico aproxima la distribución de tamaños de ciudades a la distribución orden-tamaño» (BERRY, 1964).

Bajo la influencia del trabajo de Berry y Garrison, las ideas de Simon fueron así mismo recogidas en Polonia donde K. Dziewonsky ha comprobado la validez del modelo orden-tamaño y se ha apoyado en las ideas del estadístico norteamer-

ricano para interpretar las diferencias observadas en las diferentes distribuciones regionales y nacionales que analiza (DZIEWONSKY, 1964). La distribución de los tamaños de ciudades según el orden adopta en el conjunto de Polonia una forma muy regular en 1960, formando casi una línea recta, lo cual indica, de acuerdo con las ideas de Simon, «una estructura idealmente equilibrada de la red urbana sin casi ninguna influencia de fuerzas fuertemente deformantes»; en cambio, la de 1950 muestra «cierta evidencia de subdesarrollo en la parte izquierda de la curva», lo cual «es un reflejo de la destrucción de Varsovia y su incompleta reconstrucción». En cuanto a las distribuciones regionales, pueden clasificarse en tres clases: 1) las regulares, características de redes urbanas igualmente desarrolladas y con débil preponderancia del principal centro urbano (regiones de Katowice, Poznan y Wroclav); 2) las distribuciones asimétricas características de áreas donde el principal centro urbano crece a expensas de los otros y en especial de los centros de tamaño medio (regiones de Varsovia y Lodz); 3) las irregulares, características de áreas sin un centro urbano claramente cristalizado.

Las investigaciones de Berry permiten también conectar la regla orden-tamaño con la teoría general de los sistemas (BERRY, 1964 y 1967). La semejanza de la distribución de ciudades, altamente asimétrica, con otras distribuciones de probabilidad que poseen una forma de «J» invertida, como la lognormal y la de Yule, parece indicar que todas ellas constituyen distribuciones en situación estable (*steady state distribution*) resultado de un semejante proceso estocástico simple. El hecho de que aparezca una distribución lognormal o una distribución de Yule como situación estable dependerá de si existe un sistema estancado, sin adición de nuevas ciudades, o si se trata de un sistema de expansión; en el primer caso aparecerá una distribución lognormal y en el segundo, es decir, si aumenta el número de ciudades del tamaño más pequeño con un ritmo constante de crecimiento, la situación estable resultante es la de la distribución de Yule (BERRY, 1964). Las regularidades orden-tamaño se producen de hecho, «siempre que el índice de crecimiento relativo de la población de los centros, en cualquier nivel de la jerarquía sea, por término medio, una fracción constante del índice de crecimiento relativo de la población en toda la jerarquía de centros. La regla orden-tamaño representa el equilibrio o situación estable de dicho proceso de crecimiento» (BERRY, 1967, pág. 98). Esta situación estable representa en un sistema abierto como es el sistema urbano, y más concretamente el sistema de los lugares centrales (1) «un equilibrio organizado entre la tendencia a progresar hacia la entropía máxima y la necesidad de organizarse para cumplir sus funciones». Una situación estable «pone en equilibrio: 1) la necesidad de organizarse en una jerarquía para cumplir eficientemente las funciones a realizar, y 2) la distribución aleatoria debida a diferencias locales fortuitas». La regla orden-tamaño representa precisamente esta situación estable.

(1) Un sistema de lugares centrales es abierto porque existen entradas y salidas de energía. Las entradas proceden de las demandas de los consumidores, que constituyen el «medio ambiente» del sistema. Las entradas se compensan con las salidas del sistema, los bienes y servicios suministrados a los consumidores (Berry, 1967, pág. 100).

Se comprende fácilmente que la aceptación de la influencia aleatoria de numerosos factores en la aparición de las distribuciones orden-tamaño haya llevado a realizar intentos de aplicación de modelos estocásticos de simulación de dichas distribuciones. El paso ha sido dado por R. L. Morrill en su estudio sobre la simulación de los lugares centrales (MORRILL, 1962) en el que llega a generar también un sistema orden-tamaño utilizando la teoría de las probabilidades. Pero este es un tema del que trataremos en otra ocasión.

