HISTORIA DE

LAS CIENCIAS Y ENSEÑANZA

UNA CONSIDERACION HISTORICO-DIDACTICA DE MATEMATICA ELEMENTAL

AZNAR GARCIA, J.V.

Observatorio Astronómico. Universidad de Valencia.

SUMMARY

This paper is a description and a critical study to the work signed by Ventura Reyes Prosper (1863-1922) in the *Archivo de Matemáticas Puras y Aplicadas*, «A new demonstration of the trigonometrical formulae of an angle equal to addition or substraction of two angles» claiming the applications of the Matematics History of M. to critical education.

I

No añadimos nada nuevo al reafirmarnos sobre las innumerables aplicaciones con que, el conocimiento de la historia de una ciencia, puede contribuir en el estudio y en la didáctica de la misma; máxime, cuando próximo queda todavía el último Simposio sobre *La Historia de la Ciencias y la Enseñanza* organizado conjuntamente, en abril de 1980, por la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y el I.C.E. de la Universidad Literaria de Valencia, y entre cuyas comunicaciones dejábase entrever la profunda necesidad de armonizar historia, filosofía y pedagogía en la enseñanza de cualquier ciencia. Hacemos nuestras, por ejemplo, las palabras con que DROEVEN encabezaba su ponencia en el referido Simposio:

> «El esquema actual de exposición de la enseñanza: axiomas-definiciones-teoremas-pruebas, sufre de una *amnesia histórica,* grave por cierto, pues al ignorar las génesis históricas de los conceptos matemáticos que involucra, induce simétricamente a una amnesia conceptual en el alumno, el cual no puede reencontrarse ni reencontrar los abstáculos del conocimiento matemático que han tenido que vencer estos *conceptos.*»[1]

Pero esta superior necesidad, que constituye hoy la piedra de toque de algunos profesores en pugna con el «establishment» académico, no es nueva para la historia de nuestra cultura. Lauro Clariana, a través de *El Progreso Matemático,* y Ventura Reyes, desde una modesta cátedra de Instituto, la reivindicaron a finales del siglo pasado y, a principios del presente, Miguel Marzal pedía con urgencia, en la *Asociación Española para el Progreso de las Ciencias,* la creación de cátedras libres donde se explicase la historia, la filosofía y la pedagogía matemática, y el emprendedor García de Galdeano daba vida a su *Boletín de Crítica, Enseñanza y Pedagogía Matemática.*[2]

No podemos decir que hayamos avanzado mucho desde entonces. La idea de nuestros predecesores todavía sigue siendo, por el momento, «subversiva» y «descabellada».

II

Pretendemos en este corto artículo dar a conocer un pequeño trabajo sobre trigonometría debido a la pluma del matemático español D. Ventura Reyes Prosper (1863-1922), que por su sencillez, elegancia y profundidad de concepto puede ser interesante en la didáctica elemental de esta área —he aquí una de las múltiples aplicaciones de la historia de la ciencia— y además, proporcionar al público lector la bibliografía necesaria para el estudio de la obra de este singular matemático, al que debemos la introducción en España de la Lógica Simbólica y de la Geometría no-Euclídea, gracias a la activa correspondencia que, desde su estadio de la enseñanza media, mantuvo con los principales científicos europeos de su época (Klein, Lindmann, Poincaré, Nagy, Schroder, Peano, Cantor, Weirstrass, Kronecker, etc...) siguiendo al día las últimas novedades en sus obras.

El perfil científico de la personalidad de Ventura Reyes lo trazaba perfectamente un estudioso de su obra, Del Val (1973), cuando hablando del programa que presentó en las oposiciones a cátedras del instituto de 1888 decia:

> «Lo que Reyes proponía por tanto era introducir la ciencia moderna desde la enseñanza elemental, cosa que evidentemente debía sorprender a los que formaban parte de los tribunales de oposición que con seguridad desconocían las teorías científicas de las que Reyes hablaba. Desgraciadamente hay que reconocer que se ha avanzado muy poco desde entonces; los actuales programas de bachillerato siguen ignorando buena parte de las innovaciones que Reyes practicaba, quizás porque los responsables de la educación continúan siendo tan ignorantes como entonces.»[3]

El artículo en cuestión trata de una nueva disertación para el cálculo de las expresiones trigonométricas del cos(A+B), cos(A-B) y sus respectivos senos. La demostración, que aun hoy creemos nueva, coincidirá —salvo comentarios y ligeras modificaciones— con la que dió Reyes en su artículo «Nueva demostración de las fórmulas trigonométricas de un ángulo igual a la suma o diferencia de dos dados» publicado en 1896, en la revista *Archivo de Matemáticas Puras y Aplicadas* (1: 89-91) editada y dirigida por el entonces catedrático de Análisis de la Universidad de Valencia Luís Gonzaga Gascó.[4]

