

# RELAÇÃO MASSA-ENERGIA COM CONHECIMENTOS DO ENSINO MÉDIO

Joecir Palandi, Tatiani Maria Schneider  
*UFMS - Universidade Federal de Santa Maria*

**RESUMO:** Neste trabalho é apresentada uma proposta para discutir a relação massa-energia com os conhecimentos de Física Clássica que já compõem o currículo da escola de ensino médio. A discussão pode ter a seguinte seqüência: propriedades da radiação eletromagnética, momentum da radiação eletromagnética, relação massa-energia e discussão de um exemplo. Além da demonstração da relação massa-energia, a seqüência demanda também a demonstração da relação momentum-energia. Essa demonstração, encontrada em um particular livro universitário, exige poucas mudanças para ser transposta ao ensino médio. A validação da proposta foi feita confrontando-se o rol de conceitos necessários com os conteúdos dos principais livros didáticos de Física para o ensino médio e com o programa do Exame Nacional do Ensino Médio.

**PALAVRAS CHAVE:** Massa-Energia, Ensino Médio, Seqüência Didática.

## OBJETIVO

O objetivo desse trabalho é apresentar uma proposta de seqüência didática para a discussão do conteúdo científico da relação massa-energia com base em conhecimentos de Física Clássica que já compõem o currículo da escola de ensino médio.

## MARCO TEÓRICO

A maioria da população brasileira completa seus estudos no ensino médio e ali deveria encontrar os conhecimentos científicos básicos da descrição atual do Universo, não só pelo conhecimento em si, mas também por cidadania, para poder participar das discussões que, cada vez mais, giram em torno de questões científicas e tecnológicas. Contudo, o ensino de Ciências e o de Física, em particular, desenvolvido na escola de ensino médio, baseado no livro didático e na resolução de exercícios e problemas, é rotineiro e desestimulante. Os meios de comunicação bombardeiam a população com notícias das mais variadas áreas científicas e se o estudante busca, na escola formal, os conhecimentos que embasam tais notícias, encontra uma biblioteca sem acervo adequado, currículos desatualizados e professores despreparados e se busca na Internet, encontra informações imprecisas, incompletas e contraditórias.

Já é consenso a necessidade da inserção de conteúdos de Física Moderna no currículo da escola de ensino médio [(Terrazzan, 1992), (Paulo, 1997), (Pereira, 1997), (Valadares e Moreira, 1998), (Rodrigues, 2001), (Ostermann, 2000), (Oliveira, Vianna e Gerbassi, 2007)]. Em relação à Teoria

---

da Relatividade Especial, o resultado mais presente na mídia e no imaginário popular é a relação  $E = mc^2$  e por isso é relevante discuti-la no ensino médio. Esta relação foi deduzida por Einstein (1905) considerando, em diferentes referenciais inerciais, a perda de energia por um corpo por emissão de radiação eletromagnética (RE). Ele considerou verdadeiros os princípios de conservação da energia e do momentum e concluiu que se um corpo perde uma quantidade de energia  $E$ , por emissão de RE, sua massa diminui de uma quantidade  $E/c^2$ . A partir daí, generalizou o argumento para todos os tipos de transferência de energia, concluindo que a massa de um corpo é uma medida do seu conteúdo energético.

Em livros didáticos de Física para o ensino médio (Ostermann e Ricci, 2004), em livros universitários e artigos científicos aparecem várias concepções errôneas relacionadas à relação massa-energia. Uma concepção muito difundida interpreta essa relação como se massa pudesse se transformar em energia (e vice-versa), de modo que energia seria uma grandeza não conservada. Isto não pode ser verdade porque, na demonstração da relação, o princípio de conservação da energia foi considerado verdadeiro. Ainda, massa e energia não são coisas ou substâncias, mas propriedades de coisas e não tem sentido dizer que uma propriedade se transforma em outra. Outra concepção interpreta a relação massa-energia como se matéria pudesse se transformar em energia (e vice-versa). A palavra matéria se refere a um corpo ou à substância que forma um corpo e a palavra energia se refere a uma propriedade de um corpo. Não tem sentido dizer que um corpo ou uma substância se transforma numa propriedade. Uma terceira concepção interpreta a relação entre massa e energia como se estas fossem a mesma propriedade, parecendo diferentes porque medidas com diferentes unidades (Eddington, 1929). Essa concepção implica que todo corpo, por ter energia, deve também ter massa, o que não acontece, por exemplo, com a RE, que tem energia mas não tem massa.

Por outro lado, existe aprendizagem significativa quando uma informação nova é relacionada a conceitos, idéias e proposições que já existem na estrutura cognitiva do indivíduo (Moreira e Masini, 1982). Assim, para poder discutir as concepções relacionadas à relação massa-energia com os alunos do ensino médio, é essencial trabalhar com uma demonstração dessa relação que parta de conteúdos que já são trabalhados nesse nível de ensino. Existem algumas propostas de inserção da Teoria da Relatividade Especial e da Teoria da Relatividade Geral no ensino médio [(Rodrigues, 2001), (Castilho, 2005), (Wolff e Mors, 2006), (Guerra, Braga e Reis, 2007)], mas nenhuma discute completamente os aspectos científicos relacionados, tornando-os apropriados ao ensino médio.

