RESTRICCION A UN ABIERTO DE LA IMAGEN RECIPROCA DE UN PREHAZ

MIGUEL L. LAPLAZA

Jerez de la Frontera. Diciembre, 1966

En (1) se daba un procedimiento de construcción del haz asociado a un prehaz para el caso de categorías abelianas; en (3) hemos extendido los resultados a la categoría de los conjuntos. El haz asociado, así construído, presenta la particularidad de que se conserva, como haz asociado, al restringir a cualquier abierto.

El objeto de esta nota es el precisar que esta propiedad es general y puede extenderse a las imágenes recíprocas.

* * *

En todas las definiciones y notaciones seguiremos a (2). Sean X, Y espacios topológicos, $\psi : X \to Y$, una aplicación continua, V un abierto de Y, $i : V \to Y$, la inclusión natural, $\psi' : \psi^{-1} V \to V$, la restricción de ψ a $\psi^{-1} V$ y a V. Todos los haces y prehaces tomarán sus valores en una categoría fija C.

Si $\mathcal{G}$ es un prehaz definido sobre Y, $\psi^* \mathcal{G}$ un haz definido sobre X, ϱ un morfismo de $\mathcal{G}$ en $\psi_* \psi^* \mathcal{G}$, el haz, $\psi'_* (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)$ es naturalmente isomorfo a $(\psi_* \psi^* \mathcal{G}) \mid V$, puesto que si, U, $U' \subset V$, $U \supset U'$, tenemos que,

$$\psi'_* (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\, U = (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\, \psi^{-1} U = \psi^* \mathcal{G} (\psi^{-1} U)$$

$$(\psi_* \psi^* \mathcal{G}) \mid V]\, U = (\psi_* \psi^* \mathcal{G})\, U = \psi^* \mathcal{G} (\psi^{-1} U)$$

$$\psi'_* (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\, \varrho \begin{matrix} U \\ U' \end{matrix} = (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\, \varrho \begin{matrix} \psi^{-1} U \\ \psi^{-1} U' \end{matrix} = \psi^* \mathcal{G}\, \varrho \begin{matrix} \psi^{-1} U \\ \psi^{-1} U' \end{matrix}$$

$$[(\psi_* \psi^* \mathcal{G}) \mid V]\, \varrho \begin{matrix} U, \\ U \end{matrix}' = (\psi_* \psi^* \mathcal{G})\, \varrho \begin{matrix} U, \\ U \end{matrix}' = \psi^* \mathcal{G} \varrho \begin{matrix} \psi^{-1} U \\ \psi^{-1} U \end{matrix} .$$

Sea ϱ_V la restricción de ϱ a $\mathcal{G} \mid V$ y a $(\psi_* \, \psi^* \, \mathcal{G}) \mid V$; ϱ_V es, por lo tanto, un morfismo de $\mathcal{G} \mid V$ en $\psi'_* \, (\psi^* \, \mathcal{G} \mid \psi^{-1} \, V)$.

Sea $\mathcal{H}$ un prehaz definido sobre V; $i_* \mathcal{H}$ es un prehaz definido sobre Y, de modo que, $i_* \, \mathcal{H} \mid V = \mathcal{H}$, puesto que, para U', $U \subset V$, $U \subset V$, $U' \subset U$,

$$(i_* \, \mathcal{H} \mid V) \, U = i^* \, \mathcal{H} \, U = \mathcal{H} \, (U \cap V) = \mathcal{H} \, U$$

$$(i_* \, \mathcal{H} \mid V) \, \varrho^{U}_{U'} = i_* \, \mathcal{H} \, \varrho^{U}_{U'} = \mathcal{H} \, \varrho^{U \cap V}_{U' \cap V'} = \mathcal{H} \, \varrho^{U}_{U'}$$

Además, si $\mathcal{H}$ es un haz, $i_* \, \mathcal{H}$ es un haz definido sobre Y.

Proposición 1

Con las notaciones anteriores, la condición necesaria y suficiente para que $\{\varrho, \, \psi^* \, \mathcal{G}\}$ sea la imagen recíproca de $\mathcal{G}$ en la aplicación ψ, es que, $\{\varrho, \, \psi^* \, \mathcal{G} \mid \psi^{-1} \, V\}$ sea la imagen recíproca de $\mathcal{G} \mid V$ en la aplicación ψ', para cualquier abierto, V, de Y.