La originalidad del trabajo reside precisamente en la conexión para una demostración tan elemental de la geometría plana con la del espacio. Como el propio Reyes decía en el encabezamiento:

> «Me propongo, en esta corta nota, deducir por medio de consideraciones estereométricas las fórmulas que expresan el valor del seno y del coseno de A + B. No conozco ningún autor que dé una demostración semejante a la que presento, y me ha complacido siempre en extremo buscar el enlace entre la geometría plana y la del espacio, lo que en algunos casos proporciona demostraciones más sencillas, y en otros, por lo menos, un concepto más claro del asunto, ofreciendo generalizaciones curiosas.»

Y sigue con la idea del volumen de un tetraedro de arista unidad

$$V = \frac{1}{6}\sqrt{\begin{matrix} 1 & \cos A & \cos B \\ \cos A & 1 & \cos C \\ \cos B & \cos C & 1 \end{matrix}}$$

siendo A, B, y C los ángulos del triedro.

Si suponemos ahora que C = A + B, con lo cual el volumen V = 0, o lo que es lo mismo:

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos A & \cos B \\ \cos A & 1 & \cos C \\ \cos B & \cos C & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

desarrollado ahora por Sarrus la determinante anterior, tendrá

$$1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C + 2(\cos A)(\cos B)(\cos C) = 0$$

que es una ecuación de segundo grado respecto de cosC, cuya solución nos da

$$\cos C = \cos A \cos B + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B.$$

Si hacemos ahora C' = 90º-A-B, se tendrá de inmediato:

$$\cos C' = \operatorname{sen}(A+B) = \cos(90^{\circ}-(A+B) = \operatorname{sen} A \cos B + \cos A \operatorname{sen} B$$

III

Hemos visto un ejemplo de aplicación de la teoría de las determinantes a la Geometría y al cálculo de relaciones trigonométricas. Muchas más pueden encontrarse si se consulta la bibliografía de la matemática española de la segunda mitad del siglo XIX y primeros veinte años del presente. Por haber sido éste uno de los temas que junto a la Geometría del triángulo, o la Coordinatoria, o la Aritmética (y otros de carácter elemental) con mayor asiduidad se estudiaron por parte de nuestros matemáticos, podemos encontrar en los textos históricos cuestiones muchas veces desconocidas para nosotros, aclaraciones sorprendentes —incluso para nuestra óptica actual— y, sobre todo, exposiciones didácticas que pueden llegar a sorprendernos.

NOTAS

(1) DROEVEN, E., 1982. Propuesta para un aprendizaje no ahistórico de las matemáticas, en *Actas del Simposio La Historia de las Ciencias y la Enseñanza*. Valencia 18-19 abril, 1982, pp. 53-56. (Edición de Victor Navarro Brotons. ICE: Valencia).

(2) «Desgraciadamente en España el tema sigue siendo nuevo, e incluso a nivel institucional académico-docente subversivo. ¿De dónde procede el recelo hacia la enseñanza de la historia de las matemáticas en las facultades o secciones de matemáticas españolas?» GARMA, S. y HORMIGON, M., «Enseñanza e Historia de las Matemáticas» *Actas del Simposio La Historia de las Ciencias y la Enseñanza*, pp. 49-51, la cita en pag. 49.

(3) DEL VAL, J.A., «Los escritos lógicos de Ventura Reyes y Prosper (1863-1922)» *Teorema* 1973, *3*: 315-354. La cita en pag. 319-320. Resulta sorprendente, como atinadamente señala DEL VAL, encontramos con un profesor de bachillerato que en 1888 incorpore a sus lecciones, en un instituto de provincias, la Teoría de Galois, la geometría no-Euclidea según Lobachefski y Bolyai, o la algoritmia de la lógica según Peirce, Scroder, Grassmann y Boole.

(4) En 1897 escribía otro artículo para la misma revista (2: 44-47), «Nota sobre un punto de Geometría no-Euclidea», en el que hacía algunas consideraciones al cálculo de la longitud de un arco en geometría no-euclidea. Sobre esta revista y la obra de su director hay un trabajo reciente: AZNAR, Josep, «Contribución a la Historia de la Matemática Española de finales del XIX: Luis Gascó (1846-1899) y el Archivo de matemáticas».
Actas II Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias (Jaca, 1982) (en prensa).

REFERENCIAS

DEL VAL, J.A., 1966, Un lógico y matemático español del s. XIX, Ventura Reyes Prosper, *Revista de Occidente*, vol. 36, pp. 252-261.