

MODOS DE JUSTIFICACIÓN DE LOS ALGORITMOS, REGLAS Y PROCEDIMIENTOS EN EL ÁMBITO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO EN LIBROS DE TEXTO

Roberto Vidal Cortés, Marcos Barra Becerra
Universidad Alberto Hurtado

Héctor Hevia Soto
Universidad Adolfo Ibañez

RESUMEN: Se describe cómo en una muestra intencionada de libros de texto de matemática, utilizados entre 2001 y 2016 en Chile, se justifican los algoritmos, reglas y procedimientos, en base a: la unicidad o multiplicidad de representaciones utilizadas, el tipo de representación según Bruner (1966) y la posibilidad de generalización. Se evidenció ausencia de justificación en algunos casos y en otros donde sí existía, se observó desconexión entre los tipos de representación. Se concluye escasa vinculación con el desarrollo y tratamiento hacia el enfoque teórico, levantando la necesidad reformular los discursos de enseñanza en los libros de texto analizados. Mostramos además, que este trabajo abre una posible línea de estudio para la Didáctica de las Ciencias.

PALABRAS CLAVE: Modos de justificación, Modos de representación, libros de texto.

OBJETIVOS: El objetivo general de este estudio, es identificar y caracterizar el tránsito entre los tipos de representaciones que se utilizan para justificar los algoritmos, reglas y procedimientos (en adelante, ARP) presentes en los libros de texto, en el ámbito numérico y algebraico. Para este objetivo, se propusieron los siguientes objetivos específicos:

- O1: Identificar si existen ARP que se suelen justificar y otros que no, en la enseñanza por libros de texto.
- O2: Levantar modos de justificación para caracterizar la razón de ser de los ARP presentes en los libros de texto.
- O3: Detectar, de los modos de justificación, el tránsito entre los tipos de representaciones que se utilizan para justificar los ARP.

MARCO TEÓRICO

Los libros de texto escolar, dan cuenta de las formas de enseñanza esperadas en un determinado tiempo y lugar. Son el testimonio de lo que se produce y de la mentalidad dominante de una determinada

época, que responde al conocimiento academicista que deben transmitir las instituciones educativas (Escolano, 2009). Para Ferreira y Mayorga (2010), es un apoyo para su aprendizaje y guía al profesor en su gestión de enseñanza.

Las actuales bases del currículo escolar en Chile (MINEDUC, 2012, 2016), explicitan la incorporación del Enfoque CPA (Concreto – Pictórico – Abstracto), en el contexto del éxito sostenido de Singapur en las pruebas PISA y TIMSS en los últimos años, tomando como referente sus prácticas de enseñanza de la matemática. En estas prácticas, uno de los tres pilares de sus fundamentos, corresponde a dicho enfoque, el que se refiere a la progresión del paso de lo concreto a lo abstracto siendo mediado por imágenes. El origen de este enfoque se encuentra en los trabajos de Bruner (1966), según Aramburú, (2004), en sus *tipos de Representación del Conocimiento*: Enactivo, Icónico y Simbólico. El tipo *enactivo*, postula que los niños adquieren una nueva información transformándola en representaciones en acto, las que se sitúan en el mundo sensible con el que se relacionan constantemente.

La progresión, sigue con la representación *icónica*, que constituye un estadio superior, pues requiere recrear una situación experimentada, en una imagen que orientará a quien aprende, en su actuar de ahí en adelante.

El tercer tipo de representación es el *simbólico*, el cual requiere del manejo de un lenguaje para comunicarse con símbolos, como vía de acceso a lo abstracto.

Podría pensarse, en tanto, que estos tres tipos de representación se adecuan mayormente a los primeros años de escolaridad. Sin embargo, el mismo Bruner, como indica Aramburú, (2004), constató que personas que trabajan con representaciones simbólicas, suelen acudir a las otras en la construcción de un nuevo conocimiento.

