

# EXPERIENCIAS E IDEAS PARA EL AULA

## ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN RELACIÓN AL CONCEPTO DE PENDIENTE

*Strategies that deal with the concept of slope*

*Antonio Obrador Tudurí (\*) y David Obrador Sala (\*\*)*

### RESUMEN

*La cuantificación del valor de la pendiente del terreno es un procedimiento fundamental para interpretar mapas temáticos de diferente índole. En este artículo desarrollamos una serie de actividades (adaptadas a los niveles de enseñanza de educación secundaria) como propuesta de trabajo para tratar el concepto de pendiente.*

### ABSTRACT

*Working with topographic maps it is commonly important to be able to assess the slope of the land surface. In this article, we will develop a series of activities (suitable for teaching in secondary schools) that deal with the concept of slope.*

**Palabras clave:** Mapas topográficos, pendiente, Ciencias de la Tierra, Educación Secundaria.

**Keywords:** Topographic maps, slope, earth sciences, secondary school

## INTRODUCCIÓN

Ciencias de la Tierra y del Medio Ambiente es una nueva disciplina del Bachillerato que se define como de carácter interdisciplinar y de síntesis considerando la Tierra como un sistema global. Los contenidos pueden variar de una comunidad autónoma a otra pero la metodología recomendada para conseguir los objetivos fijados por la legislación se basan, en casi todos los casos, en el desarrollo de actividades de investigación y de resolución de problemas relacionados con la explotación de recursos, planificación y ordenación del territorio, degradación del entorno, contaminación etc.

Muchas de estas actividades requieren la búsqueda de información en mapas de recursos, impactos o riesgos y la realización de algunos cálculos matemáticos sencillos. La utilización de estos mapas (con una base topográfica) es un procedimiento común de las ciencias experimentales en la enseñanza secundaria, pero dicha lectura e interpretación no siempre resulta fácil, habiendo detectado algunas dificultades en la correcta aplicación del concepto de pendiente. La cuantificación de la misma (o sea calcular el gradiente de la pendiente) es necesaria, entre otras muchas cosas, para conocer la capacidad agronómica del suelo, prevenir ciertas inestabilidades gravitacionales naturales o desencadenadas por actuaciones antrópicas inadecuadas etc.

Para ayudar a la mejor comprensión del concepto de pendiente en los mapas topográficos sugerimos realizar previamente las siguientes actividades:

- Medida de la pendiente de una recta o superficie.
- Cálculo de la pendiente de una escalera o rampa.
- Reconocimiento de la pendiente en mapas planimétricos con ayuda de informaciones complementarias.

## EL CONCEPTO DE PENDIENTE

¿Que entendemos por pendiente?. Todos sabemos que las palabras tienen diferentes acepciones y que muchas veces el problema de comprensión radica en cual es la que debe dominar. No sucede igual con los “conceptos” que utilizan palabras prestadas de otras disciplinas o palabras comunes utilizadas de forma especial. La palabra pendiente según el diccionario ideológico de la lengua española de Julio Casares significa, entre otras cosas, inclinación de las armaduras de los tejados o también, cuesta o declive de un terreno. Otras acepciones que podemos encontrar en otros diccionarios son: inclinación de la superficie de un relieve; tangente trigonométrica del ángulo de inclinación de una carretera respecto al plano horizontal; cociente que resulta de dividir, en un curso de agua, la diferencia de nivel que existe entre dos puntos por la distancia que los separa; inclinación que tienen los planos de las cubiertas de los edificios para facilitar el desa-

(\*) Departamento de Geología. Universitat Autònoma de Barcelona. Edificio Cs. 08193 Bellaterra (Barcelona). e-mail: iget2@cc.uab.es

(\*\*) Escola Anna Ravell. Barcelona.

güe etc. Muchas de estas acepciones hacen referencia a aspectos relacionados con los mapas topográficos (distancia entre dos puntos, diferencia de cotas, escala etc.).

### MEDIDA DE LA PENDIENTE DE UNA RECTA

Para medir el ángulo de inclinación de una recta (o superficie) respecto al plano horizontal utilizaremos un transportador de ángulos y una escuadra (instrumento de dibujo en forma de triángulo rectángulo o compuesto solamente de dos reglas que forman ángulo recto). Al mismo tiempo ejercitaremos al alumno en la confección de diferentes ángulos con la ayuda de escuadras: tal como se muestra en la figura 1 existe la posibilidad de dibujar rectas con ángulos que sean múltiplos de 15 grados.