En efecto:

La condición es suficiente, pues basta tomar, $V = X$.

Veamos que la condición es necesaria. Sea $\{\varrho, \, \psi^* \, \mathcal{G}\}$ la imagen recíproca de $\mathcal{G}$ en la aplicación ψ y V un abierto de Y; sea $\mathcal{F}$ un haz definido sobre $\psi^{-1} \, V$, y para $\omega \in \operatorname{Hom} (\mathcal{G} \mid V, \, \psi'_* \, \mathcal{F})$ definamos

$$\bar{\omega} \, U = \omega \, (U \cap V) \, \mathcal{G} \, \varrho^{U}_{U \cap V} : \mathcal{G} \, U \to \mathcal{G} \, (U \cap V) = (\mathcal{G} \mid V) \, (U \cap V) \to$$
$$\to \psi'_* \, \mathcal{F} \, (U \cap V) = i_* \, \psi'_* \, \mathcal{F} \, U$$

Si $U \supset U'$, la conmutatividad de los diagramas parciales que intervienen en el diagrama

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{G} U \arrow[rr, "\bar{\omega} U"] \arrow[dr, "\mathcal{G}\varrho^{U}_{U \cap V}"] \arrow[ddd, "\mathcal{G}\varrho^{U}_{U'}"'] & & \psi'_* \mathcal{F}(U \cap V) = i_* \psi'_* \mathcal{F} U \arrow[ddd, "\psi'_* \mathcal{F}\varrho^{U \cap V}_{U' \cap V}"', "i_* \psi'_* \mathcal{F}\varrho^{U}_{U'}"] \\
& \mathcal{G}(U \cap V) = (\mathcal{G} \mid V)(U \cap V) \arrow[ur, "\omega(U \cap V)"] \arrow[d, "\mathcal{G}\varrho^{U \cap V}_{U' \cap V}"', "(\mathcal{G} \mid V)\varrho^{U \cap V}_{U' \cap V}"] & \\
& \mathcal{G}(U' \cap V) = (\mathcal{G} \mid V)(U' \cap V) \arrow[dr, "\omega(U' \cap V)"] & \\
\mathcal{G} U' \arrow[ur, "\mathcal{G}\varrho^{U'}_{U' \cap V}"] \arrow[rr, "\bar{\omega} U'"] & & \psi'_* \mathcal{F}(U' \cap V) = i_* \psi'_* \mathcal{F} U'
\end{tikzcd}$$

implica que,

$$i_* \psi'_* \mathcal{F} \varrho {U \atop U'} \overline{\omega} U = i_* \psi'_* \mathcal{F} \varrho {U \atop U'} \omega (U \cap V) \mathcal{G} \varrho {U \atop U \cap V} =$$

$$= \omega (U' \cap V) \mathcal{G} \varrho {U \cap V \atop U' \cap V} \mathcal{G} \varrho {U \atop U \cap V} = \omega (U' \cap V) \mathcal{G} \varrho {U' \atop U' \cap V} \mathcal{G} \varrho {U \atop U'}$$

por lo que, $\overline{\omega} : U \to \overline{\omega}\, U$, es un elemento de Hom $(\psi_* \mathcal{G}, i_* \psi'_* \mathcal{F})$, tal que, $\overline{\omega} \mid V = \omega$, puesto que para $U \subset V$, $\overline{\omega}\, U = \omega\, U\, \mathcal{G} \varrho {U \atop U} = \omega\, U$.

Si $i' : \psi^{-1} V \to X$, es la inclusión natural, se tiene que, $i\, \psi' = \psi i'$, por lo que, $i_* \psi'_* F = (i\, \psi')_* \mathcal{F} = (\psi\, i')_* \mathcal{F} = \psi_* i'_* \mathcal{F}$, lo que implica que $\overline{\omega}$ puede expresarse en la forma, $\overline{\omega} = \psi^* \omega' \cdot \varrho$, $\omega' \in$ Hom $(\psi^* \mathcal{G}, i_* \psi_*' \mathcal{F})$.

Veamos que, $\psi_* \omega' \mid V = \psi'_* (\omega' \mid \psi^{-1} V)$:

$\psi_* \omega' \mid V \in$ Hom $[(\psi_* \psi^* \mathcal{G}) \mid V, i_* \psi'_* \mathcal{F} \mid V] =$ Hom $[\psi'_* (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V), \psi'_* \mathcal{F}]$ y para $U \subset V$

$$(\psi_* \omega' \mid V)\, U = \psi_* \omega'\, U = \omega' \psi^{-1} U$$

$$[\psi'_* (\omega' \mid \psi^{-1} V)]\, U = (\omega' \mid \psi^{-1} V)\, \psi^{-1} U = \omega' \psi^{-1} U.$$

De aquí se deduce que,

$$\omega = \omega \mid V = (\psi_* \omega' \mid V) \cdot (\varrho V) = \psi'_* (\omega' \mid \psi^{-1} V) \cdot \varrho_V$$

con lo que finalmente hemos llegado a que, $\omega = \psi'_* \omega'' \cdot \varrho_V$, en que,

$$\omega'' \in \text{Hom } [\psi'_* (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V), \psi'_* \mathcal{F}].$$

Veamos la unicidad de esta descomposición. Supongamos ahora que, ω, $\omega' \in$ Hom $(\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V, \mathcal{F})$, $\psi'_* \omega \cdot \varrho_V = \psi'_* \omega' \cdot \varrho_V$. Definamos, $\overline{\omega}\, U = \omega\, (U \cap \psi^{-1} V)\, \psi^* \mathcal{G} \varrho {U \atop U \cap \psi^{-1} V} : \psi^* \mathcal{G}\, U \to i'_* \mathcal{F}\, U$, en que, $i' : \psi^{-1} V \to X$, es la aplicación natural.

Si $U \supset U'$, la conmutatividad de los diagramas parciales que forman parte del diagrama

$$\begin{tikzcd}
\psi^* \mathcal{G}\, U \arrow[rr, "\bar{\omega}\, U"] \arrow[dr, "\psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U \cap \psi^{-1} V}"] \arrow[ddd, "\psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U'}", "\mathcal{G}"'] & & \mathcal{F}(U \cap \psi^{-1} V) = i'_* \mathcal{F}\, U \arrow[ddd, "i'_* \mathcal{F} \varrho^{U}_{U'}"] \\
& \psi^* \mathcal{G}\,(U \cap \psi^{-1} V) = (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\,(U \cap \psi^{-1} V) \arrow[ur, "\omega\,(U \cap \psi^{-1} V)"] \arrow[d, "\psi^* \mathcal{G} \varrho^{U \cap \psi^{-1} V}_{U' \cap \psi^{-1} V}"', "(\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\, \varrho^{U \cap \psi^{-1} V}_{U' \cap \psi^{-1} V}"] \arrow[d, phantom, shift left=40, "\mathcal{F} \varrho^{U \cap \psi^{-1} V}_{U' \cap \psi^{-1} V}"] & \\
& \psi^* \mathcal{G}\,(U' \cap \psi^{-1} V) = (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V)\,(U' \cap \psi^{-1} V) \arrow[dr, "\omega\,(U' \cap \psi^{-1} V)"] & \\
\psi^* \mathcal{G}\, U' \arrow[ur, "\psi^* \mathcal{G} \varrho^{U'}_{U' \cap \psi^{-1} V}"] \arrow[rr, "\bar{\omega}\, U'"'] & & \mathcal{F}(U' \cap \psi^{-1} V) = i'_* \mathcal{F}\, U'
\end{tikzcd}$$

implica que,

$$i'_* \mathcal{F} \varrho^{U}_{U'}\, \bar{\omega}\, U = i'_* \mathcal{F} \varrho^{U}_{U'}\, \omega\,(U \cap \psi^{-1} V)\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U \cap \psi^{-1} V} =$$

$$= \omega\,(U' \cap \psi^{-1} V)\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U \cap \psi^{-1} V}_{U' \cap \psi^{-1} V}\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U \cap \psi^{-1} V} =$$

$$= \omega\,(U' \cap \psi^{-1} V)\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U'}_{U' \cap \psi^{-1} V}\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U'} = \bar{\omega}\, U'\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U'}\,.$$

De donde se deduce que, $\bar{\omega}\colon\ U \to \bar{\omega}\ U$, es un elemento de Hom $(\psi^* \mathcal{G},\ i'_* \mathcal{F})$.

De manera análoga se define, $\bar{\omega}' \in$ Hom $(\psi^* \mathcal{G},\ i'_* \mathcal{F})$ por,

$\bar{\omega}'\ U = \omega'\,(U \cap \psi^{-1} V)\, \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U \cap \psi^{-1} V}$. Se verifica que, $\bar{\omega} \mid \psi^{-1} V =$

$= \omega, = \omega' \mid \psi^{-1} V = \omega'$, puesto que, para $U \subset \psi^{-1} V$, se tiene

$$\bar{\omega}\ U = \omega\ U\ \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U} = \omega\ U,\ \bar{\omega}'\ U = \omega'\ U\ \psi^* \mathcal{G} \varrho^{U}_{U} = \omega'\ U\,.$$

Veamos que, $\psi_* \bar{\omega} \bullet \varrho = \psi^* \bar{\omega}' \bullet \varrho$.

Teniendo en cuenta que, $\psi^{-1}(U \cap V) = \psi^{-1}(U) \cap \psi^{-1}(V)$ y la conmutatividad del diagrama

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{G}\,U \arrow[r, "\varrho\,U"] \arrow[d, "\mathcal{G}\varrho^{U}_{U\cap V}"'] & \psi_*\,\psi^*\,\mathcal{G}\,U \arrow[d, "\psi_*\,\psi^*\,\mathcal{G}\varrho^{U}_{U\cap V}"] \\
\mathcal{G}\,(U \cap V) \arrow[r, "\varrho\,(U\cap V)"] & \psi_*\,\psi^*\,\mathcal{G}\,(U \cap V)
\end{tikzcd}$$

tenemos que,

$$(\psi_*\,\overline{\omega}\cdot\varrho)\;U = \psi_*\,\overline{\omega}\;U\,\varrho\;U = \overline{\omega}\,(\psi^{-1}\,U)\,\varrho\,U =$$

$$= \omega\,(\psi^{-1}\,U \cap \psi^{-1}\,V)\;\psi^*\,\mathcal{G}\varrho^{\psi^{-1}U}_{\psi^{-1}U\,\cap\,\psi^{-1}\,V}\,\varrho\,U =$$

$$= \omega\,[\psi^{-1}\,(U \cap V)]\;\psi_*\;\psi^*\,\mathcal{G}\varrho^{U}_{U\cap V}\;\varrho\,U =$$

$$\psi'_*\,\omega(U\cap V)\varrho(U\cap V)\;\mathcal{G}\varrho^{U}_{U\cap V} = \psi'_*\,\omega(U\cap V)\,\varrho_V\,(U\cap V)\mathcal{G}\varrho^{U}_{U\cap V} =$$

$$= \psi'_*\,\omega'\,(U\cap V)\;\varrho_V\,(U\cap V)\;\mathcal{G}\varrho^{U}_{U\cap V} =$$

$$= \omega'\;(\psi^{-1}\,U \cap \psi^{-1}\,V)\;\psi^*\;\mathcal{G}\varrho^{\psi^{-1}\,U}_{\psi^{-1}\,U\,\cap\,\psi^{-1}\,V}\;\varrho\,U = \overline{\omega}'\,(\psi^{-1}\,U)\,\varrho\,U =$$

$$= \psi_*\,\overline{\omega}'\,(U)\;\varrho\,U = (\psi^*\,\omega'\cdot\varrho)\;U.$$

Y de ahí se deduce que, $\psi^*\,\overline{\omega}\cdot\varrho = \psi^*\,\overline{\omega}'\cdot\varrho$, y de acuerdo con las propiedades de la imagen recíproca, $\omega = \overline{\omega}'$, y por lo tanto, $\omega = \overline{\omega} \mid \psi^{-1}\,V = \overline{\omega}' \mid \psi^{-1}V = \omega'$, y con esto queda demostrada la proposición.

Sea ahora $\mathcal{F}$ un haz definido sobre X, V_i un abierto de Y, ψ'_i: $\psi^{-1}\,V_i \to V_i$, la restricción de ψ a $\psi^{-1}\,V_i$ y a V_i. $\psi_*\,\mathcal{F} \mid V_i = \psi'_{i*}\,(\mathcal{F} \mid \psi^{-1}\,V_i)$, puesto que para $U \supset U'$, $U, U' \subset V_i$, se tiene

$$[(\psi_*\,\mathcal{F}) \mid V_i]\;U = \psi_*\,\mathcal{F}\;U = \mathcal{F}\,(\psi^{-1}\,U)$$

$$\psi'_{i*}\,(\mathcal{F} \mid \psi^{-1}\,V_i)\;U = (\mathcal{F} \mid \psi^{-1}\,V_i)\;(\psi^{-1}\,U) = \mathcal{F}\,(\psi^{-1}\,U)$$

$$[(\psi_* \mathcal{F}) \mid V_i]\, \varrho \begin{matrix} U \\ U' \end{matrix} = \psi_* \mathcal{F}\, \varrho \begin{matrix} U \\ U' \end{matrix} = \mathcal{F} \varrho \begin{matrix} \psi^{-1} U \\ \psi^{-1} U' \end{matrix}$$

$$[\psi'_{i*} (\mathcal{F} \mid \psi^{-1} V_i)]\, \varrho \begin{matrix} U \\ U' \end{matrix} = (\mathcal{F} \mid \psi^{-1} V_i)\, \varrho \begin{matrix} \psi^{-1} U \\ \psi^{-1} U' \end{matrix} = \mathcal{F} \varrho \begin{matrix} \psi^{-1} U \\ \psi^{-1} U' \end{matrix}$$

Tomemos ahora,

$$\delta \in \operatorname{Hom} (\psi^* \mathcal{G}, \mathcal{F}).\ (\psi^* \delta \cdot \varrho) \mid V_i = \psi'_{i*} (\delta \mid \psi^{-1} V_i) \cdot \varrho V_i ,$$

puesto que, para $U \subset V_i$, $\psi^{-1} U \subset \psi^{-1} V_i$, se tiene

$$[(\psi_* \delta \cdot \varrho) \mid V_i]\, U = (\psi_* \delta \cdot \varrho)\, U = \psi'^* \delta\, U \varrho\, U = \delta\, (\psi^{-1} U)\, \varrho\, U$$

$$[\psi'_{i*} (\delta \mid \psi^{-1} V_i) \cdot \varrho V_i]\, U = [\psi'_{i*} (\delta \mid \psi^{-1} V_i)]\, U \varrho\, U =$$

$$(\delta \mid \psi^{-1} V_i)\, (\psi^{-1} U)\, \varrho\, U = \delta\, (\psi^{-1} U)\, \varrho\, U$$

Proposición 2

Sea $\{V_i\}_{i \in I}$ una base de la topología de Y. La condición necesaria y suficiente para que $\{\varrho, \psi_* \mathcal{G}\}$ sea la imagen recíproca de $\mathcal{G}$ en la aplicación ψ es que para todo i, $\{\varrho V_i, \psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V_i\}$ sea la imagen recíproca de $\mathcal{G} \mid V_i$ en la aplicación ψ'_i.

En efecto:

La proposición 1 demuestra la necesidad.

Supongamos que $\{\varrho_{Vi}, \psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V_i\}$ es la imagen recíproca de $G \mid V_i$ en la aplicación ψ'_i, para $i \in I$. Sea $\mathcal{F}$ un haz definido sobre X, $\omega \in \operatorname{Hom} (G, \psi_* \mathcal{F})$ y designemos, $\omega_{Vi} = \omega \mid V_i \in \operatorname{Hom} (\mathcal{G} \mid V_i, \psi_* \mathcal{F} \mid V_i)$. Como, $\psi_* \mathcal{F} \mid V_i = \psi'_* (\mathcal{F} \mid \psi^{-1} V_i)$ $\omega_{Vi} \in \operatorname{Hom} [\mathcal{G} \mid V_i, \psi'_{i*} (\mathcal{F} \mid \psi^{-1} V_i)]$ y por las propiedades de la imagen recíproca, existe un $\omega'_{Vi} \in \operatorname{Hom} (\psi^* \mathcal{G} \mid \psi^{-1} V_i, \mathcal{F} \mid \psi^{-1} V_i)$, tal que, $\omega_{Vi} = \psi'_{i*} (\omega'_{Vi}) \cdot \varrho V_i$.

Teniendo en cuenta que $\{\psi^{-1} V_i\}_{i \in I}$ forman una base de la topología de X, y que $\psi^* \mathcal{G}$ es un haz, bastará comprobar que si $V_k \subset V_i \cap V_j$, $k, i, j, \in I$ se verifica que, $\omega'_{Vi} \mid \psi^{-1} V_k = \omega'_{Vj} \mid \psi^{-1} V_k = \omega' V_k$ para que quede demostrada la existencia de un morfismo, $\omega' \in \mathrm{Hom}\ (\psi^* \mathcal{G}, \mathcal{F})$, tal que, $\omega' \mid \psi^{-1} V_i = \omega'_{Vi}$. Para demostrar lo anterior, observemos que,

$$\omega_{Vk} = \omega_{Vi} \mid V_k = [\psi'_{i*} (\omega'_{Vi}) \cdot \varrho_{Vi}] \mid V_k = \psi'_{k*} (\omega'_{Vi} \mid \psi^{-1} V_k) \cdot \varrho_{Vk}$$

y de las propiedades de la imagen recíproca se deduce la igualdad, $\omega'_{Vk} = \omega'_i \mid \psi^{-1} V_k$, y de manera análoga se deduciría la igualdad restante.

Si consideramos ahora que,

$$[\psi_* (\omega') \cdot \varrho] \mid V_i = \psi'_{i*} (\omega' \mid \psi^{-1} V_i) \cdot \varrho_{Vi} = \psi'_{i*} (\omega'_k) \cdot \varrho_{Vi} = \omega_{Vi} = \omega \mid V_i .$$

De la commutatividad de los diagramas, para $U \supset V_i$,

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{G}\, U & \longrightarrow & \psi_* \mathcal{F}\, U \\ \Big\downarrow {\scriptstyle \mathcal{G} \varrho^{U}_{V_i}} & & \Big\downarrow {\scriptstyle \psi_* \mathcal{F} \varrho^{U}_{V_i}} \\ \mathcal{G}\, V_i & \longrightarrow & \psi_* \mathcal{F}\, V_i \end{array}$$

se deduce que,

$$\psi_* \mathcal{F} \varrho^{U}_{V_i} [\psi_* (\omega') \cdot \varrho]\, U = [\psi_* (\omega') \cdot \varrho]\, V_i\, \mathcal{G} \varrho^{U}_{V_i} = \omega\, V_i\, \mathcal{G} \varrho^{U}_{V_i} =$$

$$= \psi_* \mathcal{F} \varrho^{U}_{V_i}\, \omega\, U$$

y como $\psi_* \mathcal{F}$ es un haz y $\{V_i \mid V_i \subset U\}$ es un recubrimiento de U, esto implica que, $\psi_* (\omega') \cdot \varrho = \omega$. Supongamos ahora que, $\omega', \omega'' \in \mathrm{Hom}\ (\psi^* \mathcal{G}, \mathcal{F})$ y que, $\omega = \psi'_* (\omega') \cdot \varrho = \psi'_* (\omega'') \cdot \varrho$. De aquí se deduce que,

$$\omega \mid V_i = \psi'_{i*} (\omega' \mid \psi^{-1} V_i)\, \varrho_{Vi} = \psi'_{i*} (\omega'' \mid \psi^{-1} V_i)\, \varrho_{Vi}$$

lo que implica, por las propiedades de la imagen recíproca que, $\omega' \mid \psi^{-1} V_i = \omega'' \mid \psi^{-1} V_i$, y teniendo en cuenta que, $\{\psi^{-1} V_i\}_{i \in I}$ es un recubrimiento de X y que $\psi^* \mathcal{G}$ y $\mathcal{F}$ son haces, de aquí se deduce, por un procedimiento análogo al anterior que, $\omega' = \omega''$.

BIBLIOGRAFIA

(1) ARTIN, E.: *Grothendieck Topologies.* — Spring 1962. — Harvard University.

(2) GROTHENDIECK, A.: «*Eléments de Géométrie Algébrique. I. Le langage des Schémas.* — I.H.E.S., 1960.

(3) LAPLAZA, M. — «*Sobre una construcción del haz asociado a un prehaz*». — A publicar en Actas de la VII Reunión Anual de Matemáticos Españoles (Valladolid, diciembre, 1966).

MIGUEL L. LAPLAZA

Instituto Jorge Juan del C.S.I.C.