

Ones estacionàries en una corda

Lluís Nadal i Balandras ✉

Centre de Documentació i Experimentació de Ciències (CESIRE – CDEC)

Amb un vibrador es produeixen ones estacionàries en un cordill i s'hi estudien les relacions entre diverses variables.

Paraules clau: ones estacionàries, ressonància, modes de vibració, relacions entre variables

Fonament

Imaginem un oscil·lador que vibra amb una freqüència ν i una elongació y donada per

$$y = A \sin 2\pi\nu t$$

Una corda té un extrem unit a aquest oscil·lador i l'altre fix. Un punt de la corda que estigui a una distància x de l'oscil·lador tindrà una elongació de

$$y = A \sin (2\pi\nu t - 2\pi x/\lambda)$$

on λ és la longitud d'ona. A l'extrem fix l'ona es reflectirà i es mourà en sentit $-x$ segons l'equació

$$y' = A \sin (2\pi\nu t + 2\pi x/\lambda)$$

però amb una elongació oposada a la inicial. Per això, al superposar-se les dues ones que viatgen en sentit contrari l'elongació resultant no serà la

suma sinó la resta de les expressions

$$Y = y - y' = 2A \sin (2\pi x/\lambda) \cos (2\pi\nu t)$$

Aquesta equació permet establir que hi haurà uns punts on Y valdrà sempre zero. Serà quan $\sin(2\pi x/\lambda) = 0$, és a dir quan $2\pi x$ sigui un nombre enter, n , de longituds d'ona:

$$2\pi x = n\lambda \quad \text{o bé} \quad x = n\lambda/2$$

En aquests punts distribuïts sobre la corda cada mitja longitud d'ona, l'elongació és sempre nul·la. Són els punts anomenats *nodes*.

En canvi, en aquells punts que $\sin(2\pi x/\lambda) = \pm 1$ l'elongació arribà al màxim. Són els punts anomenats *ventres* i estaran situats en les posicions que compleixen que $x = (2n + 1) \lambda / 4$. La resta de punts tindran una amplitud intermèdia. La distància entre dos nodes o dos ventres consecutius és de $\lambda/2$, una *semilongitud d'ona* (fig. 1).

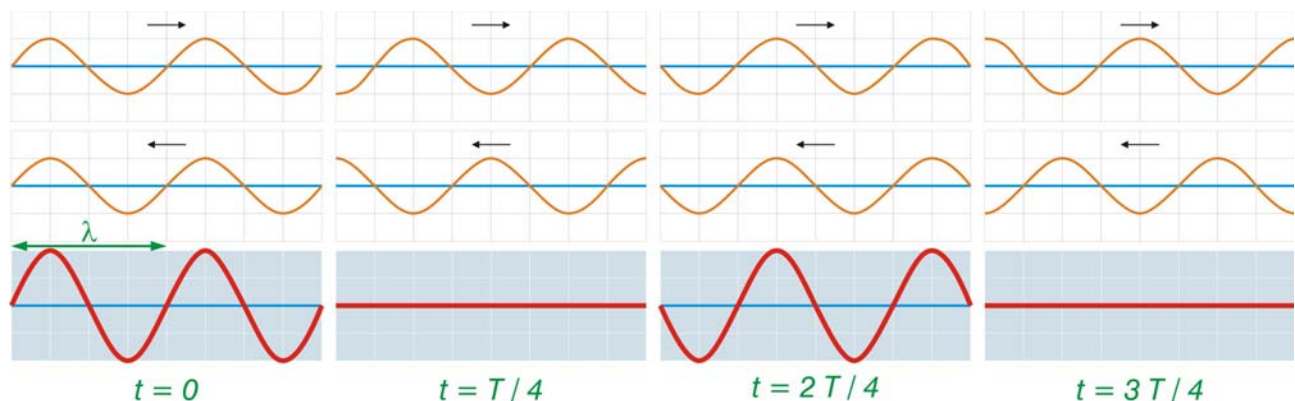


Figura 1. (A dalt) Ona incident. (Al mig) Ona reflectida. (A sota) La suma de les dues ones forma l'ona estacionària. Es mostra la posició de cada ona cada quart de període (T). Com s'hi pot veure, la distància entre dos nodes o ventres consecutius és de $\lambda/2$.

El més característic és que la posició dels nodes i ventres és fixa; quan s'arriba a aquesta situació ja no hi ha transferència d'energia al llarg de la corda. Es pot observar que aquestes ones ja no viatgen ni cap a un costat ni cap a l'altre sinó que han quedat aturades i per aquest motiu se les anomena *ones estacionàries*.

Ressonància

Podrem observar ones estacionàries realitzant el senzill muntatge de la fig. 2.



Figura 2. Muntatge experimental mitjançant un vibrador, un cordill, una politja i un pes T.

El material necessari és el següent:

- 4 suports
- 2 nous
- 2 politges
- pinça
- aïllant
- làmina metàl·lica
- fil o cordill
- 2 serjants
- 8 pesos de 2 grams
- bobina de 1000 espises
- nucli de ferro
- díode
- 2 cables de connexió
- fonat d'alimentació de 12 V de corrent altern

Si la làmina del vibrador té una amplitud prou petita podem considerar que està fix. També ho estarà l'extrem del fil en contacte amb la politja.

Si la longitud del fil entre la politja i el vibrador no coincideix amb un nombre exacte de semilongituds d'ona l'ona reflectida canviarà de fase respecte del vibrador de forma aleatòria. El resultat serà que l'ona estacionària es mourà de dreta a esquerra amb una amplitud que en mitjana serà petita.

Si la longitud del fil coincideix amb un múltiple enter de la semilongitud d'ona llavors l'ona reflectida estarà en fase amb el vibrador, l'ona estacionària es veurà fixa i l'amplitud serà gran. En aquest cas es diu que la corda està en *ressonància* amb el

vibrador o bé que la seva freqüència coincideix amb la freqüència natural de vibració del cordill.

La velocitat de propagació d'una ona en una corda és

$$v = (T / \rho)^{1/2}$$

on T és la tensió del cordill i ρ la seva densitat lineal (massa per metre). Com que $v = \lambda \cdot \nu$ i la ressonància es produeix quan la longitud L del cordill coincideix amb un múltiple enter de la semilongitud d'ona

$$L = n \cdot \lambda / 2$$

i combinant les equacions anteriors obtenim

$$\nu = (n / 2 L) \cdot (T / \rho)^{1/2}$$

i si fem $n = 1, 2, 3 \dots$ anirem obtenint les diferents freqüències amb què pot vibrar el cordill, tal com es representa a la fig. 3.

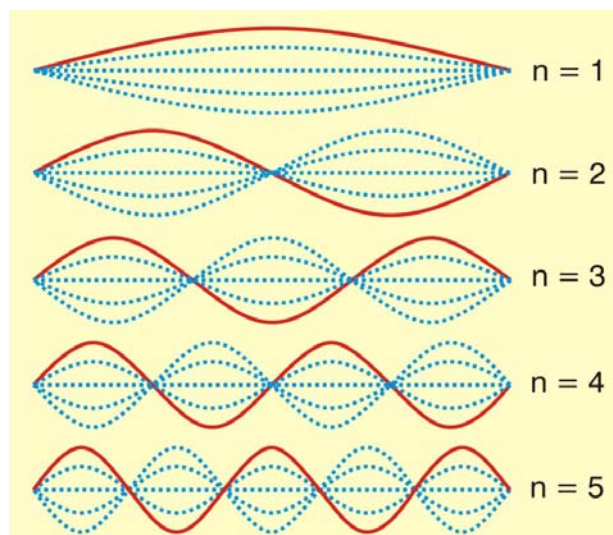


Figura 3. Diferents modes de vibració del cordill, segons el nombre de semilongituds d'ona que hi càpiguen.

Funcionament del vibrador

El vibrador està format per una làmina que vibra sota l'acció d'un electroimant connectat al corrent altern (12 V ~). El corrent altern dona 50 "impulsos" positius i 50 de negatius cada segon. En aquestes condicions la freqüència del vibrador és de 100 Hz. Si connectem un díode en sèrie amb la bobina només deixarà passar els impulsos negatius (o els negatius, segons com es connectin) i la freqüència

serà de 50 Hz. S'ha de procurar de no treure el nucli mentre la bobina estigui connectada, ja que la intensitat podria ser massa gran.

MÈTODE OPERATIU

Fem el muntatge de la fig. 4. El fil ha de tenir uns 2 m de longitud (L) i la politja fixa ha de sobresortir de l'extrem de la taula i ser més baixa que la politja mòbil.

Connectem el díode en sèrie, que farà possible un camp magnètic de $\nu = 50$ Hz. A continuació hem d'ajustar la posició de l'electroimant: connectem la font i desplaçem la politja mòbil fins a observar una semilongitud d'ona amb la màxima amplitud. Llavors variem la posició de la bobina a veure si l'amplitud augmenta més però sense que la làmina toqui el nucli. Una vegada ajustat l'electroimant jo no l'hem de moure en tota la pràctica doncs afectaria els resultats.

1. Dependència entre L i ν

Pengem tres pesos de 2 g en el fil i anem desplaçant la politja mòbil fins a observar $n = 1, 2, 3, \dots$ semilongituds d'ona en el cordill i en cada cas mesurem la distància L entre la politja i la làmina, quan

s'hagi observat la ressonància. A la ressonància, l'amplitud màxima és màxima i els nodes vibren lleugerament. Fem una taula de L i n i es representa gràficament (L en ordenades i n en abscisses). Com que N , T i ρ les mantenim constants, $L = k \cdot n$.

2. Dependència entre L i T

Penjarem successivament 4, 5, 6, 7 i 8 pesos de 2 grams i mesurarem en cada cas la longitud L necessària per observar dues semilongituds d'ona. A més a més utilitzarem la longitud corresponent a $n = 2$ i 3 pesos de l'experiència anterior. Fem una taula L - T i després una de L^2 - T i la representem gràficament. Com que ara $n = 2$, $\nu = 50$ Hz, $\rho =$ constant, $L^2 = k \cdot T$.

3. Dependència entre ν i n

Deixem tres pesos en el fil i desplaçem la politja mòbil fins a observar 2 semilongituds d'ona. A continuació variem la freqüència a 100 Hz, ja sigui fent un pont entre els extrems del díode o bé connectant la bobina directament a la font. Observarem 4 semilongituds d'ona (potser s'haurà de desplaçar la politja lleugerament). Ara són constants L , T i ρ i per tant $n = k \cdot \nu$.

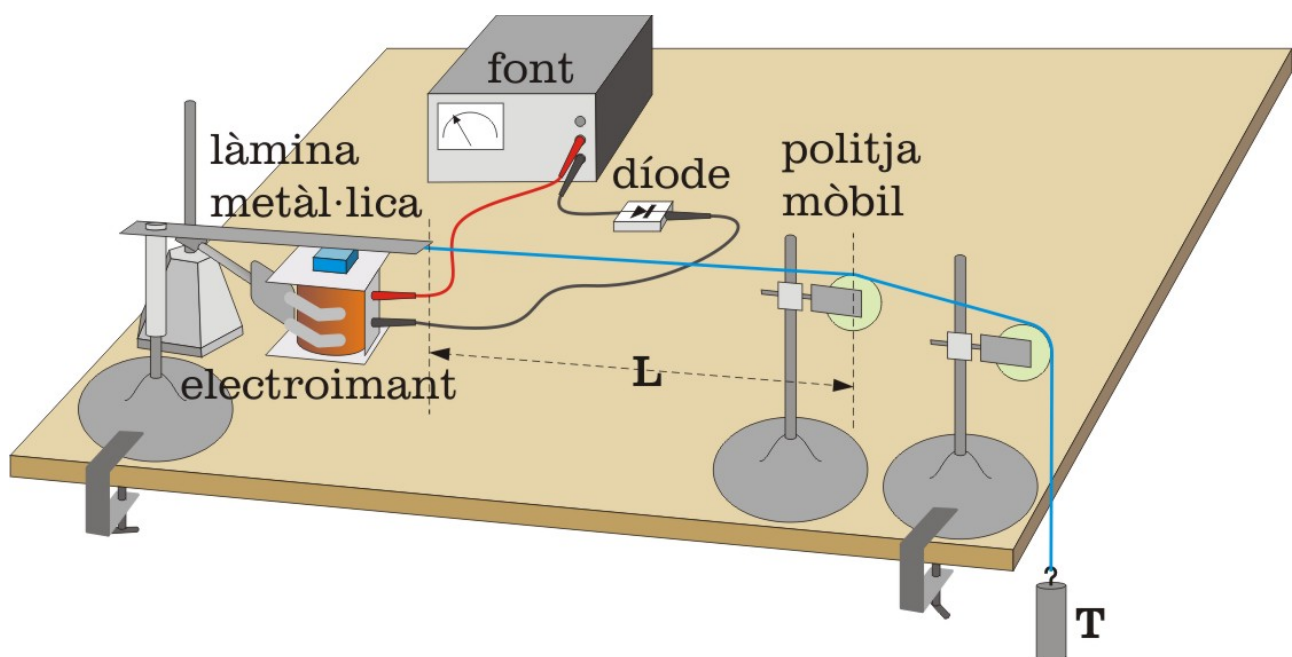


Figura 4. El muntatge complet.

4. Polarització

Quan el fil està en ressonància podem observar que la vibració només té lloc en un pla i se'n diu que està *polaritzada*. Si toquem lleugerament la làmina podrem fer variar el pla de polarització. En el cas més general les ones vibren en un pla a l'atzar i es diu que no estan polaritzades. Un cas especial és quan el pla gira amb velocitat angular constant i es diu que està *polaritzada circularment*. També pot estar-ho el·lípticament: es pot veure prement la làmina de manera adequada (és una mica difícil), si no surt demaneu-ho al professor.

5. Variació de la velocitat de propagació al variar de medi

Ara posem la meitat de fil de coure i l'altra meitat de fil de cosir, units amb un nus. Hi posem un pes de 50 g i desplaçem la politja fins que els dos fils entrin en ressonància (no ho fan amb tanta facilitat com amb un sol fil) i mesurem les longituds d'ona en cada fil: per què no coincideixen?

Aquests experiments formen part del fons del CESIRE – CDEC (Centre de Documentació i Experimentació de Ciències) del Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya.