¿Cuál es la pendiente de cada una de las escuadras utilizadas?. En todos los casos la pendiente corresponde a la relación entre la medida vertical de la escuadra y la medida horizontal de la misma. Esta relación se suele expresar por una fracción que tiene por denominador 100, 1.000, 10.000 etc. En el caso

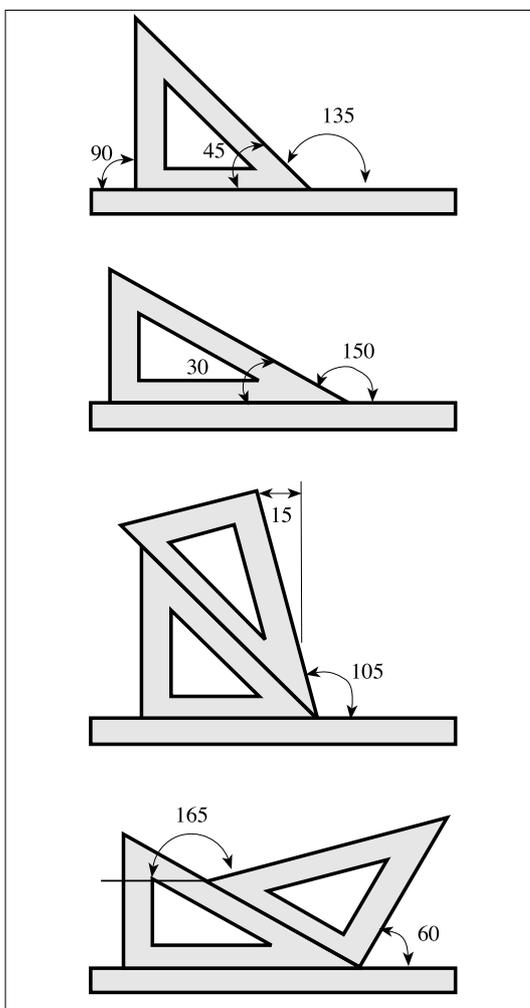


Figura 1. El juego combinado de diferentes escuadras permite dibujar rectas con ángulos que sean múltiplos de 15 grados.

del cartabón (fig. 2), ambos valores son iguales debido a que este instrumento corresponde a un triángulo rectángulo isósceles: diremos que la pendiente de la hipotenusa de este triángulo es del 100 por ciento que corresponde a un ángulo de 45 grados.

Con relación a la pendiente de un plano (buzamiento de una superficie) se define por el ángulo existente entre la línea de máxima pendiente de este plano con el plano horizontal. Esta línea corresponde al camino que seguiría una gota de agua que se desliza sobre este plano. Es evidente que si un plano contiene una línea de máxima pendiente, también contiene una de mínima pendiente (pendiente 0) que será una línea horizontal y que corresponde a la línea de dirección del plano (dirección del plano de falla, dirección de un dique, dirección de los estratos etc.). Este aspecto será tratado en otro artículo de próxima aparición.

### MEDIDA DE LA PENDIENTE DE UNA ESCALERA O RAMPA

Otro ejercicio que podemos realizar en el aula o sus inmediaciones es calcular la pendiente de una escalera que ponga en comunicación los pisos de un edificio o dos terrenos de diferente nivel. Una escalera salva un desnivel (suma de las alturas de los escalones = cateto "c" de la fig. 2) realizando un recorrido horizontal (suma de la anchura de todos los escalones = cateto "b" de la fig. 2). Como fácilmente podéis comprobar las escaleras pueden tener diversas inclinaciones según sea la relación entre la altura y la anchura de los escalones que la componen. Esto se traduce, en la vida cotidiana en que hay escaleras más cómodas que otras como consecuencia del desnivel a salvar y del espacio horizontal disponible.

