

**Título:** Una experiencia con TIC en la clase de matemáticas

**Autora:** María José Rey Fedriani. [mrey@colegiobase.com](mailto:mrey@colegiobase.com)

Licenciada en CC. Matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid.

Profesora de ESO y Bachillerato en el Colegio Base (Madrid).

**Resumen:**

Este artículo describe y analiza la experiencia realizada en un aula de Educación Secundaria Obligatoria utilizando la pizarra digital interactiva. La implicación de tres estudiantes en la exposición de una parte de los contenidos del programa de la asignatura, apoyándose en presentaciones digitales, aporta mejoras al aprendizaje del grupo en varios niveles, por un lado refuerza los conocimientos adquiridos en la propia asignatura de matemáticas; por otro, desarrolla las competencias digitales que pretende la aplicación de las Nuevas Tecnologías en la educación: y por último, estimula la construcción del conocimiento individual y grupal entre los alumnos.

**Summary:**

This article analyses a practical example of the use of the interactive digital whiteboard in one of our secondary classrooms. Three Maths students were assigned the task of preparing part of the lesson plan with digital presentations, which lead to a better acquisition of the content by the students themselves as well as the rest of the class. Moreover, it also provides an opportunity to develop their digital skills together with building a solid understanding of the content both individually and as a group.

**Palabras clave:** experiencias didácticas, PDI, TIC, matemáticas

**Key words:** didactic experience, interactive whiteboard, ITC, Mathematics

## Introducción:

Durante los meses de enero y febrero de este año, en el tercer curso de Educación Secundaria, siguiendo la programación de la asignatura de matemáticas, hemos estudiado los temas de álgebra correspondientes a las ecuaciones y a los sistemas de ecuaciones. Tras asistir el mes de noviembre pasado a las V Jornadas de Formación e Innovación Educativa, en las que el profesor Pere Marqués impartió un taller dedicado a las actividades con TIC para el aula, decidí poner en práctica una de sus sugerencias y este artículo pretende reflejar cuál ha sido el resultado.

El grupo de 3º de ESO A, con el que he llevado a cabo esta experiencia, está formado por treinta estudiantes. El centro dispone de una pizarra digital interactiva en cada aula, por lo que estos alumnos están familiarizados con su uso.

## Preparación:

Al variar la forma en la que había desarrollado las unidades didácticas dedicadas a las ecuaciones y a los sistemas en cursos anteriores el planteamiento didáctico pretendía cumplir los objetivos propios de la asignatura al mismo tiempo que incorporaba las siguientes competencias:

<b>Competencia en comunicación lingüística</b>	Expresar oralmente y por escrito distintos conceptos, relaciones, operadores y estructuras algebraicas.
<b>Competencia digital y tratamiento de la información</b>	Valorar la utilidad de las TIC en el trabajo con álgebra, adaptándose a usar distintos instrumentos y métodos para el aprendizaje de contenidos algebraicos.
<b>Competencia para aprender a aprender</b>	Elaborar un trabajo sobre el álgebra estudiado en los cursos anteriores valorando el estudio y el trabajo realizado.
<b>Competencia social y ciudadana</b>	Exponer ante un grupo el trabajo preparado y valorar el intercambio de opiniones sobre el mismo.
<b>Competencia de autonomía e iniciativa personal</b>	Analizar el propio proceso de aprendizaje para reforzar aciertos y detectar y corregir posibles problemas.

## Realización:

Antes de iniciar la unidad didáctica les conté a mis alumnos la propuesta, se trataba de empezar el tema de una forma diferente, e invitaba a uno de ellos para que preparara una pequeña presentación que recogiera lo que habían estudiado los dos cursos anteriores sobre las ecuaciones de primer grado para el día siguiente. Este trabajo recibiría una calificación a tener en cuenta en la evaluación tanto para el que lo expusiera como para los que aportaran valoraciones sobre el mismo.