METODOLOGÍA

En una primera fase, se consideró una selección de 212 libros de texto de matemática de primaria y secundaria de mayor uso en Chile entre los años 2001 y 2016, considerando como unidad de análisis un total de 342 extractos de estos libros en los que se desarrollan algoritmos, reglas y/o procedimientos.

En una segunda fase, para caracterizar las justificaciones encontradas, se levantaron 12 modos:

Tabla 1.
Decodificación de los Modos de Justificación

<i>MODO</i>	<i>DECODIFICACIÓN</i>	<i>INDICADOR</i>
JMEP	Justificación Mono – Enactiva – Particular	emplea sólo un material concreto para un caso no generalizable
JMEG	Justificación Mono – Enactiva – General	emplea un material concreto y que permiten la generalización
JMIP	Justificación Mono – Icónica – Particular	emplea una única imagen, esquema o artefacto icónico que no generaliza
JMIG	Justificación Mono – Icónica – General	emplea una única imagen que si permite la generalización
JMSP	Justificación Mono – Simbólica – Particular	emplea una única representación numérica no generalizable
JMSG	Justificación – Mono Simbólica – General	emplea una única representación algebraica
JPEP	Justificación Poli – Enactiva – Particular	emplea al menos dos materiales concretos con casos no generalizables
JPEG	Justificación Poli – Enactiva – General	emplea al menos dos materiales concretos con los que se puede evidenciar una generalización

<i>MODO</i>	<i>DECODIFICACIÓN</i>	<i>INDICADOR</i>
JPIP	Justificación Poli – Icónica – Particular	emplea al menos dos imágenes, esquemas o artefactos no exhibiendo una generalización
JPIG	Justificación Poli – Icónica – General	emplea al menos dos imágenes, esquemas o artefactos que permiten generalizar
JPSP	Justificación Poli – Simbólica – Particular	emplea al menos dos representaciones numéricas no generalizables
JPSG	Justificación Poli – Simbólica – General	emplea al menos dos representaciones algebraicas

Cada modo fue concebido como un vector de tres variables categóricas:

- Var1: Unicidad o multiplicidad de representaciones a utilizar. Asume los valores Mono y Poli – Representacionales, respectivamente. Informa acerca de si el extracto donde se desarrolla el ARP, presenta dos o más ejemplos o sólo uno con el mismo tipo de representación, sea esta de carácter enactiva, icónica o simbólica.
- Var2: Tipo de representación: Enactivo, Icónico, Simbólico.
- Var3: Posibilidad de generalización. Se compone de los valores Particular (cuando en una representación la justificación pone el acento en casos específicos no generalizables) y General (cuando en una representación la justificación expone una situación válida para todos los casos permitidos)

En una tercera fase, se observó la existencia de extractos en los que no había justificación alguna, lo que derivó a definir el estudio reuniendo los extractos en dos grupos, según si presentaban o no justificación. Para el primer grupo, se realizó un análisis de contenido cualitativo para identificar la ausencia de justificación. Para el segundo grupo, se definieron las siguientes subvariables binarias:

Tabla 2.
Definición de subvariables binarias

<i>VARIABLE</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
Tipo de representación (E, I, S) según Bruner (1966)	Ausente	Presente
JM (mono-representacional)		Solo una representación
JP (poli-representacional)	2 o más representaciones de un mismo tipo de representación	
P (particular)		La representación no permite generalizar, sólo es válida para el caso que se muestra.
G (general)	La representación permite generalizar	

Se procedió a segmentar el conjunto de extractos de este segundo grupo, utilizando una medida de similitud basada en la concordancia simple y tres diferentes procedimientos de encadenamiento: simple, completo y promedio con el propósito de conocer la conformación de conglomerados según la presencia de A, R y P. Para ello, se aplicaron pruebas de chi-cuadrado analizando residuos para asegurar dicha conformación. Finalmente, se realizó un análisis de correlaciones para evaluar la asociación de las subvariables.