Muchos edificios tienen escaleras mecánicas y "normales". Las dos salvan el mismo desnivel pero el esfuerzo físico que debemos realizar al subir por la escalera mecánica, cuando el sistema de arrastre no funciona, es diferente al que realizamos por la

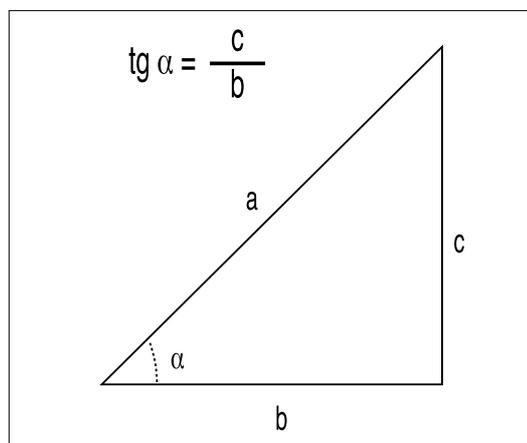


Figura 2. La hipotenusa del cartabón (triángulo rectángulo isósceles) presenta una pendiente del 100% que corresponde a un ángulo de 45 grados.

escalera normal. La suma total de la altura de los peldaños en ambas escaleras es el mismo pero la distancia horizontal recorrida en ambos casos no es la misma. Ello se traduce en una pendiente diferente para cada escalera. Recuerda que no hay atajo sin trabajo. Quizás os resulte más fácil comparar la pendiente de una escalera con la de una rampa de las existentes en los edificios construidos sin barreras arquitectónicas. La rampa para conseguir salvar el mismo desnivel con una pendiente menor necesita realizar un recorrido horizontal más largo.

Si vuestros alumnos tienen todavía problemas en la resolución de estos triángulos puede ser útil explicar lo que entendemos por pendiente de una carretera a partir de una señal habitual en las zonas montañosas, ¿Que indica la señal ilustrada en la figura 3?. Sencillamente que el terreno de la carretera que estamos siguiendo se aproxima a una zona con un desnivel (subida o bajada) que hace aconsejable cambiar de marcha y conducir con precaución. Una pendiente del 10% indica el número de metros que subiremos o bajaremos (en este caso 10) cada vez que recorramos una distancia horizontal de 100 m. El ángulo con relación al plano horizontal será en este caso de 5,7 grados aproximadamente.

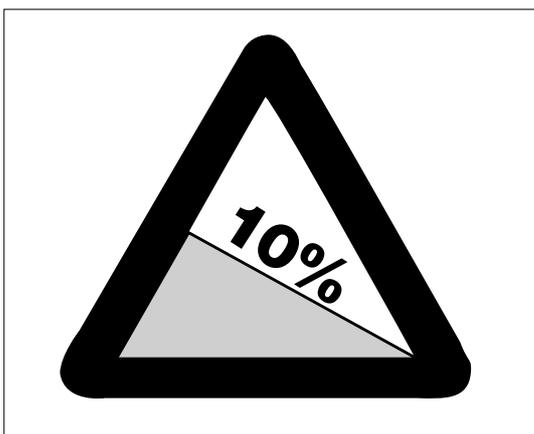


Figura 3. Bajada peligrosa. Esta señal indica peligro por la existencia de un tramo de vía con fuerte pendiente o rasante descendente. La cifra indica la pendiente en porcentaje (desnivel de 10 m por cada 100 m de distancia horizontal).

Seguro que estáis pensando en otros muchos ejercicios que podríais plantear en función de vuestra propia experiencia y del propio entorno (pendiente de una cuesta, una calle, de un tejado etc.). Os propongo solamente uno más antes de pasar a trabajar el concepto pendiente sobre el mapa. En las estaciones de esquí una de las informaciones que se suministran a los clientes es la situación y características de las pistas y los remontes. Es frecuente que se indique para cada pista el desnivel (o la cota de inicio y final) y la longitud. Con estos datos podemos calcular la pendiente media de cada pista y

entenderemos mejor la relación entre el valor de esta pendiente y la clasificación de la misma (negra, roja, verde). Hemos de tener en cuenta que la longitud de la pista corresponde, en este caso a la distancia real (hipotenusa en nuestro ejercicio con las escuadras = "a" de la fig. 2) por lo que tendremos que aplicar el teorema de Pitágoras para poder hallar el valor de la distancia horizontal entre el punto de inicio de la pista y el punto de llegada y poder calcular el valor de la pendiente.