La respuesta fue un montón de voluntarios dispuestos a realizar el trabajo, así que tuvimos incluso que sortearlo. Finalmente elegimos a una alumna que asumió el encargo. Tenía libertad para elegir el formato pero debía utilizar la pizarra digital. De este modo, la primera sesión del tema comenzó con la exposición de los contenidos por su parte. En las siguientes imágenes se muestra su trabajo.

# Ecuaciones de primer grado

-Las ecuaciones de primer grado siempre tienen una incógnita, generalmente llamada, x.

$x+4=10$  (x es la incógnita)

-La solución de la ecuación es el valor o los valores de la incógnita

## Ecuaciones equivalentes:

Dos o más ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas soluciones

$x+2=8$ , la solución es  $x=6$

$6+2=8$

$8=8$

$2x+4=16$ , la solución es  $x=6$

$2 \cdot 6+4=16$

$12+4=16$

$16=16$

$x+2=8$  y  $2x+4=16$  son ecuaciones equivalentes, tienen la misma solución,  $x=6$

## Tipos de ecuaciones

Tipos de ecuaciones	Ejemplos
- <b>Compatible:</b> si la ecuación tiene una única solución	$x+5=12$ $x=12-5$
- <b>Incompatible:</b> si la ecuación no tiene solución	$4x-6=4(x+3)$ $4x-6=4x+12$ $0 \cdot x=18$
- <b>Identidad:</b> si tiene infinitas soluciones	$4x-6=4(x-2)+2$ $4x-6=4x-6$ $0 \cdot x=0$

## Transformaciones

$$x+a=b \rightarrow x=b-a$$

$$x+5=12 \rightarrow x=12-5$$

$$a \cdot x=b \quad x=b/a$$

$$4x=12 \rightarrow x=12/4$$

$$x-a=b \rightarrow x=b+a$$

$$x-2=7 \rightarrow x=7+2$$

$$x/a=b \rightarrow x=b \cdot a$$

$$x/6=3 \rightarrow x=6 \cdot 3$$

## ¿Cómo se resuelve una ecuación?

Resolver la ecuación  $2(x-4) - (6+x) = 3x-4$

1º Eliminar paréntesis	
2º Reducir términos semejantes	
3º Transformar	
4º Reducir términos semejantes	
5º Despejar la incógnita y hallar su solución	
6º Comprobar que la solución obtenida es correcta	

## ¿Cómo se resuelve una ecuación con denominador?

Resolver la ecuación  $3x/4-1=12-x/3$

1º Eliminar denominadores -m.c.m -Operar y simplificar	
2º Reducir términos semejantes	

Tras la exposición y un turno de preguntas ordenado precisé con algunas observaciones alguno de los contenidos y de los ejemplos explicados, y les felicité por el trabajo realizado, tanto a la alumna que lo había preparado especialmente, como a sus compañeros que estuvieron más atentos que en otras ocasiones y participaron de forma correcta en el intercambio de opiniones.

Agotamos el tiempo de clase realizando ejercicios y problemas del libro de texto. Del mismo modo dedicamos la siguiente sesión a la realización y corrección de actividades, resolviendo las dudas que habían surgido. En este momento, me llamaron la atención los comentarios de unos alumnos a otros recordándose los conceptos explicados en la sesión anterior.

Después de una experiencia tan positiva repetí la propuesta, en este caso, para explicar los contenidos referentes a la ecuación de segundo grado. También se repitieron las circunstancias y tuvimos que volver a sortear y una chica fue la elegida.

Las siguientes imágenes muestran su trabajo tal y como lo mostró en clase.



## Ecuaciones completas:

Una ecuación de segundo grado es completa cuando tiene un término de 2º grado, un término de 1er grado y un término independiente.