## **METODOLOGIA**

Inicialmente, buscou-se uma demonstração adequada da relação massa-energia. Vieira et al (2004) apresentam quatro deduções e analisando os conceitos físicos e as ferramentas matemáticas utilizados, concluem que três delas são acessíveis ao estudante do ensino médio. Cada uma delas exige conhecimentos que os alunos não têm, como a lei de transformação da expressão da energia eletromagnética entre dois referenciais inerciais, o conceito de ângulo de aberração e a relação energia-momentum para a RE. Como esta última tem implicações diretamente relacionadas ao cotidiano dos alunos, a correspondente dedução (Einstein, 1906) foi escolhida. Então, encontrou-se em Hallyday e Resnick (1966) uma demonstração da relação energia-momentum para a RE que exigia poucas mudanças para sua transposição didática ao ensino médio.

Para validar a proposta do trabalho, confrontou-se com sucesso o rol de conceitos necessários com os conteúdos dos livros didáticos de Física para o ensino médio e com o programa do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O ENEM é estruturado por uma matriz de referência em termos de competências e habilidades. A Matriz de Referência de Ciências da Natureza e suas Tecnologias apresenta,

---

na Competência de Área 1, a habilidade H1, reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos, e na Competência de Área 6, as habilidades H20, caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes, H21, utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo, e H22, compreender fenômenos decorrentes da interação entre a radiação e a matéria em suas manifestações em processos naturais ou tecnológicos, ou em suas implicações biológicas, sociais, econômicas ou ambientais (INEP, 2009). Esse conjunto de habilidades abriga, certamente, a proposta desse trabalho.

## RESULTADOS

A discussão da relação entre massa e energia pode ter a seguinte seqüência.

1. Discute-se as seguintes propriedades da RE, já presentes nos currículos do ensino médio: os campos elétrico  $E$  e magnético  $B$  variam harmonicamente, perpendiculares um ao outro e à direção de propagação e a RE transporta energia.
2. Discute-se o transporte de momentum pela RE. Para isso, considera-se a RE que, durante o intervalo de tempo  $Dt$ , incide numa placa metálica e é por ela absorvida, comunicando-lhe uma energia  $E$ . Descrevendo a placa metálica com o modelo de gás de elétrons livres, argumenta-se com a segunda lei de Newton e com o trabalho da força elétrica sobre cada elétron livre e usando as relações que definem os campos em função das respectivas forças,  $F_E = eE$  e  $F_B = -e v \times B$ , chega-se à expressão  $p = E/c$  para o módulo do momentum transportado pela RE.
3. Discute-se a demonstração da relação massa-energia conforme Born (1965). Pelo princípio de conservação do momentum, um tubo longo e estreito recua com certa velocidade quando uma das extremidades emite RE com energia  $E$  e atinge o repouso quando a outra extremidade absorve esta radiação. Como a posição do centro de massa do tubo não pode mudar porque não há forças externas, conclui-se que a RE transportou a quantidade de massa  $m = E/c^2$ . Por isso, pode-se afirmar que se um corpo perde (ou ganha) uma quantidade de energia  $E$ , sua massa fica diminuída (ou aumentada) de uma quantidade igual a  $E/c^2$ . Então, como qualquer fração da energia de um corpo livre pode, por um processo ou outro, aparecer na RE emitida ou provir de alguma RE absorvida, pode-se afirmar que sua massa e sua energia estão relacionadas pela expressão  $E = mc^2$ .
4. Para discutir as interpretações da relação massa-energia, apresenta-se o exemplo de um dêuteron formado a partir de um próton e de um nêutron:  $p + n \rightarrow d + \gamma$ . No referencial de repouso das partículas, a radiação  $\gamma$  emitida tem energia  $E_\gamma = 2,2244$  MeV. Em unidades de massa atômica, as massas do próton, do nêutron e do dêuteron são:  $m_p = 1,0071u$ ,  $m_n = 1,0083u$  e  $m_d = 2,0130u$ . Como:

$$uc^2 = 9,3148 \times 10^2 \text{ MeV}$$

As energias inicial e final do sistema são:

$$E_i = (m_p + m_n)c^2 = 1,8773 \times 10^3 \text{ MeV}$$

e

$$E_f = m_d c^2 + E_\gamma = 1,8773 \times 10^3 \text{ MeV}$$

---

A massa da RE é nula. Desse modo:

$$m_i = m_p + m_n = 2,0154u$$

e

$$m_f = m_d = 2,0130u$$

A energia é conservada, mas não a massa. Por isso, não tem sentido falar que massa se transformou em energia.