### LA PENDIENTE EN LOS MAPAS PLANIMÉTRICOS<sup>1</sup>

Un mapa planimétrico es aquel que muestra la situación exacta de cualquier detalle de la superficie terrestre proyectado sobre un plano: en ellos no existe ninguna indicación que haga referencia a la cota de los elementos cartografiados y por ello no hay ninguna referencia a la pendiente. Debido a la imposibilidad de dibujar el mapa de cualquier lugar de la Tierra en sus mismas proporciones, es preciso realizar nuestro dibujo utilizando una escala de reducción que indica la proporción existente entre una magnitud medida en el mapa y su valor real en el terreno. El aprendizaje del concepto de escala (previo al de pendiente) lo podemos realizar a partir de los mapas que se incluyen diariamente en los periódicos: es frecuente que las previsiones del tiempo incluyan mapas de diferentes áreas (Cataluña, España, Europa.....) a diferente escala (fig. 4). Conocida la escala de cualquiera de estos mapas es posible calcular la de todos los demás. Si la distancia entre Barcelona y Girona es, sobre el mapa de la fig. 4a, de 2,4 cm y en realidad estas poblaciones distan, en línea recta, unos 90 km. la escala de este mapa será de 1:3.750.000. La relación entre la dis-

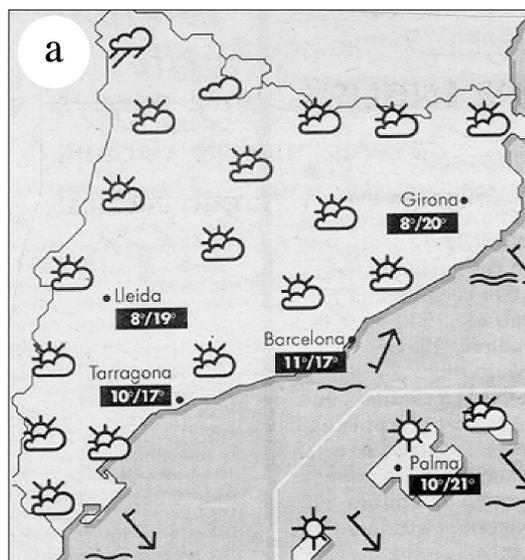


Figura 4a

(1) El primer mapa planimétrico que deberían realizar nuestros alumnos sería el de la clase, el del centro, el de la ciudad etc. En todos los casos nuestro dibujo representa la visión "desde arriba" de una parte de la Tierra.

tancia existente entre dos puntos de este mapa y sus equivalentes en otro de escala desconocida nos permitirá conocer su escala. Podríamos calcular por ejemplo la escala del mapa de la fig. 4b comparando la distancia existente entre la costa mediterránea y el principado de Andorra de este mapa con esta misma distancia medida en el mapa anterior y realizar las oportunas equivalencias. Igualmente procederíamos para calcular la escala del mapa de la fig. 4c (en este caso podríamos establecer la relación entre la distancia existente entre la frontera hispano-francesa y el extremo meridional de la península Ibérica medidas en los mapas 4b i 4c).

El trabajo con mapas planimétricos nos puede servir para discernir entre la distancia real existente entre dos puntos y la distancia proyectada. La distancia real es la que se mide siguiendo la superficie topográfica (distancia medida con el cuentakilómetros de nuestro coche o la longitud de la pista de esquí en

los ejemplos anteriormente planteados). Las distancias que hemos utilizado en el ejercicio de la fig. 4 o la que podríamos medir sobre un mapa de carreteras corresponde a la distancia reducida al horizonte o distancia proyectada. Esta distancia, cuando no corresponde a una línea recta, la podemos medir con un curvímeter (fig. 5), aparato formado por una pequeña rueda dentada ajustada a un disco de registro en donde se tienen unas escalas gráficas y una aguja que marca directamente distancias planimétricas a escala.

Es recomendable insistir en el hecho de que las distancias planimétricas medidas sobre un mapa de carreteras muchas veces no se corresponden con las distancias en kilómetros indicadas en el mismo. Esto es fácil de constatar en una zona donde exista una línea férrea y una carretera. La separación de las indicaciones kilométricas en la vía férrea se mantiene prácticamente constante a lo largo del recorrido (pendiente más o menos constante). En cambio las separaciones de los indicadores kilométricos en las carreteras son variables de un punto a otro especialmente si escogemos un tramo de carretera que discorra en parte por un llano y después ascienda hacia un puerto de montaña. En el llano (pendiente nula o casi nula) la distancia medida sobre el mapa corresponde aproximadamente a la distancia real mientras que en la zona montañosa la distancia medida sobre nuestro mapa (distancia reducida o proyectada) es siempre inferior a la real.