## BIBLIOGRAFIA

- ALLEN, G. R.: *The «Courbe des Populations»: A further analysis*, «Bulletin of the Oxford University Institute of Statistics». Vol. 16, págs. 179-189, 1954.
- AUERBACH, F.: *Das Gesetz der Bevölkerungs Konzentration*, «Petermanns Geographische Mitteilungen». Vol. 59, n.º 74, 1913.
- BECKMAN, Martin J.: *City hierarchies and the distribution of city size*. «Economic Development and Cultural Change». Chicago, vol. 6, págs. 243-248, 1958.
- BELL, Gwen: *Change in city size distribution in Israel*. «Ekistics». XIII, págs. 103 y ss. (citado por BERRY-HORTON, 1970).
- BERRY, Brian J. L., y GARRISON, William, L.: *Alternate explanations of urban rank-size relationships*. «Annals of the Association of American Geographers». Vol. 48, 1958, págs. 83-91. (Reproducido en MAYER y KOHN, 1959.)
- BERRY, B. J. L.: *An inductive approach to the regionalization of economic development* en Norton GINSBURG: *Essays on Geography and Economic development*, 1960. (Cit. por BERRY y HORTON, 1970.)
- BERRY, Brian J. L.: *City size distributions and economic development*. «Economic Development and Cultural Change». Vol. 9, julio 1961, págs. 573-588. (Reproducido, con pocos cambios, en BERRY-HORTON, 1970, págs. 230-239.)
- BERRY, Brian J. L.: *Cities as systems within systems of cities*. «Papers of the Regional Science Association», University of Washington, vol. 13, 1964, págs. 147-164.
- BERRY, Brian J. L.: *Geography of market centers and retail distribution*. Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall Inc., 1967. Traducción española al cuidado de Horacio Capel: *Geografía de los centros de mercados y del comercio al por menor*. Barcelona, Editorial Vicens Vives, 1972, págs. 95-101.
- BERRY, Brian J. L., y HORTON, Frank E.: *Geographic perspectives on urban systems. With integrated readings*. Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall Inc., 1970, 564 págs.
- BERRY, Brian J. L.: *Urbanization and national development*. Nueva York, 1971.
- BREESE, Gerald, Editor: *The city in newly developing countries. Readings on urbanism and urbanization*. Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall Inc., 1969, 556 págs.
- BROWING, C. E.: *Primate cities and related concepts*. Papers and Proceeding of the Conference on Urban Systems Research in underdeveloped and advanced Economies. Oregon, junio 1962, págs. 16-28.
- BROWNING, C. E.: *Primate cities and related concepts in Urban Systems and Economic Development*, conference on Urban Systems research in underdeveloped and advanced economies. Ed. Forrest R. Pitts (Oregon School of Business Administration, University of Oregon), 1962.
- BROWNING, H. L.: *Recent trends in Latin American urbanization*. «The Annals of the American Association of Political and Social Science». Vol. 316, marzo 1958, pág. 114 (cit. por LINSKY, 1965).
- BRUSH, John: *The hierarchy of Central places in Southwestern Wisconsin*. «Geographical Review», Nueva York, XLIII, 1953, págs. 380-402.

- CLARK, Colin: *Population growth and land use*. Mac Millan and C.º Ltd., Londres. Trad. española: *Crecimiento demográfico y utilización del suelo*, por M. y E. Paredes, Madrid, Alianza Editorial, 1968, págs. 326 y 365-373.
- CHORLEY, Richard, y HAGGETT, Peter, Editores: *Models in Geography*. Londres, Methuen and C.º, 1967, págs. 326-329. Trad. española parcial: *La Geografía y los modelos Socio-económicos*, Madrid, Instituto Estudios de la Administración Local, 1971.
- DACEY, M. F.: *Another explanation for rank-size regularity*, Philadelphia, 1962. (Cit. por BERRY, 1964, pág. 149.)
- DACEY, M. F.: *Population of places in a central place hierarchy*. «Journal of Regional Science». Vol. 6, 1966, pág. 27-33.
- DERYCKE, Pierre-Henri: *L'économie urbaine*. Paris P.U.F., 1970 (trad. española Inst. Estudios Admon. Local. Madrid, 1971).
- DUNCAN, Otis D.: *Population, distribution and community structure*. Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology. Vol. 22, 1957, págs. 357-371 (cit. por MEHTA, 1964, nota 4).
- DUNCAN, Otis D.: *Optimum size of cities*, en HATT y REISS: *Cities and Society*, Glencoe, 1959, págs. 757-773.
- DZIEWONSKI, Kazimierz: *Urbanization in contemporary Poland*. «Geographia Polonica», vol. III, n.º 1, enero 1964, págs. 37-56. (Reproducido en B. J. L. BERRY y F. E. HORTON, 1970, págs. 75-87.)
- FRIEDMANN, J. R. P.: *Economic growth and urban structure in Venezuela*. «Cuaderno de la Sociedad Venezolana de Planificación», 1963 (cit. por BERRY, 1964, pág. 148.)
- FRYER, D. W.: *The million city in South east Asia*. «The Geographical Review», XLIII, 1953.
- GARNER, B. J.: *Models of Urban Geography and settlement location*, en CHORLEY y HAGGETT: *Models in Geography*, Londres, Methuen, 1967. (Trad. española: *La Geografía y los modelos socioeconómicos*, Madrid, Instituto de Estudios de Admon. Local, 1971.)
- GIBBS, J. P., Editor: *Urban research methods*. Nueva York, 1961, págs. 438-451.
- GIBRAT, R.: *Les inégalités économiques*. Paris, Sirey, 1938 (cit. por GUYOT, 1968, y por DERYCKE, 1970).
- GINSBURG, Norton: *Atlas of Economic Development*. Chicago, University of Chicago Press, 1961. «A Mesure of Primacy», pág. 36 y mapa XII, 2.
- GOODRICH, Ernest P.: *The statistical relationships between population and the city plan*, en BURGESS (Ed.): *The urban community*, Chicago, 1926, págs. 144-150.
- GUNAWARDENA, K. A.: *Service centres in Southern Ceylon*, University of Cambridge, Ph. D. Thesis, 1964 (cit. por HAGGETT, 1965, págs. 106-107).
- GUYOT, Fernand: *Essai d'économie urbaine*, Paris. Libraire général de Droit et Jurisprudence, 1968.
- HAGGETT, Peter: *Locational analysis in Human Geography*, Londres. Edward Arnold, 1965, págs. 100-107.
- HOOVER, Edgar M.: *The concept of a system of cities: A comment on Rutledge Vining's Paper*. «Economic Development and Cultural Change». Chicago, vol. 3, enero 1955, págs. 196-198.
- HOSELTZ, Bert F.: *Generative and parasitic cities*. «Economic Development and Cultural Change». Chicago, vol. 3, abril 1955, págs. 278-294.
- ISARD, Walter: *Location and space economy: a general theory relating to industrial location, market areas, land use, trade and urban structure*. Nueva York, John Wiley and Son, 1956, págs. 55-60.
- ISARD, Walter: *Methods of regional analysis: an introduction to regional science*. Nueva York, 1960. Trad. española al cuidado de J. Hortalá: *Métodos del análisis regional*. Barcelona, Ediciones Ariel, 1971 (pág. 32, nota; pág. 732).
- JEFFERSON, Mark: *The law of Primate city*. «Geographical Review», Nueva York, XXIX, abril 1939, págs. 226-232.



