



TÍTULO: Una experiencia escolar sobre la enseñanza y el aprendizaje de la simetría en la formación de futuros maestros.

AUTORI:

Carla Rosell Charles
Universitat de Lleida
Departamento de Matemática / Facultad de Educación
carla.rosell@udl.cat

Yuly Vanegas
Universitat de Lleida
Departamento de Matemática / Facultad de Educación
yuly.vanegas@udl.cat

Assumpta Estrada Roca
Universitat de Lleida
Departamento de Matemática / Facultad de Educación
assumpta.estrada@udl.cat

Joaquín Giménez
Universitat de Barcelona
DELLDCM / Facultad de Educación
quimgimenez@ub.edu

1. RESUMEN:

En la formación de maestros es necesario contar con experiencias que muestren la manera como los niños construyen diferentes nociones. Se describe el diseño e implementación de una propuesta que explora la comprensión de la simetría de niños de 5-6 años. Se considera el enfoque de las trayectorias de aprendizaje. Se observa que la propuesta indica un camino para trabajar la simetría en las edades iniciales y que a partir de ella pueden estructurarse tareas profesionales para la formación docente.

2. ABSTRACT:

In teacher training, it is necessary to have experiences that show how children build different notions. The design and implementation of a proposal that explores the understanding of symmetry in children aged 5-7 years is described. The approach of learning trajectories is considered. It is observed that the proposal indicates a way to work on symmetry in the initial ages and that professional tasks for teacher training can be structured from it



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

3. PALABRAS CLAVE: 4-6

enseñanza de las matemáticas, aprendizaje de la simetría, trayectorias de aprendizaje, tarea profesional, edades tempranas.

4. KEYWORDS: 4-6

mathematics teaching, symmetry learning, learning trajectories, early ages, professional task.

5. DESARROLLO:

Aprender a promover un aprendizaje significativo de las nociones matemáticas en edades tempranas implica conocer, entre otros aspectos, las maneras como los niños construyen su conocimiento y cómo significan determinado tipo de situaciones. Sabemos que el aprendizaje de las nociones geométricas es esencial, ya que brinda elementos relevantes para que los niños signifiquen y describan, el entorno en el que se desenvuelven, así como diversos fenómenos.

La simetría es un componente esencial del aprendizaje de las matemáticas porque conecta las matemáticas con el mundo real y brinda a los alumnos un ejemplo importante de cómo el conocimiento matemático se relaciona con nuestras vidas. Además, el estudio de la simetría ofrece a los niños la oportunidad de experimentar la belleza y la estética de las matemáticas (Moss et al., 2016).

Un aspecto clave en la formación inicial de maestros es el diseño de tareas profesionales que promuevan el desarrollo del conocimiento profesional necesario para enseñar los contenidos matemáticos (Vanegas et al., 2021). Como formadores de docentes permanentemente nos preguntamos sobre cómo involucrar a los futuros maestros en el análisis y reflexión sobre qué matemáticas enseñar y cómo en determinada etapa y/o ciclo. Buscando dar respuesta a estos interrogantes se han explorado diferentes modelos y enfoques teóricos. En este caso, exploramos el constructo: trayectorias de aprendizaje, ya que tal y como lo plantean Sarama et al. (2021), la comprensión de dicho constructo posibilita, mejorar las estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y en consecuencia, se favorece el desarrollo del pensamiento matemático de los niños. Las trayectorias de aprendizaje brindan información importante para evaluar los procesos de progresión del alumnado y a partir de ellos considerar actividades y acciones por parte del docente que favorezcan una mejor comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes.

El objetivo de esta comunicación es describir una experiencia en la que se identifican las trayectorias de aprendizaje de la noción de simetría, seguidas por un grupo de alumnos de 5-6 años. Dicha experiencia, orientada a la construcción de la noción de simetría, relaciona actividades matemáticas y contextos artísticos. Los resultados de esta experiencia han permitido el diseño de tareas profesionales para analizar y discutir con futuros maestros de educación infantil, cómo enseñar nociones geométricas en las edades iniciales.



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

Marco teórico

El interés por investigar la práctica y el conocimiento profesional del profesor ha promovido el desarrollo de modelos para el análisis de la interacción y práctica educativa en el aula (Coll y Sánchez, 2008). Algunos de estos modelos se centran en la promoción de la reflexión del profesor sobre la acción, se busca así identificar factores claves que inciden los procesos de enseñanza, los cuales pueden ayudar a fundamentar la toma de decisiones sobre diversas situaciones profesionales. Lo anterior, junto con los planteamientos curriculares actuales (tanto a nivel escolar como universitario) centrados en el desarrollo de competencias nos llevan a considerar nuevos retos en la formación inicial de docentes: ¿Cómo aprenden niños y jóvenes el conocimiento matemático? ¿Qué aspectos de las situaciones de aula son relevantes para interpretar dicho aprendizaje? ¿Qué actividad matemática promover en el aula? ¿Qué tipo de situaciones profesionales debe enfrentar el docente que enseña matemáticas en diferentes niveles? Responder a estos interrogantes implica que los docentes deben poder construir un conocimiento profesional y desarrollar competencias docentes que les permitan identificar e interpretar aspectos relevantes de las situaciones de enseñanza y aprendizaje.