Así por ejemplo un mapa de carreteras de la isla de Menorca no nos proporciona ninguna información sobre la posible pendiente de las mismas. Si a este mapa superponemos la información referida a algunos cursos de agua (fig. 6) se nos hace evidente que en la parte central de la Isla entre los pueblos de Alaïor y Ferreries debe existir una zona con variaciones de pendiente debido a que la carretera cruza varias cuencas hidrográficas y por ello debe superar la divisoria de aguas de cada una de ellas.

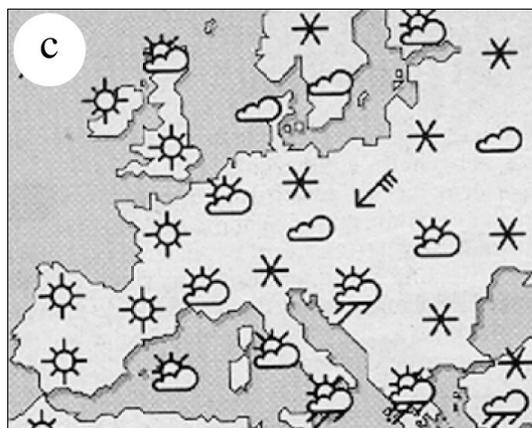
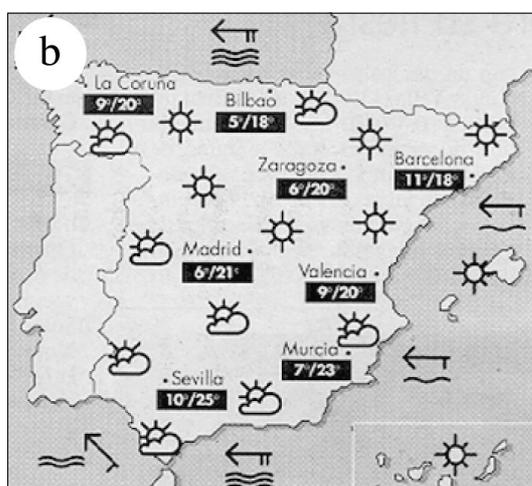


Figura 4. Si la distancia en línea recta entre Barcelona i Girona es de 90 km. y estas dos poblaciones distan, en el mapa de la fig. 4a, 2,4 cm la escala de este mapa será de 1:3.750.000 (1 cm equivale a 37,5 km.). La comparación entre una misma distancia medida en dos mapas a escala diferente permite establecer la relación de escalas entre ambos. Esta comparación permite calcular la escala de los mapas 4b i 4c (1:20.000.000 y 1:65.000.000 aproximadamente).

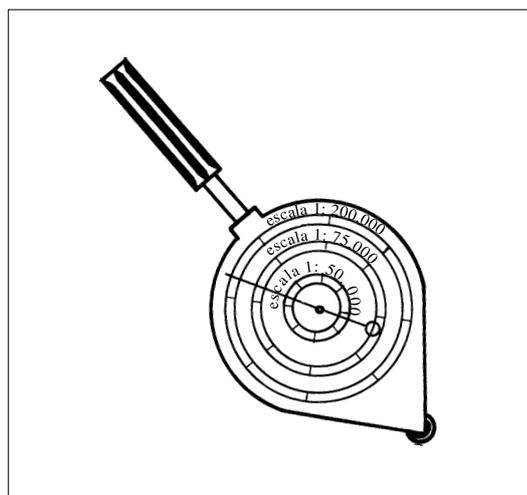


Figura 5. Curvímeter. La pequeña rueda estriada sigue, sobre el mapa, el camino a recorrer y la distancia planimétrica puede ser leída con precisión en la esfera en la que existen varios círculos graduados con arreglo a diferentes escalas.

