



Millora docent i aprenentatge mitjançant la resolució d'exercicis online auto avaluables

Experiència docent en l'assignatura de Matemàtica Discreta

Villanueva Gay, Mercè; Bartrina Rapesta, Joan; Basart Muñoz, Josep M.; Borges Ayats, Joaquim

Universitat Autònoma de Barcelona

Departament d'Enginyeria de la Informació i de les Comunicacions, Escola d'Enginyeria, Carrer de les Sitges s/n. Campus UAB, 08193-Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), Espanya. {merce.villanueva; joan.bartrina; josepmaria.basart; joaquim.borges}@uab.cat

1. RESUM:

En assignatures amb contingut matemàtic, la resolució d'exercicis és fonamental per assolir les competències. Per millorar la qualitat docent, fomentant la participació dels estudiants en el procés d'aprenentatge, s'han creat exercicis on-line. Aquests depenen d'alguns paràmetres de forma que en cada intent l'enunciat és diferent, es poden realitzar en qualsevol moment i en acabar es rep una resposta immediata. El curs 2019-20, amb la covid-19, es van utilitzar per avaluar als estudiants.

2. ABSTRACT:

In subjects with mathematical content, solving exercises is essential for achieving the competences. To improve teaching quality, encouraging student participation in the learning process, online exercises have been created. These depend on some parameters so that in each attempt the statement is different, they can be performed at any time and at the end an immediate response is obtained. The 2019-20 academic year, with the covid-19, they were used to assess students.

3. PARAULES CLAU: 4-6

aprenentatge, resolució d'exercicis, online, auto avaluables



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

4. KEYWORDS: 4-6

learning, solving exercises, online, self-assessing

5. DESENVOLUPAMENT:

A. INTRODUCCIÓ

Avui en dia, la majoria de les institucions educatives ofereixen eines informàtiques perquè l'alumnat pugui adquirir diferents coneixements per assolir les competències de forma asíncrona i remota, permetent millorar la seva qualitat docent.

En aquest sentit, l'assignatura de Matemàtica Discreta del Grau d'Enginyeria Informàtica de la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB) porta treballant en els darrers cursos en un projecte d'innovació docent que consisteix en la creació de recursos basats en exercicis i qüestionaris disponibles on-line, en el campus virtual basat en Moodle. Aquests recursos permeten als estudiants autoavaluar-se i preparar-se per a les proves parcials o finals, i alhora, part d'aquests exercicis formen part de l'avaluació continuada dels estudiants. Els exercicis depenen d'alguns paràmetres de forma que en cada intent l'enunciat és lleugerament diferent a l'anterior. A més, es poden realitzar en qualsevol moment i en acabar s'obté un resultat per part del sistema, que permet saber immediatament si s'han assolit els coneixements i les competències.

Les assignatures amb un fort contingut matemàtic resulten complicades per als estudiants, ja que habitualment no hi veuen una aplicació immediata, malgrat tenir una funció formadora bàsica. La pedagogia matemàtica sempre ha estat un repte per a molts professors, sobretot quan s'enfronten amb estudiants que en molts casos tenen un nivell molt ajustat de coneixements i de vegades no prou consolidat. En aquest tipus d'assignatures, la pràctica en la resolució d'exercicis per part dels estudiants és fonamental per assolir les competències i superar així l'assignatura.

És en aquest context, on les plataformes d'ensenyament interactives via web, juguen un paper cada cop més creixent i rellevant en l'àmbit de l'ensenyament en general i de les matemàtiques en particular, oferint una formació més atractiva i més adaptable quant a localitzacions, horaris i tasques a realitzar durant els cursos, al ritme que cada estudiant es vol imposar o necessita. Per exemple, el fenomen MOOC (cursos massius, oberts, gratuïts i on-line) és una iniciativa relativament recent que sembla que està tenint força impacte en l'educació a nivell mundial, ja que permet arribar a un públic molt ampli, i permet flexibilitat i autonomia en el procés d'aprenentatge [1]. La iniciativa docent que descriurem pretén traslladar part dels avantatges d'aquesta nova modalitat a l'ensenyament presencial més tradicional, i analitzar si això suposa una millora en el procés d'aprenentatge que es tradueixi en



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

una millora del rendiment acadèmic dels estudiants. Altres iniciatives en aquest mateix sentit, però amb entorns de docència totalment virtual es troben descrites en [2], [3], [4], [5] i [6].