Las ecuaciones completas de segundo grado siempre son de esta forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Y para resolverlas utilizamos la siguiente fórmula:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Por ejemplo:

Resuelve la ecuación  $3x^2 - x - 2 = 0$   
A=3, b=-1, c=-2

## Número de soluciones:

$\Delta$  se sustituye a veces por la parte de la ecuación que está a la derecha de la raíz ( $b^2 - 4ac$ ) y la expresión se llama discriminante. Según sea  $\Delta$  hay un número de soluciones:

Si  $\Delta > 0$  dos soluciones

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si  $\Delta = 0$  una solución  $x = -b/2a$  (solución doble)

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si  $\Delta < 0$  no tiene solución

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Ecuaciones incompletas:

Una ecuación de segundo grado es incompleta cuando le falta el término de 1er grado, el término independiente o los dos.

➤  $ax^2 = 0$

Solución siempre 0.

➤  $ax^2 + c = 0$  (ECUACIONES SIN TÉRMINO)

Despejando  $x^2$  y haciendo la raíz cuadrada.

$$9x^2 - 1 = 0$$

➤  $ax^2 + bx = 0$  (ECUACIONES SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE)

Se resuelve sacando factor común. Una solución siempre es  $x=0$ , la otra es distinta en cada ecuación.

$$4x^2 + 5x = 0$$

Al igual que en la primera exposición la atención y la participación de los compañeros fue excelente y la alumna que explicó los contenidos recibió la felicitación por su trabajo. Sin embargo, en esta ocasión, el nivel de las preguntas superó sus conocimientos sobre el tema, así que tomé el relevo y aclaré

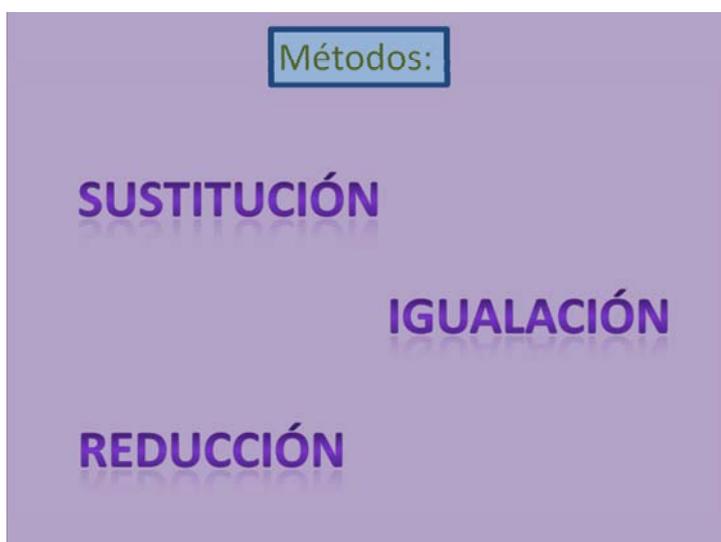
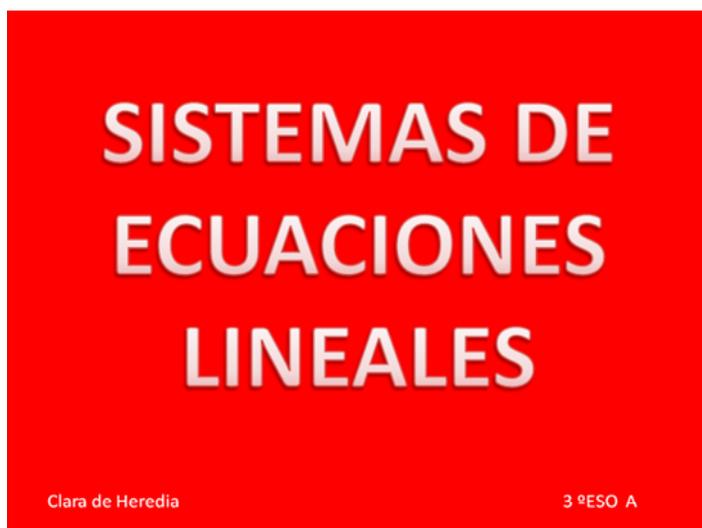
las cuestiones planteadas sobre el origen de la fórmula de la ecuación completa de segundo grado o la aplicación del discriminante en los ejercicios prácticos.