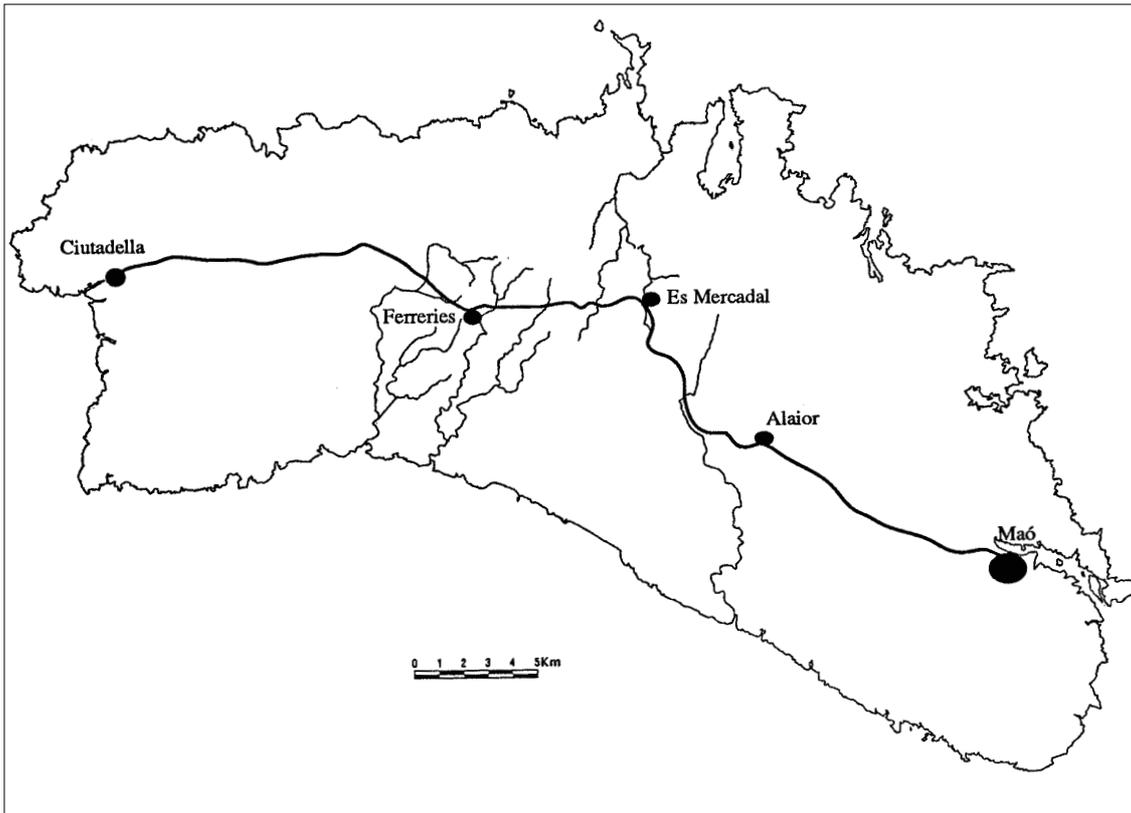


Figura 6.- Mapa planimétrico de la isla de Menorca. Es posible deducir la existencia de zonas con pendiente debido a que la carretera Maó-Ciutadella cruza, en la parte central de la Isla, varias cuencas hidrográficas y por ello debe superar la divisoria de aguas de cada una de ellas. Adaptado de "Menorca: materials per a fer-ne el mapa". Fundació privada Aula (1998).

### MEDIDA DE LA PENDIENTE EN LOS MAPAS TOPOGRÁFICOS

A diferencia de los mapas planimétricos que hemos usado para algunas de las actividades anteriormente expuestas, los mapas topográficos ofrecen información sobre el relieve mediante las curvas de nivel (líneas que unen puntos de igual cota). Es evidente que este mapa (fig. 7) nos proporciona la diferencia de cota entre dos puntos (por lectura directa o por una simple extrapolación) y que también podemos conocer la distancia entre ellos.

Planteado de esta manera creemos que el cálculo de la pendiente entre dos puntos no presenta mayor dificultad: dos puntos con una diferencia de altura de 300 m y separados 2 cm en un mapa a escala 1:50.000 presentaran una pendiente media del 30% (a escala 1:50.000, 2 cm equivalen a 1.000 m reales: si en un recorrido de 1.000 m se separan 300 en la dimensión vertical en 100 m se separaran solamente 30 m). Es evidente que si para salvar un mismo desnivel escogemos un itinerario con un recorrido mayor la pendiente será más suave (fig. 8).