Actualment, en la plataforma Miriada [7] per a cursos MOOC i en la plataforma UPVX [8] de la Universitat Politècnica de València s'ofereix un curs MOOC titulat "Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la vida real". El curs està format per 7 unitats o mòduls, 5 dels quals coincideixen amb una part important dels continguts de l'assignatura de Matemàtica Discreta, concretament representen aproximadament un 70%. El material disponible es troba en format de vídeos, fitxers pdf i qüestionaris auto avaluable. Pel que fa als qüestionaris, val a dir que el nombre d'exercicis disponibles en cada mòdul és molt reduït, només 4 o 5. A més, totes les preguntes són respostes tancades, amb opcions múltiples però fixades, per tant sempre apareixen les mateixes en els diferents intents. En aquest cas, com que es permeten múltiples intents per donar la màxima flexibilitat als estudiants, els enunciats i les solucions són sempre els mateixos, i es pot arribar a obtenir quina és la resposta correcta simplement provant totes les opcions disponibles.

Aquest document descriu com hem millorat la qualitat docent en l'assignatura de Matemàtica Discreta i, en conseqüència el rendiment acadèmic dels estudiants, fomentant la seva participació en el procés d'aprenentatge a través de la realització d'exercicis on-line. El disseny i creació d'aquests d'exercicis i qüestionaris pot servir al mateix temps per a la planificació d'una docència virtual o semi-presencial en aquesta assignatura en un futur. Destaquem en aquest sentit que durant el segon semestre del curs 2019-2020 (del febrer al juny del 2020) i degut al confinament per la covid-19, la docència es va realitzar de forma virtual i gran part dels exercicis preparats dins d'aquest projecte es van fer servir en el procés d'avaluació que es va realitzar també de forma virtual. Alhora vam aprofitar per dissenyar i implementar nous exercicis per completar l'avaluació virtual.

La resta del document està organitzat de la següent manera. Primer es descriu el projecte docent, a continuació es mostren els resultats obtinguts en els darrers cursos a nivell de rendiment acadèmic i finalment es presenten les conclusions.

B. PROJECTE D'INNOVACIÓ DOCENT

a. Assignatura on s'implanta el projecte docent:

L'assignatura de Matemàtica Discreta inclou dins del seu temari conceptes de conjunts, combinatòria bàsica, teoria de grafs (seqüències gràfiques, exploració, camins de cost mínim, arbres, planaritat, coloració de vèrtexs, grafs eulerians i grafs hamiltonians), i complexitat computacional. L'avaluació



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

està organitzada de la següent manera: realització de dos exàmens parcials o un final (30%+30%), lliurament d'un projecte desenvolupat en les classes de seminaris (25%) i resolució de tres qüestionaris on-line programats en Moodle dins del CV amb diferents exercicis (15%).

b. Descripció del projecte docent:

El primer curs acadèmic en que es comença a desenvolupar el projecte és el 2016-17. En aquell primer curs es van generar exercicis on-line per als 4 primers mòduls de l'assignatura (787 exercicis). En el curs 2017-18, es van ampliar i millorar els qüestionaris per als mòduls 3 i 4, i es van crear qüestionaris nous per als mòduls 5 i 6 (226 exercicis diferents, molts d'aquests amb més de 10 subpreguntes incrustades). El curs 2018-19, es van millorar, ampliar i reorganitzar els dels mòdul 1 (35 nous exercicis amb més de 50 variacions cadascun) ja que és on tenen més dificultat els estudiants, i es va incrementar el nombre d'exercicis del mòdul 4 (40 noves variacions amb 5 subpreguntes cadascuna) i mòdul 5 (7 de nous amb més de 60 preguntes).