RESULTADOS

Sobre la totalidad de temáticas del currículo escolar en el ámbito numérico y algebraico, se seleccionaron 29 de ellas, bajo el criterio de aparición de estas en más de un nivel escolar y que sirviera como conocimiento previo de otros importantes contenidos matemáticos. Mediante el análisis de contenido se logró identificar que de los 342 extractos, en 101 de ellos no se presentaba ninguna justificación, situación que se traduce en términos de los contenidos examinados en la siguiente tabla, que por motivos de espacio, ilustra los casos que superan los dos tercios de ausencia de justificación:

Tabla 3.
Contenidos con altos porcentajes de ausencia de justificación

ALGORITMOS, REGLAS, PROCEDIMIENTOS	% DE AUSENCIA DE JUSTIFICACIÓN
Imposibilidad de la división entre cero	75
Proporcionalidad Compuesta	100
Ubicación de fracciones en la recta numérica	100
Transformación decimal a fracción	67
Algoritmo del m.c.m.	100
Multiplicación de decimales	70
Método de resolución de ecuaciones "irracionales"	100

Llama la atención que en 4 contenidos, ningún libro de texto presenta una justificación.

A modo de ejemplo, en la enseñanza de la proporcionalidad compuesta, se indica la forma de resolver un problema utilizando flechas, o bien, indicando los cálculos que se deben hacer sin razón alguna, tal como se ilustra en la figura 1.

3. Establecer el tipo de proporcionalidad (directa o inversa) que existe entre la variable central y cada una de las otras variables, considerando un valor constante en la tercera variable. Unir mediante flechas paralelas cuando sea proporcionalidad inversa y por flechas cruzadas para proporcionalidad directa.

Proporcionalidad inversa	Proporcionalidad directa
N° de personas que viajan	Días de viaje
5	4
40	x
	Dinero necesario para alimentación
	\$35 000
	\$420 000

4. Determinar los productos a cada lado de la igualdad siguiendo las flechas.

$$40 \cdot x \cdot 35\,000 = 5 \cdot 4 \cdot 420\,000$$

5. Despejar x y obtener el resultado.

$$x = \frac{5 \cdot 4 \cdot 420\,000}{40 \cdot 35\,000} = 6$$

Fig. 1. Procedimiento para resolver un problema de proporcionalidad compuesta

Con respecto a los extractos en los que el análisis de contenido permitió identificar existencia de justificación de los ARP, se procedió a segmentar la muestra de tamaño 241, obteniéndose tres conglomerados: C1, C2, C3. La prueba de Chi cuadrado, en tanto, llevó a establecer evidencia estadísticamente significativa (valor $P = 0,000$) para afirmar que C1 y C2 están principalmente conformados por algoritmos (71% y 56,5%) y que C3 está conformado principalmente por reglas y procedimientos (68,3%).

Por otra parte, al caracterizar los conglomerados según las subvariables E, I, S, P/G y JM/JP, se encontró que esta última no hace diferencias entre los conglomerados, sin embargo, C1 está compuesto únicamente por la representación Enactiva, con énfasis en lo particular excepto en 1 caso referido a la resolución de ecuaciones con balanzas. C2 por su parte, se compone únicamente por la representación icónica, también con énfasis en lo particular, exceptuando 3 casos en que la justificación es general. En el caso de C3, éste se compone únicamente por la representación simbólica, habiendo mayor proporción de lo general en relación a las proporciones existentes en los otros dos segmentos.

El análisis correlacional a un $\alpha = 0,05$, determinó cinco asociaciones significativas, de las que se exponen tres de ellas:

1. En relación a las variables JM/JP y P/G, se constató que cuando se tienen justificaciones poli-representaciones de un mismo tipo (E,I,S), aparece principalmente centrada en el valor particular (P). Ante la presencia de representaciones únicas (mono-representaciones) la densidad de la proporción poblacional se orienta hacia el valor general (G).
2. Con respecto a las variables E e I, se observó que cuando se tiene la representación E, no hay tránsito hacia la representación I, por lo tanto, el estudiante sólo queda a un nivel concreto y no logra el paso a un estadio superior. De igual modo, cuando se tiene I, para tratamientos de contenidos distintos a los anteriores, no existe tránsito que venga desde E, por lo que se obvia el trabajo sobre el desarrollo inicial de aprendizaje desde lo concreto.
3. Finalmente, respecto de la asociación de las variables P/G y S, se observa que el uso de la representación S se privilegia en las justificaciones centradas en el valor general (G).