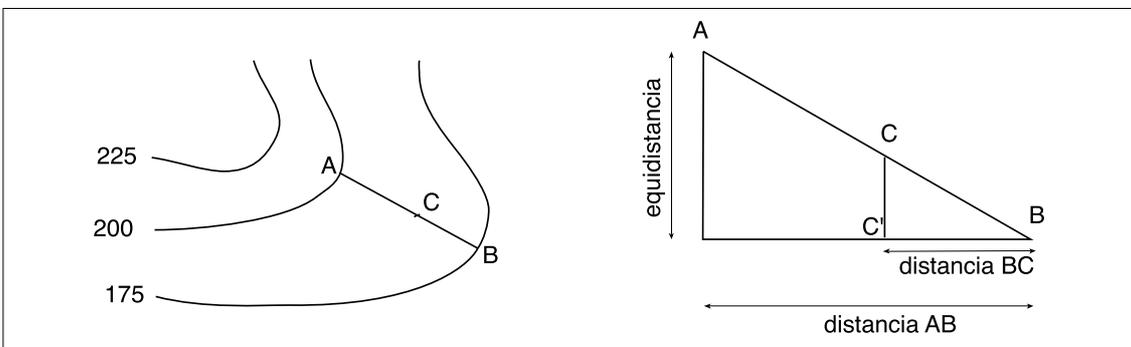


Figura 7. La pendiente entre los puntos A y B (medida en porcentajes) corresponde a la relación existente entre la equidistancia y la distancia AB. Por una simple extrapolación es posible conocer la cota del punto C y por tanto calcular la pendiente entre este punto y cualquier otro.

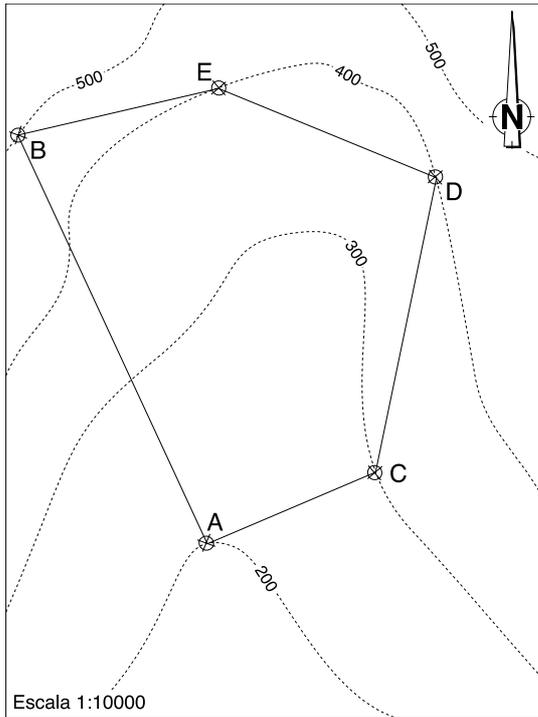


Figura 8. La pendiente será diferente según el camino recorrido para ir de un punto a otro. La pendiente media entre los puntos AB será, aproximadamente, del 60%. Debido a que el recorrido según ACDEB es aproximadamente el doble del recorrido directo (AB) la pendiente siguiendo este itinerario será más suave ( $\pm 30\%$ ).

Así y todo estamos convencidos que a muchos alumnos les resultará difícil interpretar correctamente la tercera dimensión asociada al concepto pendiente. Por ello creemos imprescindible que el alumno capte, con anterioridad al estudio cuantitativo de la pendiente, una de las ideas elementales de la representación del relieve mediante curvas de nivel: la separación sobre el mapa topográfico de las curvas de nivel es consecuencia de la pendiente debido a que el desnivel existente entre dos curvas consecutivas (la equidistancia) es constante en todo el mapa; curvas de nivel muy juntas indican zonas con pendiente pronunciada mientras que si estas se presentan con una mayor separación la pendiente es más suave.

Con el fin de evitar un error conceptual que hemos podido detectar en muchas ocasiones proponemos que el alumno realice "mapas topográficos" de diferentes figuras geométricas. Un ejercicio interesante puede consistir en dibujar el mapa topográfico a escala 1:10.000 (utilizando curvas de nivel equidistantes 100 m) de una pirámide de base cuadrada de 500 m de lado y 500 m de altura y el de una semiesfera de 1 m de radio a escala 1:25 con curvas equidistantes 20 cm.

No creemos que exista ninguna dificultad con el ejercicio de la pirámide (debido a que la pendiente de sus caras es rectilínea y constante) pero seguramente el mapa topográfico de la semiesfera (pendiente convexa) no coincidirá con la respuesta correcta (fig. 9).