Finalment, el curs 2019-20, es van programar funcions de forma externa amb Sage/python que permeten generar tantes preguntes com es vulguin per 4 dels algorismes més importants que s'estudien en l'assignatura. Cada pregunta és tipus *cloze* formada per entre 10-20 subpreguntes. Durant aquest curs 2020-21 tenim previst acabar de generar de forma automàtica exercicis per a l'aprenentatge de tots els algorismes de grafs que formen part del temari. Tots aquests exercicis com a variacions d'un mateix model permeten que en cada intent l'enunciat sigui diferent. Per fer-ho, implementem funcions que generen grafs de forma aleatòria, apliquen els algorismes per avaluar, i a partir d'aquestes dades, es generen els exercicis amb el format adequat per a ser importats al CV seguint l'estil dels exercicis ja existents.

c. Tipus i disseny dels exercicis:

Els exercicis s'han creat dins del campus virtual basat en Moodle i s'agrupen formant qüestionaris. Aquests són de dos tipus segons la seva finalitat:

- **Formatius.** Aquests representen la majoria dels qüestionaris i tenen com a objectiu que els estudiants puguin practicar i autoavaluar-se per preparar-se per a les proves parcials o finals presencials.
- **Sumatius.** A diferència dels anteriors, les qualificacions d'aquests sí que tenen com a objectiu contribuir parcialment a la nota final de



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

l'assignatura.

En total s'ha dissenyat 18 qüestionaris de tipus formatius, i 3 de tipus sumatius que contribueixen en un 15% en la nota final. Els primers permeten als estudiants desenvolupar el seu raonament lògic i d'abstracció, auto avaluar-se i preparar-se per a les proves parcials o finals. Aquests estan configurats amb un nombre il·limitat d'intents i amb cap limitació de temps. En canvi, els de tipus sumatiu, permeten avaluar el progrés dels estudiants. A diferència dels anteriors, estan configurats de forma que només es permet un intent, amb un temps limitat i dins d'una franja horària concreta, per exemple, durant un dia.

La majoria d'exercicis s'han dissenyat amb solució oberta (l'estudiant introdueix la solució i el sistema comprova si aquesta és correcta), i només en alguns casos concrets són de tipus opcions múltiples o cert/fals. D'aquesta forma s'augmenten considerablement les possibles entrades, i l'estudiant no pot obtenir la resposta correcta simplement provant totes les opcions disponibles. A més, la majoria son exercicis amb enunciats que depenen d'una o diverses variables, per aconseguir que en cada intent de resolució del qüestionari, les preguntes siguin lleugerament diferents. Quan degut a la complexitat de l'exercici, no ha estat possible configurar-ho amb variables directament en Moodle, s'han programat funcions en Sage/python o Java que permeten generar el nombre que vulguem de variacions d'una mateixa pregunta i importar-ho al Moodle. En les Figures 1, 2 i 3 es poden veure tres exemples d'exercicis. Les Figures 1 i 2 mostren exercicis de conceptes bàsics i seqüències gràfiques, mentre que la Figura 3 mostra un exemple d'un exercici de recorreguts òptims on s'ha d'aplicar un l'algorisme d'aproximació per resoldre el problema del Viatjant de Comerç a partir d'una matriu de costos.

Per acabar, volem destacar que la creació i incorporació de tots aquests exercicis en Moodle ha comportat un gran esforç i hores de dedicació ja que, resumidament, ha calgut: 1) adquirir el coneixement suficient de la plataforma Moodle per definir un banc de preguntes i els diferents qüestionaris; 2) degut al gran volum d'exercicis parametrizables que es volien incorporar per a la bona pràctica docent (més de 1000), desenvolupar funcions en Sage/python i Java per tal de generar-los i importar-los en format XML compatible amb la plataforma Moodle; 3) i per últim, anar refinant constantment els exercicis a partir del feedback dels estudiants i així millorar-ne la seva qualitat. Gràcies al perfil del professorat d'aquesta assignatura (matemàtics i enginyers informàtics), aquests costos han estat assumibles però no menyspreables.

d. Impacte en l'estudiantat

Amb la implementació d'aquests exercicis i qüestionaris on-line (de tipus



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

formatius), creiem que es pot aconseguir una major implicació de l'estudiant en el procés d'aprenentatge, ja que: 1) es poden realitzar en qualsevol moment i localització, 2) l'estudiant pot rebre al finalitzar el qüestionari un resultat per part del sistema, i 3) saber immediatament si ha assolit els coneixements i competències de l'assignatura. Si els resultats dels qüestionaris no són correctes, l'estudiant pot revisar i estudiar de nou els continguts, i tornar a realitzar el qüestionari (que contindrà preguntes lleugerament diferents), així tantes vegades com sigui necessari.