Criswell y Krall (2017), argumentan que la mirada profesional permitiría a los maestros ir más allá de las cosas que se observan fácilmente, como los comportamientos y acciones de los alumnos. Y atender a las cuestiones que necesitan ser inferidas de manera significativa, como el pensamiento de los estudiantes sobre una noción matemática determinada. Ginsburg (2016) afirma que los docentes no podrán enseñar bien si no comprenden a los niños, las matemáticas y la pedagogía asociada a estas. Y que, por ello, es fundamental que docentes y futuros maestros aprendan a reconocer y comprender el pensamiento matemático de los niños. En definitiva, es importante promover que los futuros maestros experimenten en diferentes contextos que les permitan aprender a mirar de manera estructurada las situaciones de enseñanza. Uno de estos posibles contextos es el análisis de experiencias escolares.

Brenneman, et al. (2009) subrayan que los niños aprenden y desarrollan habilidades matemáticas desde una edad temprana. A su vez, Canals (1997) plantea que el conocimiento geométrico no se adquiere recibiendo información, ni consiste en reconocer determinadas formas y saber su nombre correcto, implica desarrollar capacidades muy diversas en cada persona. Supone un largo proceso, que requiere: explorar, comparar, descomponer y recomponer, visualizar y expresar verbalmente e interiorizar.

Los alumnos desarrollan ideas matemáticas de forma natural a partir de sus experiencias cotidianas (NCTM, 2000), por ello el docente debe ser consciente de la potencialidad de dichas experiencias para incorporarlas en el aula y apoyar la construcción de las nociones matemáticas de los niños. En los planteamientos del NCTM (2000) se resalta que la geometría es un tópico de las matemáticas que permite el desarrollo natural de las habilidades de



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

razonamiento y justificación en los estudiantes. Habilidades que son fundamentales en la estructuración del pensamiento matemático de los estudiantes.

Es necesario y relevante analizar cómo aprenden los niños las nociones geométricas y cómo enfrentan las tareas que implican una actividad geométrica. Particularmente, nos interesa caracterizar cómo se aprende la noción de la simetría en las edades iniciales, y de esta manera, construir oportunidades de aprendizaje basadas en las necesidades y niveles de comprensión de los niños. Se toma como referencia: el modelo de niveles de razonamiento de Van Hiele (1989) y la propuesta de Clements y Sarama (2009) sobre las trayectorias de aprendizaje. Según estos autores, una trayectoria de aprendizaje comprende: una meta matemática; una progresión de desarrollo; y, un conjunto de tareas instructivas. Coincidimos con Rubio et al., (2019) en que la comprensión de estas trayectorias puede ayudar a los docentes a responder cuestiones relevantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: los objetivos que hay que establecer; por dónde empezar; como decidir la dirección del siguiente paso; y como conseguir este siguiente paso, entre otros.

Metodología

Esta investigación se basa en la observación cualitativa como un estudio de caso y en un proceso de investigación basado en el diseño utilizando situaciones realistas. Se diseña e implementa una secuencia de actividades que consta de 16 actividades. En el diseño, se consideran, por una parte, los componentes de la trayectoria de aprendizaje (Clements y Sarama, 2009). Por otra, procesos involucrados en la construcción de la noción de simetría: identificación de fenómenos de repetición; identificación de líneas de simetría; visualización de elementos para una simetría “rota” y creación de módulos; clasificación según número de ejes y construcción y estructuración de ideas utilizando representaciones personales.

La secuencia de actividades se implementa con dos grupos de alumnos de P5 de una escuela pública catalana. La experiencia escolar desarrollada con los participantes se registró audiovisualmente y posteriormente se digitalizaron y realizaron las transcripciones de cada sesión. Estos registros (textuales y visuales) se constituyen en los datos de nuestro estudio. A modo de ejemplo, se presentan dos de las actividades (1 y 5) de la secuencia en la Figura 1. Junto a la tarea, se presenta su objetivo, descripción y una serie de preguntas que orientan el diálogo durante su implementación. Las actividades incluyeron el uso de una amplia variedad de materiales educativos, manipulativos (fotos de obras de arte, espejos, cuentos y recursos digitales, entre otros).