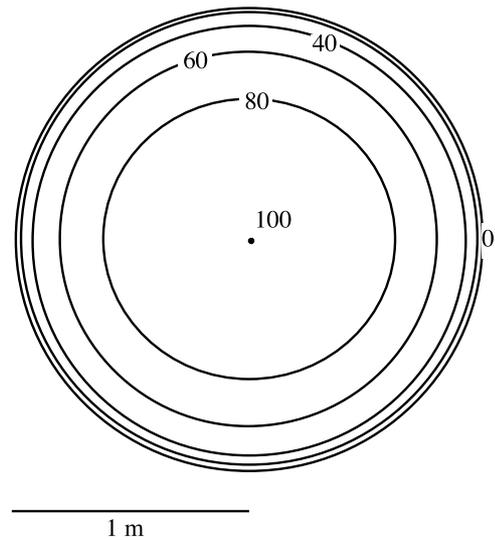


Figura 9. Mapa topográfico de una semiesfera de 1 m de radio con curvas de nivel equidistantes 20 cm (debido a la reducción del dibujo no corresponde a la escala 1:25 pedida).

Ello es debido a que la pendiente de una semiesfera es variable tal como visualiza el perfil topográfico (fig. 10). La pendiente en el punto A es nula, en el punto B es infinita y en el punto C (tangente de 45 grados) es del 100%. El mapa topográfico (fig. 9), o sea la proyección sobre un plano horizontal de la intersección del perfil con planos equidistantes, debe mostrar unas curvas concéntricas pero su separación debe aumentar progresivamente hacia la parte alta del "relieve" indicando un gradiente de la pendiente cada vez menor.

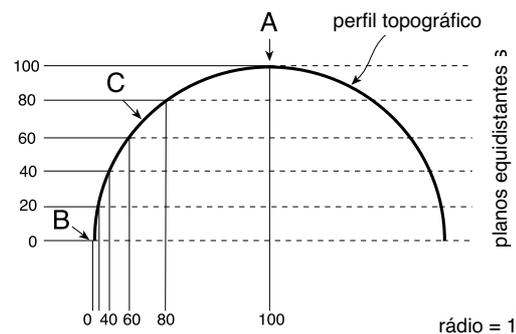


Figura 10. Perfil topográfico de la semiesfera representada en el mapa topográfico de la figura 9 (ver escala gráfica). La proyección sobre un plano horizontal de la intersección de este perfil con planos equidistantes nos da líneas (curvas de nivel) con separación creciente desde el punto A (pendiente nula) al punto B (pendiente infinita).

## CONCLUSIONES

La realización de las actividades propuestas ayudan a la mejor comprensión del concepto de pendiente y facilita la lectura de los mapas topográficos. Otros ejercicios (calcular la pendiente de un camino o de una vertiente; medir la pendiente longitudinal de un río; planificar una carretera o una línea férrea con una pendiente máxima; construir una presa e inundar un valle; calcular la pendiente de un teleférico etc.) pueden encontrarse en los numerosos libros relacionados con la lectura de planos. En realidad todos las actividades que pueden proponerse en relación al cálculo de la pendiente poseen en común establecer la relación entre dos medidas: el desnivel ente dos puntos y la distancia proyectada entre los mismos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aula, Fundació privada (1998). *Menorca: materials per a fer-ne el mapa*.
- Bach, J., Correig, T., Grau, R., de Manuel, J. y Tejero, F. (1998). Propuestas de actividades en Ciencias de la Tierra y el Medio Ambiente: Trabajando gradientes ambientales con isolíneas. *Enseñanza de las Ciencias de la Tierra*. 6.1. pp 79-88. Girona.
- Brusi, D. y Bach J. (1988). *Reflexiones en torno a la didáctica del mapa topográfico*. Henares, Rev. Geol. 2, 307-313.
- Corberó, M<sup>a</sup> V., Figueras, P., Lladó, C., Murgadas, F., Parera, M<sup>a</sup>. A., Prim, C. y Roig M. (1988). *Trabajar mapas*. Biblioteca de Recursos Didácticos n<sup>o</sup> 27. Madrid.
- Domínguez, A. (1981). *Qüestions d'orientació. Treballs amb mapes*. ICE de la UB. Barcelona.
- Panareda, J. M. (1984). *Como interpretar el mapa topográfico*. Edit. Anaya. Madrid.
- Puyol, R. y Estebanez, J. (1976). *Análisis e interpretación del mapa topográfico*. Edit. Tebar Flores. Madrid.
- Rodrigo, M. L., Roura, E y Obrador, A. (1984). *Introducció a la topografia en el Barri Gòtic*. ICE de la UAB. Barcelona.
- Vilarrasa, A. y Colombo, F. (1987). *Migjorn. Exercicis d'exploració i representació de l'espai*. Edit. Graó. Barcelona. ■