Al mateix temps, aquests exercicis suposen un entrenament per a familiaritzar-se amb la plataforma i l'entorn, que requereix que les respostes s'introdueixin en un format específic per tal que el sistema les pugui reconèixer com a correctes. Això permet que, seguint el mateix estil en els exercicis, es puguin dissenyar qüestionaris similars (de tipus sumatius) que formen part de l'avaluació final dels estudiants en un 15%.

Val a dir que el curs 2019-20, amb la situació d'excepcionalitat i confinament per la covid-19, els dos exàmens parcials i el final també es van realitzar a través de qüestionaris on-line. Aquests es van dissenyar seguint el mateix estil, però amb l'única diferència que tots els estudiants els havien de resoldre en el mateix moment, com si fos una prova presencial. El fet de disposar d'experiència prèvia i les eines de creació d'aquests tipus d'exercicis on-line, ens va permetre adaptar-nos ràpidament a la situació i poder fer una avaluació on-line amb un mínim de garantia de que entre els estudiants no es compartien les solucions, ja que per a cada estudiant es generava automàticament un enunciat de la prova diferent.

C. RESULTATS I ANÀLISI

Per valorar l'impacte sobre els estudiants en quant a participació i millora dels coneixements adquirits hem avaluat: (1) Nombre o percentatge d'estudiants que intenta realitzar els exercicis on-line proposats, (2) Notes mitjanes obtingudes en els exercicis, (3) Grau de satisfacció amb la proposta d'innovació docent, segons una enquesta específica, (4) Qualificacions dels qüestionaris sumatius, parcials i exàmens finals de l'assignatura, (5) Rendiment acadèmic de l'assignatura en percentatge d'estudiants que es presenten i superen l'assignatura.

A continuació, descrivim cada punt i detallem el nivell assolit, i tot seguit es fa una anàlisi més general d'aquests resultats.

1. El percentatge d'estudiants que han intentat realitzar els exercicis dels qüestionaris formatius ha variat bastant en funció del qüestionari. El curs 2018-19, de mitjana, va ser d'un 44,02% (els cursos anteriors, 38% i 39%)



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

respecte als estudiants matriculats i d'un 51,32% (els cursos anteriors, 44% i 46%) respecte als estudiants que s'han presentat a l'examen final. En els dos casos hi ha hagut un increment. En canvi, la participació en els qüestionaris sumatius ha estat d'un 72% respecte als matriculats i d'un 85% respecte als presentats a l'examen final, per tant molt semblant als dels dos cursos anteriors que van ser al voltant del 75% en el primer cas i 88% en el segon cas.

2. La nota mitjana dels qüestionaris formatius s'ha anat incrementant lleugerament, ja que va ser d'un 6,60 el curs 2018-19 (els cursos anteriors 4,75 i 6,20). En canvi, en els qüestionaris sumatius, la nota mitjana va ser d'un 6,89 (els cursos anteriors, 5,89 i 7,35). Cal tenir en compte que el nombre de qüestionaris formatius i sumatius s'ha anat incrementant al llarg dels cursos.
3. Els cursos 2016-17, 2017-18, i 2018-19 es va realitzar una enquesta específica sobre els qüestionaris on-line. L'enquesta ha comptat amb una participació del 74% el darrer curs i 64% el curs anterior. Respecte dels estudiants enquestats podem concloure el següent: 1) El 36% ha resolt la majoria dels qüestionaris online. 2) Més del 50% ha utilitzat els qüestionaris per millorar les seves capacitats per resoldre problemes, millorant així la seva puntuació. 3) Els qüestionaris són d'utilitat per a la majoria dels estudiants, només el 17% considera que no li serveixen o no ho necessita. 4) Més del 75% dels estudiants puntua amb 3 (sobre 5) o més la utilitat dels qüestionaris online. 5) Més del 78% puntua amb 3 (sobre 5) o més la qualitat dels qüestionaris.
4. Del curs 2015-16 al 2018-19, els estudiants que van obtenir més d'un 0,75 sobre 1,50 punts en les proves de problemes ha estat un 10%, 18%, 25% i 32%, respectivament. Mentre que la mitjana d'aquestes proves ha estat d'un 0,40, 0,43, 0,49 i 0,52 sobre 1,50. Val a dir que tots aquests valors s'han calculat respecte al total d'estudiants matriculats i no respecte als estudiants que han seguit l'avaluació continuada.
5. En els darrers cursos el percentatge d'estudiants que s'han presentat està estabilitzat al voltant del 85%. Per altra banda, el nombre d'estudiants que superen l'assignatura augmenta un 2 i un 4% respecte als cursos 2015-2016 i 2016-2017 respectivament. En canvi la nota mitjana va disminuir unes centèsimes respecte el curs 2015-2016 i 2016-2017. En el curs 2018-19, les dades de presentats, aprovats i suspesos pràcticament s'han mantingut iguals. D'aquestes dades es desprèn que: des de que es va iniciar aquesta sèrie de projectes d'innovació docent el nombre total d'aprovats ha augmentat. Pel que fa a la nota mitjana, aquesta s'ha incrementat lleugerament.