Para el análisis se consideraron los diferentes niveles definidos en la trayectoria de aprendizaje. Se definieron como unidades de análisis, fragmentos de las sesiones de clase definidos por diálogos generados entre la maestra y los alumnos o entre alumnos y alumnos. En cada unidad de análisis se identifican las acciones y argumentaciones de los niños que dan cuenta de diferentes aspectos asociados a la noción de simetría. Finalmente, se elaboran cuadros de registro, en el que consta el nombre de la actividad, la unidad de análisis, una



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

imagen demostrativa, el código asignado (según el nivel de la THA) y las observaciones realizadas por el equipo investigador, como el que se presenta en la Figura 2.

Resultados

Tras analizar el proceso seguido en las diferentes sesiones, encontramos que los niños son capaces de reconocer similitudes y repeticiones de las obras de arte estudiadas. Explican un cambio de orientación asociándolo a la línea del horizonte cuando realizan una actividad en la que se analiza la ilustración del cuento: “El reflejo del pájaro”. En su mayoría identifican ejes de simetría horizontales y verticales. Y, pocos niños, son capaces de encontrar otros ejes (diagonales) en las diferentes obras estudiadas. Explican que algunas imágenes tienen formas iguales, pero colores diferentes y por ello consideran que no son simétricas. Respecto a la clasificación, los alumnos propusieron criterios, los cuales en su mayoría aludían a elementos naturales, colores y forma de las obras artísticas trabajadas. Finalmente, hemos podido constatar que, al realizar sus propias obras, algunos niños tuvieron en cuenta las repeticiones, los cambios de posición y los ejes de simetría para hacer sus creaciones artísticas.

Un resultado que se deriva del desarrollo y observaciones encontradas en esta experiencia es el diseño de una tarea profesional (TP) que ha sido trabajada con futuros maestros del grado de educación primaria y el doble grado de educación infantil y primaria. En la Figura 3, se puede ver un extracto de dicha TP en la que los estudiantes deben interpretar las respuestas de los niños y niñas reflejando diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico y proponer nuevas actividades para apoyar el aprendizaje de los participantes.

Conclusiones

Consideramos como Clements y Sarama (2009) que diseñar y estructurar una secuencia de aprendizaje organizada a partir del enfoque de las trayectorias de aprendizaje brinda elementos para desarrollar una mejor gestión en el aula. No solo posibilita una mejor estructuración y organización de las actividades, sino considerar las posibles formas de razonamiento y/o prevé dificultades que los niños y niñas puedan tener en la construcción de su conocimiento geométrico. La implementación de la secuencia ha permitido que se cuente con diferentes tipos de evidencias para aproximarnos de mejor forma a las comprensiones de los niños sobre la noción de simetría, identificando, sus acciones, sus explicaciones, sus preguntas, entre otros aspectos.

Plantear actividades abiertas, experimentales, centradas en el diálogo y enmarcadas en contextos artísticos, favorecen un ambiente motivador, de experimentación. Y propicia a maestros, futuros docentes e investigadores un escenario para reconocer la diversidad de maneras como los niños interpretan determinadas situaciones y construyen significados de las ideas matemáticas. Desarrollar propuestas enmarcadas en contextos artísticos aporta elementos para el diseño de propuestas interdisciplinarias, lo que es coherente con los planteamientos curriculares actuales de Educación Infantil que enfatizan el enfoque globalizado y competencial.



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

Caracterizar las trayectorias de aprendizaje que sigue el alumnado es un dispositivo apropiado para generar tareas profesionales que posibilitan analizar la manera en que los futuros maestros interpretan situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Conocer las miradas iniciales que tienen los futuros maestros cuando analizan diversas experiencias escolares permitirá fomentar una postura reflexiva como motor permanente para la transformación de la práctica docente y su desarrollo profesional (Sámuel et al., 2018).



AGRADECIMIENTOS:

Trabajo desarrollado en el marco de las actividades del grupo 2021 SGR 00159 – AGAUR.




MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

5.1. FIGURA O IMAGEN 1

	Objetivo	Tarea	Descripción	Imagen	Diálogo
A ₁	Introducir un conjunto de obras artísticas como provocación de hallazgos de nociones geométricas	Discusión inicial sobre las percepciones y emociones evocadas	Los niños/as hablan sobre las obras artísticas y su significado		¿Por qué has elegido ese cuadro? ¿Qué crees que ha querido plasmar el pintor?
A ₅	Identificar si los niños/as reconocen la línea de repetición. Describir el tipo de reconocimiento	Exploración y discusión sobre dónde está el eje de simetría en diferentes obras	Los niños/as deben encontrar varios ejes de simetría si es posible. Para asegurarlo, deben reconstruir la imagen global		¿Podrías encontrar otros ejes además del vertical? Continúa experimentando con el espejo. ¿En esa posición encuentras la imagen global?