También, como en las sesiones anteriores, dedicamos el resto de la clase y la siguiente sesión a la realización y corrección de ejercicios y problemas. De nuevo se produjeron los comentarios entre los alumnos refiriéndose a las explicaciones de la compañera que había hecho la exposición como respuesta a las dudas de los demás, o de ella misma extrañada si algún estudiante no recordaba alguna de sus indicaciones.

Para la exposición de los contenidos completamente nuevos de la unidad (ecuaciones bicuadradas, racionales e irracionales) volvimos al esquema habitual de clase. Con mi explicación de los procedimientos a seguir para resolver cada tipo de ecuación y la realización de los ejercicios. Pero en esta ocasión desapareció la interacción entre los alumnos, cualquier duda al respecto se me planteaba directamente y ninguno de ellos se atrevía a responder las preguntas de sus compañeros.

Terminamos la unidad con una nueva exposición, repetimos el esquema de actuación y otra alumna explicó en la siguiente sesión tres de los métodos de resolución para los sistemas de ecuaciones lineales.

Las siguientes imágenes reflejan su trabajo.



## Sustitución

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x+5y=-17 \\ 4x-y=-1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 4x+1 \\ 2x+5(4x+1) &= -17 \\ 2x+20x+5 &= -17 \\ 22x &= -22 \end{aligned}$$

$$X = -1$$

$$\begin{aligned} Y &= 4(-1) + 1 \\ Y &= -4 + 1 \\ Y &= -3 \end{aligned}$$

$$Y = -3$$

## Igualación

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 5x+y=9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Y &= 3-2x \\ Y &= 9-5x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3-2x &= 9-5x \\ -9+3 &= -5x+2x \\ -6 &= -3x \end{aligned}$$

$$X = 2$$

$$\begin{aligned} Y &= 3-2 \cdot 2 \\ Y &= 3-4 \end{aligned}$$

$$Y = -1$$

## Reducción

Ejemplo:

$$\begin{cases} x+2y = -3 \\ 3x-4y = -4 \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 3} \\ \xrightarrow{\cdot -1} \end{array} \begin{cases} 3x+6y = -9 \\ -3x+4y = 4 \end{cases}$$