D'acord amb el punt 1, des de que es va iniciar aquesta nova metodologia, el nombre d'estudiants que realitza els qüestionaris formatius va augmentant, per tant, creiem



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

que poc a poc els estudiants van veient la seva importància. Les notes dels qüestionaris també van augmentant d'acord amb el punt 2. Segons el punt 3, majoritàriament els estudiants estan contents i valoren positivament l'experiència. Malgrat que alguns manifesten no tenir temps per fer-los tots, ens diuen que com més n'hi hagi millor. El punt 4 mostra que, en la part de l'avaluació (15%) que inclou els qüestionaris formatius, va augmentant tant el nombre d'estudiants que l'aproven (d'un 10% abans de fer servir aquesta metodologia al 32% el curs 2018-19) com la nota mitjana que obtenen. Aquests percentatges són respecte al total d'estudiants matriculats i cal tenir en compte que aproximadament cada any un 15% d'estudiants abandona l'assignatura. Per altra banda, segons el punt 5, el percentatge d'estudiants que aprova l'assignatura i la mitjana de les notes finals ha anat augmentant encara que lleugerament. Així, considerem que l'experiència en general ha permès millorar la qualitat docent i el rendiment acadèmic en l'avaluació continuada.

Per tant, d'acord amb aquests resultats, podem afirmar que la proposta ha estat una bona iniciativa d'innovació docent. Tot i així, creiem que els resultats podrien millorar si més estudiants s'animesin a realitzar aquests exercicis. Tenint en compte que la majoria són opcionals, un gran nombre d'estudiants opten per no intentar resoldre'ls, i per això els resultats són baixos, tant en participació com en les seves notes mitjanes. Una estratègia futura podria ser valorar en la nota final de l'assignatura la participació en tots aquests qüestionaris i les seves notes, per tal d'incentivar els estudiants a realitzar els exercicis. Una segona opció seria analitzar i valorar si els estudiants que han realitzat els qüestionaris opcionals són realment els que obtenen millors qualificacions finals. Finalment, també destacar que creiem que millorant els resultats de l'avaluació continuada, esperem que també millorin les qualificacions finals de l'assignatura que s'analitzen en el darrer indicador.

D. CONCLUSIONS

L'ús de les plataformes interactives via web per a la realització d'exercicis online autoavaluables pot ser de gran ajuda per millorar els resultats d'aprenentatge dels estudiants, i fomentar la seva participació tal com hem descrit. En general, tots aquests qüestionaris han de permetre als estudiants comprovar si han assolit els coneixements i competències específiques de cada mòdul. A més, seguint la tendència actual de dissenyar procediments de docència combinada (presencial-virtual) per adaptar-nos a les diferents necessitats d'aprenentatge dels estudiants, a través d'aquest tipus de plataformes, creiem que en un futur es podria impartir algun grup d'aquesta assignatura amb una modalitat virtual o semi-presencial.