- LASUEN, José Ramón: *Política regional en España ante la integración económica europea*. Barcelona, Ediciones Ariel, 1966, págs. 155-195.
- LASUEN, J. R.; LORCA, A. y ORIA, J.: *Desarrollo económico y distribución de las ciudades por tamaños*. «Arquitectura», Madrid, n.º 101, mayo 1967, págs. 5-14.
- LINSKY, Arnold S.: *Some generalizations concerning primate cities*. «Annals of the Association of American Geographers». Vol. 55, septiembre 1965, págs. 506-513. (Reproducido en BREESE, Gerald: *The city in newly developing countries*, págs. 285-294.)
- LOTKA, Alfred J.: *Elements of Physical Biology*. Baltimore, 1924, págs. 306-307 (cit. por ROSING, 1966).
- LOTKA, Alfred J.: *The law of urban concentration*. «Science». Vol. 94, 1941, págs. 164, ss.
- MADDEN, C. H.: *The growth of cities in the United States: an aspect of the development of an economic system*. Ph. D. dissertation, University of Virginia, 1954 (cit. por MADDEN, 1956).
- MADDEN, Carl H.: *On some indications of stability in the growth of cities in the United States*. «Economic Development and Cultural Change», Chicago, vol. 4, abril 1956, págs. 236-252.
- MAYER, H. M., y KOHN, C. F.: *Readings in urban Geography*. The University of Chicago Press, 1959, Section 8: Size and spacing of cities.
- METHA, Surinder K.: *Some demographic and economic correlates of primate cities: A case for reevaluation*. «Demography». Brown University Providence, 1, 1964, págs. 136-147. (Reproducido, con apéndice realizado en 1967, en BREESE, 1969, págs. 295-307.)
- MOORE, F. T.: *A note on city size distributions*. «Economic Development and Cultural Change», Chicago, vol. 7, 1958-59, págs. 465-466.
- MORRILL, R. L.: *Simulation of central place over time en Proceedings of the I.G.U. Symposium in urban geography*. Lund 1960. Edited by Knut NORBORE, Lund 1962.
- NOURSE, Hugh O.: *Regional Economics*. Nueva York, McGraw-Hill, Inc., 1968. Trad. española por J. M. Carreras: *Economía regional*, Barcelona, Oikos-Tan, 1969, págs. 55-56.
- PARR, J. B.: *Review of Berry's Geography of Market Centers and Retail Distribution*. «Journal of Regional Science», University of Pennsylvania; vol. 8, págs. 122-126.
- PARR, J. B.: *Review of Berry's Geography of Market Centers and Retail Distribution*. «Journal of Regional Science», University of Pennsylvania, vol. 9, agosto 1969, págs. 239-253.
- PROST, Marie Andrée: *La Hiérarchie des villes en fonction des leurs activités de commerce et service*. París, Gauthier Villars, 1965, págs. 118-129.
- RASHEVSKY, N.: *Contribution to the theory of human relations: Outline of a mathematical theory of size of cities*. «Psychometrica», VIII, 1943, págs. 87-90 (cit. por BERRY-GARRISON, 1958).
- RASHEVSKY, N.: *Mathematical Theory of human relations* «Mathematical Biophysics Monograph Series», N.º 2, Bloomington, Principia Press, 1947 (cit. por BERRY-GARRISON, 1958).
- ROSLING, K. E.: *A rejection of the Zipf model (rank-size rule)*. «The Professional Geographer». Washington, XVIII, marzo 1966, págs. 75-82.
- SIMON, Herbert A.: *On a class of skew distribution functions*. «Biometrika», XLII, 1955, págs. 425-440 (cit. por BERRY-GARRISON, 1958).
- SINGER, H. W.: *The «Courbe des Populations»: a parallel to Pareto's Law*. «Economic Journal», XLVI, 1936, págs. 254-263.
- STEWART, Charles T.: *The size and spacing of cities*. «Geographical Review», Nueva York, XLVIII, 1958, págs. 222-245. (Reproducido en MAYER y KOHN, 1959, págs. 240-256.)
- STEWART, C. T.: *Migration as a function of population and distance*. «American Sociological Review». Vol. 25, 1960, págs. 347-356.
- STEWART, John Q.: *Empirical Mathematical Rules concerning the distribution and equilibrium of population*. «Geographical Review», Nueva York, vol. XXXVII, julio 1947, págs. 461-485.
- THOMAS, Edwin N.: *Additional comments on population size relationships for sets of cities* en W. L. GARRISON y D. F. MARBLE, Editores: *Quantitative Geography*, Part. I:

- Economic and Cultural Topics*, Northwestern University Studies in Geography, n.º 13, Evanston, Illinois, 1967, págs. 167-190.
- UNESCO: *Seminar of urbanization in the ECAFE Region*, Informe del Director General, París, 1956 (cit. por BERRY, 1970).
- VINING, Rutledge: *A description of certain spatial aspects of an economic system*, «Economic Development and Cultural Change». Chicago, vol. 3, enero 1955, págs. 147-195.
- WARD, B.: *Greek regional development*. Atenas, Center for Economic Research, 1962 (cit. por BERRY, 1964, pág. 148).
- WEISS, Herbert K.: *The distribution of urban population and an application to a servicing problem*. «Operations Research», Baltimore, Maryland, vol. 9, n.º 6, 1961, págs. 860-874.
- WIDMER: *L'inegalité dans la grandeur des villes et ses correlations économiques*. «Revue Economique», mayo 1953, págs. 305 y ss.
- WRIGHT, John K.: *Certain changes in population distribution in the United States*. «Geographical Review», Nueva York, XXXI, 1941, págs. 488-490.
- ZIPF, George Kingley: *National unity and disunity*. Blomington, Principia Press Inc., 1941.
- ZIPF, George Kingley: *Human behavior and the principle of least effort*. Reading Mass. Madison-Wesley, 1949.