## CONCLUSÕES

A discussão da relação  $E = mc^2$ , como proposta nesse trabalho, deve acontecer no final do terceiro ano do ensino médio porque necessita dos conceitos de força elétrica, força magnética, campo elétrico e campo magnético. A conservação da energia é trabalhada em vários conteúdos ao longo dos três anos do ensino médio e, sendo um conceito adquirido, permite que os alunos entendam que as interpretações errôneas violam um princípio fundamental.

A conservação da massa é difícil de argumentar no ensino médio devido à complexidade do assunto. São complicadores os conceitos de massa relativística, massa longitudinal e massa transversal, entre outros. O ensino médio não pode trabalhar todos os conhecimentos da Teoria da Relatividade Especial. De qualquer modo, a discussão do conceito de massa na relatividade e inclusive da pertinência de associar massa à inércia, pode ser tema de outra proposta.

Para validar a proposta do trabalho, confrontou-se o rol de conceitos necessários à discussão da relação massa-energia com os conteúdos dos principais livros didáticos de Física para o ensino médio e com o programa do ENEM. Na verdade, precisa-se mais do que isso para validar a proposta, precisa-se realizar uma pesquisa com professores da rede de ensino médio para verificar se, realmente, esses conteúdos são trabalhados, de que forma e com que resultados.

O que foi exposto neste trabalho constitui apenas o conhecimento científico relacionado à relação massa-energia. É claro que, para validar a proposta apresentada também como proposta de ensino, deve-se construir um módulo didático ou uma unidade de ensino potencialmente significativa com professores de Física do ensino médio que se disponham a levar essa discussão a seus alunos. De qualquer modo, esse trabalho mostra a possibilidade dessa discussão enquanto seqüência de conteúdos que podem ser abordados a partir do que os alunos presumivelmente sabem nesse nível de ensino.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Born, M. (1965). *Einstein's Theory of Relativity*. New York: Dover.
- Castilho, M. I. (2005). *Uma Introdução Conceitual à Relatividade Especial no Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado. Instituto de Física – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Eddington, A. (1929). *Space, Time, and Gravitation*. London: Cambridge University Press.
- Einstein, A. (1905). *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig*. *Annalen der Physik*, 18(4), pp. 639-41.
- Einstein, A. (1906). *Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie*. *Annalen der Physik*, 20, pp. 627-633.
- Guerra, A. e Braga, M. e Reis, J. C. (2007). *Teoria da Relatividade Restrita e Geral no Programa de Mecânica do Ensino Médio: Uma Possível Abordagem*. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29(4), pp. 575-583.
- Halliday, D. e Resnick, R. (1966). *Física: Parte II*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico.

- 
- INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2009). *Matriz de Referência para o ENEM 2009*. Brasília: Ministério da Educação.
- Moreira, M. A. e Masini, E. F. S. (1982). *Aprendizagem Significativa: a Teoria de Aprendizagem de David Ausubel*. São Paulo: Moraes.
- Oliveira, F. F. e Vianna, D. M. e Gerbassi, R. S. (2007). *Física Moderna no Ensino Médio: o que Dizem os Professores*. Revista Brasileira de Ensino de Física, 29(3), pp. 447-454.
- Ostermann, F. (2000). *Tópicos de Física Contemporânea em Escolas de Nível Médio e na Formação de Professores de Física*. Tese de Doutorado. Instituto de Física - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Ostermann, F. e Ricci, T. F. (2004). *Relatividade Restrita no Ensino Médio: os Conceitos de Massa Relativística e de Equivalência Massa-Energia em Livros Didáticos de Física*. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, 21(1), pp. 83-102.
- Paulo, I. J. (1997). *Elementos para Uma Proposta de Inserção de Tópicos de Física Moderna no Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado. Instituto de Educação – Universidade Federal do Mato Grosso.
- Pereira, O. S. (1997). *Raios Cósmicos: Introduzindo Física Moderna no 2º Grau*. Dissertação de Mestrado. Instituto de Física e Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo.
- Rodrigues, C. D. O. (2001). *A Inserção da Teoria da Relatividade no Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado. Centro de Ciências da Educação – Universidade Federal de Santa Catarina.
- Terrazzan, E. A. (1992). *A Inserção da Física Moderna e Contemporânea no Ensino de Física na Escola de 2º Grau*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9(3), pp. 209-214.
- Valadares, E. C. e Moreira, A. M. (1998). *Ensinando Física Moderna no Segundo Grau: Efeito Fotoelétrico, Laser e Emissão de Corpo Negro*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 15(2), pp. 121-135.
- Vieira, S. e Barros, A. e Araújo, I. e Oliveira, J. C. T. (2004). *Uma Comparação entre Deduções da Equação  $E=mc^2$* . Revista Brasileira de Ensino de Física, 26(2), pp. 93-98.
- Wolff, J. F. S. e Mors, P. M. (2006). *Relatividade no ensino Médio: uma Experiência com Motivação na História*. Experiências em Ensino de Ciências, 1(1), pp. 14-22.