L'estratègia didàctica descrita és aplicable a qualsevol assignatura, però creiem que és més rellevant en assignatures de caire més matemàtic o bé on els exercicis consisteixen a aplicar mètodes i algorismes explicats en les classes teòriques. Per tant, aquesta metodologia es pot aplicar a qualsevol assignatura de qualsevol àrea, sempre



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

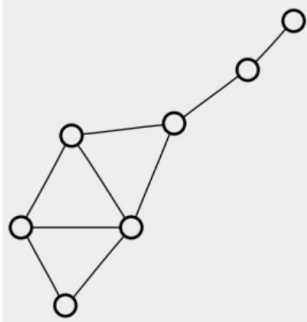
que en el procés d'aprenentatge sigui important la resolució d'exercicis, com per exemple en l'àrea d'enginyeria i ciències en general.

Finalment, destacar que l'experiència docent dels d'exercicis online auto avaluable ha sigut positiva en dos aspectes. En primer lloc, en l'augment de la participació dels estudiants en les activitats d'aprenentatge, ja que el percentatge d'estudiants que intenta realitzar els exercicis on-line es va incrementant paulatinament. I, en segon lloc, en els resultats acadèmics obtinguts, ja que el percentatge d'estudiants que es presenten i superen l'assignatura en l'avaluació continuada s'incrementa o bé es manté i es milloren les qualificacions finals, respecte als darrers cursos.



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

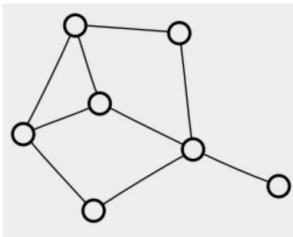
5.1. FIGURA O IMATGE 1



Quin és l'ordre del graf anterior?

Quina és la mida del graf anterior?

Quina és la seqüència de graus del graf anterior? Introdueix els valors dels graus ordenats de major a menor i separats per comes, sense espais en blanc.



Quin és l'ordre del graf anterior?

Quina és la mida del graf anterior?

Quina és la seqüència de graus del graf anterior? Introdueix els valors dels graus ordenats de major a menor i separats per comes, sense espais en blanc.

Són isomorfs els dos grafs anteriors?

Quin és el diàmetre del primer graf?

Quin és el diàmetre del segon graf?



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

5.2. FIGURA O IMATGE 2

Determineu quines de les seqüències següents són gràfiques i si és necessari aplicar l'algorisme de Havel-Hakimi per determinar-ho.

- 3, 5, 5, 6, 6, 3, 3, 3 És gràfica? És necessari aplicar Havel-Hakimi?
- 5, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 1, 1 És gràfica? És necessari aplicar Havel-Hakimi?
- 1, 2, 3, 4, 4, 8, 5, 6 És gràfica? És necessari aplicar Havel-Hakimi?
- 6, 6, 6, 4, 3, 3, 2 És gràfica? És necessari aplicar Havel-Hakimi?
- 6, 5, 4, 3, 2, 2, 2, 2 És gràfica? És necessari aplicar Havel-Hakimi?



MÉS ENLLÀ DE LES COMPETÈNCIES: NOUS REPTES EN LA SOCIETAT DIGITAL

5.3. FIGURA O IMATGE 3

El graf simètric representat per la taula de costos següent mostra la distància que hi ha d'un punt a un altre. Fixeu-vos que la matriu és simètrica, per tant, el cost d'anar d'un punt x a un altre punt y és el mateix que el d'anar de y a x.

	A	B	C	D	E
A	0	57	64	8	26
B	-	0	88	54	34
C	-	-	0	57	56
D	-	-	-	0	23
E	-	-	-	-	0

Trobeu el circuit hamiltonià H, de forma que el seu cost verifiqui $\text{cost}(H) < 3/2 \text{cost}(H_0)$, on H_0 és un circuit hamiltonià de cost mínim.

Fixeu-vos que el graf representat per la matriu de costos compleix la desigualtat triangular, de manera que podem resoldre el problema amb l'algorisme basat en l'aparellament perfecte òptim.