CONCLUSIONES

A partir del análisis cualitativo de los resultados anteriores, se observa que aproximadamente un tercio de los extractos analizados no presentan justificación alguna (101 de 342 observaciones), evidencia suficiente para conformar una nueva investigación en los motivos por los cuales, por una parte, por ejemplo el algoritmo del m.c.m, no se justifica en ninguno de los libros de textos y por otra, preguntarse acerca las condiciones que debe reunir una presentación del contenido en la que sea factible promover justificaciones que favorezcan el tránsito entre los tipos de representación (E.I.S).

Desde el análisis cuantitativo, concluimos que en el tratamiento de contenidos que utilizan representaciones únicas (mono-representacionales), tienden a justificar los ARP a través de la generalización, donde el tipo de representación utilizada es principalmente Simbólica, en cambio, en aquellos que utilizan más de una representación (poli-representacionales), las justificaciones tienden a ser particulares cuando el tipo de representación es Enactiva o Icónica. Esto lleva a preguntarse por la posibilidad de generar propuestas de enseñanza – aprendizaje de las temáticas que se vean involucradas y que busquen equilibrar tanto lo particular y lo general en los tres tipos de representación (E, I, S).

Los resultados obtenidos sugieren extrapolar la posibilidad de investigar las justificaciones presentes en los textos escolares de otros ámbitos, como en el de las Ciencias Naturales. Por ejemplo, si se considera que las representaciones utilizadas en Química, según Matus, Benarroch y Nappa (2011), pueden ser clasificadas en tres niveles: macroscópico, microscópico y simbólico, las cuales se acercan a los modos establecidos por Bruner (Enactivo, Icónico y Simbólico), se haría posible estudiar la predominancia y el tránsito entre estas representaciones. Respecto de esto último, Gabel (1998) pone en evidencia que los estudiantes muestran dificultades para moverse en estos niveles, por lo cual, analizar los pasajes entre representaciones y cómo éstas proveen la justificación de resultados científicos, constituye una tarea de interés para la didáctica de las ciencias.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Ministerio de Educación de Chile, que vía la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología CONICYT por medio de su programa FONDECYT de iniciación a la investigación, permitieron el financiamiento del Proyecto 11100217 “Análisis de las justificaciones que dan los libros de texto chilenos de matemáticas del primer decenio del siglo XXI a las propiedades y a los algoritmos del ámbito numérico y algebraico”, del cuál se han extraído los resultados expuestos en este artículo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAMBURU, M. (2004). Jerome Seymour Bruner: De la Percepción al lenguaje. *Revista Iberoamericana de Educación*. 33(7). 1-19. Facultad de Psicología, Universidad del País Vasco, España.
- BRUNER, J. OLVER, O., y GREENFIELD, M. (1966). *Studies in Cognitive Growth*. New York: Wiley.
- ESCOLANO, A. (2009). El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 14, 169 – 180.
- FERREIRA, A. y MAYORGA, L. (2010). Propuesta para la evaluación de libros de matemática de todos los niveles educativos. *Revista Ciencias de la Educación*, 20(35), 15-28.
- GABEL, D. (1998). The complexity of chemistry and implications for teaching. In: B. J. Fraser, Tobin, K. G. (eds.), *International Handbook of Science Education*. 1, 233-248. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Press.
- MATUS, L.; BENARROCH, A. y NAPPA, N. (2011). La modelización del enlace químico en libros de texto de distintos niveles educativos. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* 10(1), 178-201.
- MINEDUC (2012). *Bases curriculares Matemática 1° a 6° básico*. Santiago, Chile: Autor.
- (2016). *Bases curriculares Matemática 7° básico a 2° medio*. Santiago, Chile: Autor.