$$10y = -5$$

$$Y = -1/2$$

$$\begin{aligned} x+2(-1/2) &= -3 \\ x-1 &= -3 \\ x &= -3+1 \end{aligned}$$

$$x = -2$$

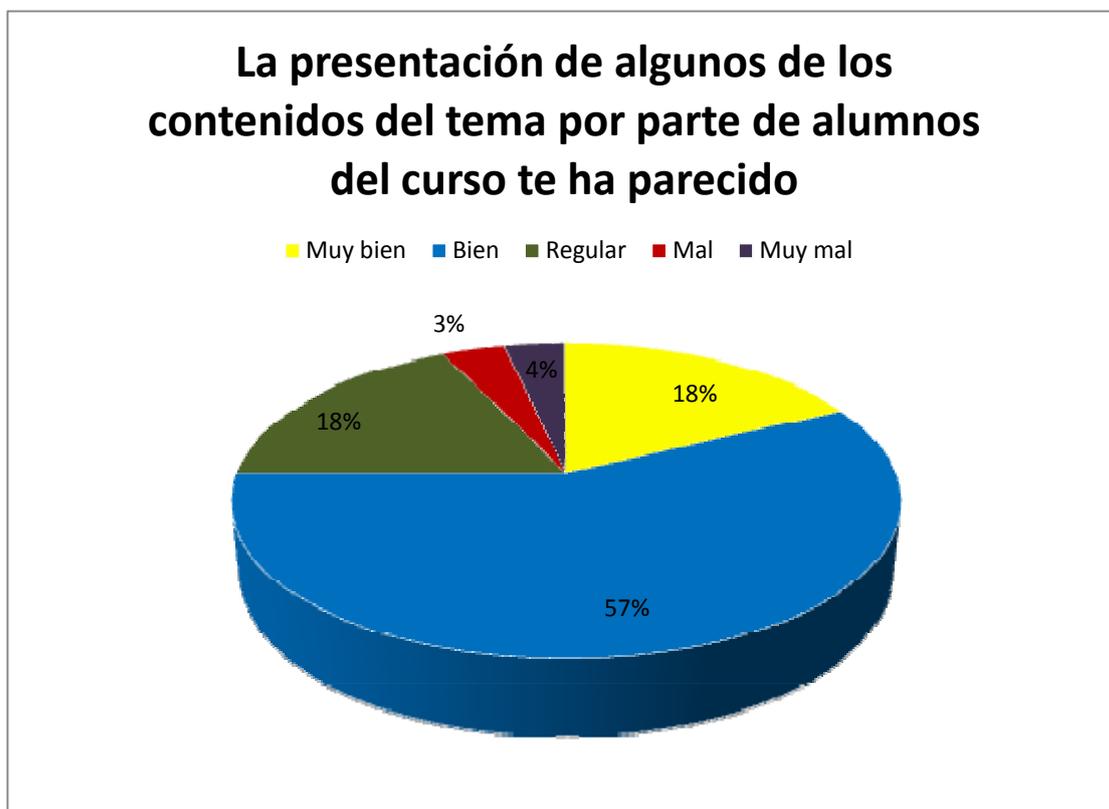
Me reservé la explicación del método gráfico para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales por las dificultades añadidas que podía suponer la representación correcta de las rectas sobre unos ejes de coordenadas.

Una vez más la exposición se desarrolló con toda la atención por parte de los compañeros de la alumna que la había preparado. También se produjo un turno de preguntas que ella supo responder correctamente y terminamos la clase realizando algunos ejercicios. En cuanto surgieron las dudas volvió la interacción entre los alumnos salvo en los ejercicios en los que había que aplicar el método gráfico.

Finalizamos la unidad con un par de sesiones más dedicadas a la realización y corrección de ejercicios y problemas.

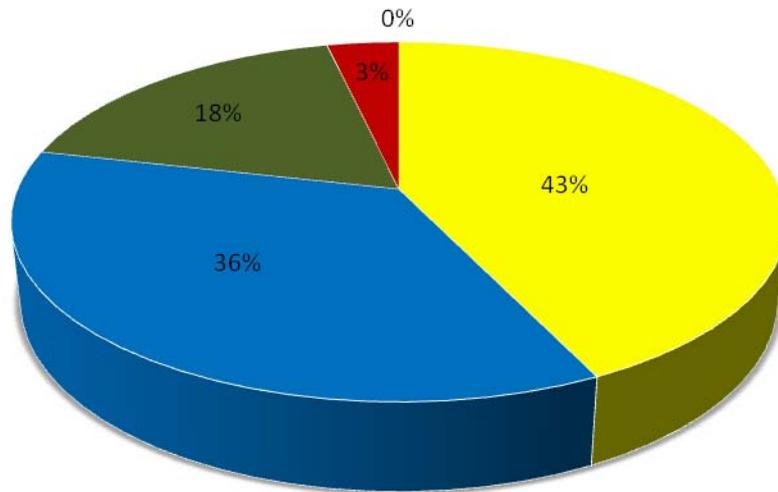
### Valoración de la experiencia:

Con el fin de recoger la opinión de los alumnos sobre el cambio de metodología aplicado, unos días después realicé una pequeña encuesta utilizando ActivInspire para elaborar un pequeño cuestionario que pudiera responderse de forma individual y directa en clase mediante los mandos de tipo ActivExpression. De este modo, cada alumno dispone de un terminal parecido a un teléfono móvil con el que puede contestar las preguntas que se preparen (tipo test, con texto abierto, de respuesta numérica, etc.). En este caso, el planteamiento consistía en valorar tres aspectos eligiendo una sola opción (muy bien, bien, regular, mal o muy mal). El mismo software permite exportar los datos recogidos a una hoja de cálculo facilitando su tratamiento. Ya había utilizado este tipo de dispositivos antes con este grupo de alumnos por lo que no supuso ningún inconveniente usarlos en esta ocasión. Los resultados fueron los siguientes:



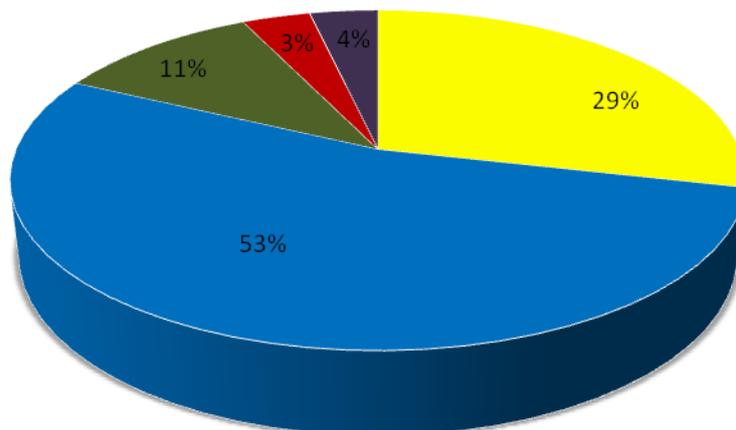
## La utilización de los medios técnicos ha sido

■ Muy buena ■ Buena ■ Regular ■ Mala ■ Muy mala



## Tu valoración personal de este estilo de clases dentro de la asignatura de matemáticas es

■ Muy buena ■ Buena ■ Regular ■ Mala ■ Muy mala



Como puede observarse en los gráficos, la valoración por parte de los alumnos ha sido bastante positiva. Los tres aspectos planteados al grupo reciben mayoritariamente una calificación alta o muy alta. Parece claro que la participación activa en el aula y la utilización de las Nuevas Tecnologías se perciben como mejoras en el desarrollo de las clases.

## **Conclusiones:**

Mi valoración personal de la experiencia ha sido muy positiva también. Inicialmente me preocupaba que la temporalización de la asignatura se resintiera por el cambio de metodología, pero como he descrito anteriormente las sesiones se desarrollaron con fluidez y no supusieron ningún retraso en la programación.

Aunque no me ha sido posible realizar una prueba escrita en la que los contenidos se refirieran exclusivamente a los utilizados en esta experiencia, creo que la elaboración y presentación de los conceptos y procedimientos por parte de las tres alumnas que voluntariamente se hicieron cargo de la tarea ya han supuesto una mejora en su aprendizaje. De la misma forma, la interacción que se dio entre todos los alumnos en la realización y en la corrección de las actividades, tomando como propios los contenidos explicados por sus compañeras, es otro indicador que demuestra un aprendizaje más eficaz que el que he podido observar cuando he seguido el esquema "tradicional" en mis clases. Aún así, me gustaría remarcar la diferencia que se produjo en el caso de los contenidos nuevos, parece una constante que los alumnos siguen prefiriendo la figura del profesor que aclara todas las dudas con la seguridad que ellos creen no poder tener.

Una complicación que esperaba, y que las alumnas que realizaron las presentaciones me confirmaron, fue la que se encontraron cuando quisieron escribir las ecuaciones y las fórmulas utilizando el teclado del ordenador. Aunque utilizemos la pizarra digital a diario en la clase de matemáticas, el uso del puntero sobre la pantalla es similar al del bolígrafo sobre el papel, y hasta el momento de preparar las presentaciones en sus casas no se dieron cuenta de la dificultad que representaba escribir el lenguaje matemático. Aunque mejorable, puede verse en las imágenes recogidas en este artículo que salvaron este obstáculo de forma más que aceptable.