1. Quines són les arestes del graf que formen l'arbre generador de cost mínim T?

Primer, identifiqueu cada aresta amb els seus dos vèrtexs incidents en ordre alfabètic. Per exemple, una aresta del vèrtex A al B, seria AB; i una del vèrtex E al C, seria CE. A continuació, introduïu les arestes en ordre alfabètic i separades per una coma. Si, per exemple, les arestes fossin BE, AB i CD, heu d'introduir "AB,BE,CD" sense les cometes ni espais en blanc.

AD,BE,CE,DE

2. Indiqueu el cost de l'arbre generador de cost mínim T. 121

3. Quins vèrtexs de l'arbre T hem d'aparellar per trobar un circuit eulerià?

Introduïu els vèrtexs en ordre alfabètic, sense comes ni espais en blanc. Si, per exemple, fossin els vèrtexs E, C i D, heu d'introduir "CDE" sense les cometes. ABCE

4. De quantes maneres diferents podem aparellar, dos a dos, els vèrtexs anteriors? 3

5. Introduïu en la primera fila i en la primera columna de la següent taula els vèrtexs del punt 3 en ordre alfabètic. Introduïu també la distància mínima entre cada parella d'aquests vèrtexs.

	A	B	C	E
A	0	57	64	26
B	-	0	88	34
C	-	-	0	56
E	-	-	-	0

6. Quines són les arestes del graf que cal afegir o duplicar a T per a obtenir un multigraf eulerià T'?

Primer, identifiqueu cada aresta amb els seus dos vèrtexs incidents en ordre alfabètic. Per exemple, una aresta del vèrtex A al B, seria AB; i una del vèrtex E al C, seria CE. A continuació, introduïu les arestes en ordre alfabètic i separades per una coma. Si, per exemple, les arestes fossin BE, AB i CD, heu d'introduir "AB,BE,CD" sense les cometes ni espais en blanc. AC,BE

7. Quin és el cost total de les arestes a afegir o duplicar? 98

8. Indiqueu el circuit eulerià de T' a partir del qual obtindrem el circuit hamiltonià.

Considereu el vèrtex "A" com a punt de partida, i en cas de dubte trieu el vèrtex amb etiqueta menor en ordre alfabètic. Introduïu els vèrtexs del circuit sense comes ni espais en blanc. Si, per exemple, el circuit fos (A, D, C, A), heu d'introduir "ADCA" sense les cometes. ACEBEDA

9. Indiqueu el circuit hamiltonià.

Introduïu els vèrtexs del circuit, també sense comes ni espais en blanc. ACEBDA

10. Quin és el cost total del circuit hamiltonià anterior? 216

11. A partir del resultat anterior, indiqueu entre quins valors està el cost del circuit hamiltonià òptim. 145 ≤ cost(H) ≤ 216



6. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES (segons normativa APA)

- [1] J. Kennedy (2014). Characteristics of Massive Open Online Courses (MOOCs): A Research Review, 2009-2012. *Journal of Interactive Online Learning*, 13(1). www.ncolr.org/jiol
- [2] T. Sancho-Vinuesa, N. Escudero-Viladoms (2012). A Proposal for Formative Assessment with Automatic Feedback on an Online Mathematics Subject. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 9, 240–260.
- [3] T. Sancho-Vinuesa, N. Escudero-Viladoms, R. Masià (2013). Continuous activity with immediate feedback: A good strategy to guarantee student engagement with the course. *Open Learning: The Journal of Open, Distance and e-Learning*, 28(1), 51-66.
- [4] Sánchez, Vanesa Gámiz, Rosana Montes Soldado, and María Carmen Pérez López. "Self-assessment via a blended-learning strategy to improve performance in an accounting subject." *International Journal of Educational Technology in Higher Education* 11.2 (2014): 43-54.
- [5] Calm, Remei, et al. "Wiris Quizzes: Un sistema de evaluación continua con feedback automático para el aprendizaje de matemáticas en línea." *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información* 14.2 (2013): 452-472.
- [6] De la Flor López, Silvia, Francesc Ferrando, and Albert Fabregat-Sanjuan. "Learning/training video clips: an efficient tool for improving learning outcomes in Mechanical Engineering." *International Journal of Educational Technology in Higher Education* 13.1 (2016): 1-13.
- [7] (2021) https://miriadax.net/web/aplicacion_grafos
- [8] (2021) <http://cursografos.upvx.es/>