5.2. FIGURA O IMAGEN 2

ACTIVIDAD 9: REALIZAR PREDICCIONES			
Imagen	Unidad de análisis	Categoría	Observaciones
	<p><i>Profesora:</i> ¿Crees que con esta mitad te saldrá todo el cuadro? <i>A1:</i> sí. <i>Profesora:</i> compruébalo. ¿Te sale todo? <i>A1:</i> (mueve el espejo por toda la imagen) Sí. <i>Profesora:</i> compáralo con el cuadro. Sale todo. <i>A1:</i> no, no me he sale todo. <i>Profesora:</i> ¿Que le falta? <i>A1:</i> le falta un poco de esto (señala en medio). Por qué, aquí arriba hay y aquí también. Porque este es el medio y este es el grande.</p>	P	<p>Los alumnos predicen si con un fragmento de un cuadro y con el espejo pueden reconstruir el mismo. Una vez predicen, experimentan con el espejo para confirmar o corregir su predicción.</p> <p>La alumna predice que saldrá todo el cuadro, pero se da cuenta que le falta una parte importante para hacer el reflejo entero, el centro</p>



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

5.3. FIGURA O IMAGEN 3

CUESTIONARIO IDEAS INICIALES SIMETRÍA

En este cuestionario encontraréis dos tareas con diferentes actividades propuestas a niños y niñas de 5-6 años sobre la noción de simetría. Os solicitamos que las analicéis y respondáis a algunas preguntas.

Actividad 2: Los niños/as hablan sobre que le puede haber pasado al pájaro del cuento y de la imagen. Preguntas: ¿Qué creéis que le ha pasado al pájaro? ¿Por qué no le contesta el otro pájaro? ¿Son pájaros distintos o es el mismo? ¿El paisaje cambia?

ACTIVIDAD: DIÁLOGO SOBRE LA IMAGEN E HISTORIA DE "EL REFLEJO DEL PAJARO"		
Imagen	Imagen	Imagen
Respuesta 1	Respuesta 2	Respuesta 3
Alumno: que es su sombra y estaba en un río. Por eso no decía nada.	Alumno: cuando nos acercamos al río, el río nos refleja. Docente: ¿qué creéis que le pasó al pájaro? Alumno: que fue volando y se encontró una rama al río y se refleja.	Alumno: hay el árbol igual, las patas iguales, todo igual. Docente: ¿Está todo igual? Alumno: el pájaro que está en el agua esta hacia abajo y el pájaro de la rama hacia arriba.

ANALIZA LAS RESPUESTAS DE LA ACTIVIDAD 2

P1. Describe qué procesos matemáticos está considerando el niño en cada respuesta.

Respuesta 1
Respuesta 2
Respuesta 3

P2. ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a los alumnos a que respondan de manera correcta a la actividad?

Respuesta 1
Respuesta 2
Respuesta 3



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Brenneman, L., Stevenson-Boyd, J., y Frede, E. (2009). *Math and science in preschool: Policies and practice. Preschool Policy Brief*, 19, 1-12.
- Canals, M.A. (1997). Geometría en las primeras edades escolares. *Suma- Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 25, 32.
- Clements, D. H.; Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Routledge*. <https://doi.org/10.4324/9781003083528>
- Coll, C. & Sánchez, E. (2008). Presentación. El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación*, 346, 15-32.
- Criswell B. & Krall R.M. (2017). Teacher Noticing in Various Grade Bands and Contexts: Commentary. In: Schack E., Fisher M., Wilhelm J. (Eds.) *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks. Research in Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_2
- Ginsburg, H.P. (2016). Helping early childhood educators to understand and assess young children's mathematical minds. *ZDM Mathematics Education*, 48, 941–946. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0807-739>
- Moss, J., Bruce, C., Caswell, B., Flynn, T., y Hawes, Z. (2016) *Taking Shape: Activities to Develop Geometric and Spatial Thinking*. Pearson Education
- National Council of Teachers of Mathematics - NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of teacher of Mathematics.
- Rubio, A.; Vanegas, Y. & Prat, M. (2019). Herramienta para evaluar trayectorias de aprendizaje de la medida de longitud en niños de 6-8 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 76-86. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2018.76-86>
- Sámuel, M., Vanegas, Y. & Giménez, J. (2018). Caracterización del conocimiento matemático de futuras maestras de educación infantil. *Bordón*, 70(3), 61 – 75. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2018.62907>
- Sarama, J., Clements, D. H., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Hudyma, A., y Vanegas, Y. (2021). Length measurement in the early years: teaching and learning with learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-24. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1858245>
- Vanegas, Y. M., Giménez, J., Prat, M., & Edo, M. (2021). Tareas profesionales en la formación de maestros de educación infantil: promoviendo el razonamiento en 0-3. *Acta Scientiae*, 23(7). <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6307>
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. Academic Press.



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS
