

# EVOLUCION DE LAS DEFICIENCIAS INTELECTUALES SOMETIDAS A UN APRENDIZAJE OPERATORIO\*

MONTSERRAT MORENO    GENOVEVA SASTRE

Profesores del Departamento de Psicología  
Facultad de Filosofía y Letras

---

\* Trabajo realizado en el Laboratorio de Psicología del Hospital del Niño Dios, gracias a la subvención del Servicio de Cultura del Ayuntamiento de Barcelona.



## INTRODUCCION

La utilización del método genético en psicología de la inteligencia ha abierto una vasta perspectiva a la investigación, proporcionando a la pedagogía y a la psicología infantil, datos muy valiosos, cuyas consecuencias prácticas están muy lejos de ser totalmente explotadas. El campo del aprendizaje es, sin duda, privilegiado para su empleo, tanto en su vertiente teórica como en la aplicada a la didáctica y a la reeducación.

El Centro Internacional de Epistemología Genética ha dedicado una serie de interesantes trabajos (1) al estudio de esta vertiente teórica, cuyos resultados facilitan y enriquecen las posibilidades de aplicación práctica.

Por otra parte, en el Laboratorio de Psicología del Hospital H. Rosselle de París, un grupo de investigadores (2) del equipo que dirige M. Stambak, elaboraron un método de reeducación del cálculo, basado en la evolución de las estructuras operatorias, que se aplicó a niños con trastornos dispráxicos.

Basándonos, por un lado, en estos trabajos y por otro en las aportaciones de la psicología genética de la inteligencia de J. Piaget, hemos elaborado un método de aprendizaje cuya finalidad era inducir en niños del estadio preoperatorio, una estructura mental correspondiente a la de la operatividad concreta y medir la transferencia de este cambio en la conducta intelectual general del niño. En el presente estudio describiremos un aspecto de este trabajo: el aprendizaje de la noción de cantidad, puesto que, más que presentar los resultados generales obtenidos, nos proponemos hacer un análisis metodológico, y la amplitud de los aspectos tratados nos obliga a ceñirnos a un solo tema, que dará una pauta del enfoque general de los trabajos.

Una cantidad puede ser de naturaleza continua o discontinua y aunque su construcción sea semejante, los contextos a los que se aplica difieren lo suficiente como para justificar tratarlos por separado.

En las páginas que siguen, expondremos someramente, en primer lugar, el trabajo general en que se inserta el tema que vamos a tratar. Describiremos, después, los pasos seguidos en la elaboración del aprendizaje y los resultados obtenidos, ocupándose Genoveva Sastre, de describir la conservación de cantidades discretas y Montserrat Moreno la de las continuas, aunque el trabajo experimental, del que sólo exponemos una parte, ha sido realizado conjuntamente.

---

(1) Véanse «Etudes d'Epistemologie Génétique», París, P.U.F. volúmenes V, VII, VIII, IX y X.

(2) C. Hmeljak, con la colaboración de M. R. Boada y G. Sastre.

## I. EL CICLO DE APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS LOGICAS ELEMENTALES

Una estructura es para J. Piaget, «un sistema de transformaciones que comporta unas leyes en tanto que sistema (por oposición a las propiedades de los elementos) y que se conserva o se enriquece gracias al juego de sus propias transformaciones, sin que éstas desemboquen fuera de sus fronteras o requieran elementos exteriores. En una palabra, una estructura comprende así las tres características: de totalidad, de transformaciones y de autorregulación» (1), y debe poder dar lugar a una formalización.

Las estructuras intelectuales no son innatas sino que se construyen gracias a las abstracciones reflexivas que realiza el sujeto y que «no proceden de los objetos sino de las acciones que se pueden ejercer sobre ellos y esencialmente de las coordinaciones más generales de estas acciones, tales que reunir, ordenar, poner en correspondencia, etc.» (2).

Según esta definición, una estructura es, pues, un sistema dinámico (puesto que está en continua transformación), autorregulable y cerrado, ya que todo aporte del exterior sólo llega asimilado por esta misma estructura que le confiere su propia manera de ser, pero susceptible de ser conocido desde fuera, gracias a los resultados de su funcionamiento, puesto que puede ser formalizado. Partiendo únicamente de esta definición, se concibe perfectamente que una estructura pueda ser descrita y conocida, pero no que pueda ser «enseñada» ¿Cómo, pues, podemos hablar de «aprendizaje» de una estructura?

Si consideramos el aprendizaje como un aporte de conocimientos nuevos y al sujeto como un registrador de aquéllos, no cabe duda que el aprendizaje de una estructura, tal como la describe Piaget es, por definición, totalmente imposible. Pero si el aprendizaje no sólo aporta nuevos conocimientos, sino que obliga, además, al sujeto a elaborar por sí mismo una respuesta adecuada a una situación nueva, y consideramos esta elaboración como fruto del esfuerzo de este sujeto y no como un aporte directo del objeto exterior, se entrevé más fácilmente la posibilidad de este aprendizaje. Si el efecto del aprendizaje es estimular el funcionamiento de una estructura y este funcionamiento origina a su vez las transformaciones que la enriquecen, sólo podremos considerar los elementos externos como indirectamente causantes de aquélla. Ahora bien, ¿tenemos derecho a utilizar la palabra «aprendizaje» para denominar este complicado proceso indirecto? No hay duda de que una palabra puede emplearse en una determinada acepción, aunque no sea la más corriente, siempre que se determine previamente en que sentido va a utilizarse y bastaría esta explicación para que sin más pasáramos a emplear así, la palabra «aprendizaje». Pero veamos si no hay,

(1) Jean Piaget «Le structuralisme» P.U.F. París 1968.

(2) Op. cit.

además, otras razones de orden psicológico —y no ya semántico— que nos autoricen a utilizarla en este sentido, y si no supone, en realidad, todo un punto de partida.

Si concebimos el aprendizaje en el sentido primero, es decir, como una simple adquisición de conocimientos nuevos, el índice que ha de servirnos para juzgar de su eficacia, es la posibilidad de utilizar los nuevos conocimientos y esta posibilidad podemos aceptarla de dos formas: 1.º) sin que suponga necesariamente una generalización de los mismos, o 2.º) exigiendo que la utilización se haga extensible a situaciones bien distintas de aquéllas en las que han tenido lugar, de manera que el individuo sepa aislar la nueva adquisición del contexto inmediato en que se aplicó en el momento del aprendizaje.

En el primero de los casos llamaremos aprendizaje incluso a la simple reproducción memorística de un contexto, puesto que se ciñe perfectamente a la definición escogida y nada nos impedirá afirmar que un niño «ha aprendido» a multiplicar cuando es capaz de reproducir sufridamente la música y letra de las tablas, debiendo volver al principio cada vez que se interrumpe.

Sin embargo, en todo tipo de aprendizaje, incluso en el que puede parecer «puramente» memorístico, interviene un importante factor de organización (1).

En el segundo caso exigiremos, en cambio, —para atribuir la categoría de aprendizaje— una integración de los conocimientos adquiridos, de tal manera que permitan ser utilizados en cualquiera de los contextos en que puedan aplicarse, es decir, que se conviertan en un instrumento que el sujeto pueda utilizar siempre que la situación lo requiera. Para que se de el aprendizaje así concebido, será necesario una «asimilación» del nuevo conocimiento, que hará variar la totalidad estructural a la que se integra y esta variación supondrá un enriquecimiento que en términos piagetianos denominaremos «acomodación» y que no es otra cosa que la transformación autorreguladora que debe realizar una estructura por su mantenimiento. Pero nótese que tanto la «asimilación» como la «acomodación» son actividades del sujeto y en ningún modo del objeto exterior, el cual no actúa más que de estímulo.

Vemos, pues, que si restringimos el aprendizaje al segundo caso, las conclusiones a las que nos lleva no difieren grandemente del concepto que habíamos propuesto primeramente atribuir a la palabra, y partiendo de él, no vemos, al menos en teoría, nada que se oponga a la posibilidad de elaborar un tipo de aprendizaje que estimule la utilización por parte del sujeto, de unas determinadas estructuras intelectuales y que las haga así evolucionar y desarrollarse.

Cuando hablemos de aprendizaje debe entenderse, pues, como un procedimiento que nos permite activar los sistemas estructurales del sujeto y que le lleva a descubrir la respuesta adecuada al problema que le planteamos. Desde este punto de vista, el aprendizaje de las estructuras inte-

(1) Vid. el interesante trabajo genético de F. Muñoz: «Actividad de organización y capacidad de aprendizaje verbal en el niño de ocho a doce años» in. Anuario de Psicología núm. 2.

lectuales consistirá en una serie de procedimientos, cuya finalidad última no es la adquisición de unos conocimientos concretos, ni siquiera en la segunda acepción antes analizada, sino únicamente provocar el ejercicio de unas estructuras para que éstas, gracias a su propio funcionamiento, evolucionen desarrollándose y enriqueciéndose. Dado que este ejercicio debe realizarse a través de unos contenidos concretos, supondrá naturalmente, la adquisición también de éstos, aunque no sea ésta la finalidad perseguida. Así cuando intentamos el aprendizaje de las estructuras de clasificación a través del ejercicio de la inclusión y la intersección de clases, los sujetos aprenden a clasificar un material según sucesivos criterios pero lo que pretendemos no es hacer de nuestros sujetos unos perfectos «clasificadores de objetos», sino conseguir que generalicen lo aprendido, a través de una asimilación primero y una acomodación después, es decir, que automodifiquen su estructura y así esta modificación se manifestará cada vez que la utilicen, sea cual sea el contexto que lo requiera.

El objetivo que nos habíamos propuesto era, en líneas generales, inducir mediante un aprendizaje adecuado, las estructuras propias de la operatividad concreta que en los niños normales empieza a desarrollarse hacia los 6-7 años y no están totalmente terminadas hasta los 11-12. Para ello y admitiendo que las estructuras intelectuales no son innatas sino que se construyen, debemos, en primer lugar, conocer su génesis para buscar después el modo más adecuado de influir en su formación. El primer problema nos lo resolvía los trabajos de Piaget quien ha dedicado la mayor parte de su obra a este objetivo. Según este autor las estructuras propias de la operatividad concreta toman sus raíces de los esquemas de acción y suponen una interiorización y una abstracción de éstos cuya reversibilidad les proporciona la movilidad propia de las operaciones.

Las estructuras operatorias concretas, que Piaget denomina «agrupamientos», son estructuras lógico-matemáticas que poseen a la vez las propiedades del «grupo» y las del «reticulado» y tienen cinco reglas que definen su estructura. Cuatro de ellas son propias del «grupo» (composición, reversibilidad, identidad general y asociatividad) y una del reticulado (identidades especiales).

Existen en el período estudiado nueve agrupamientos: I adición primaria de clases, II adición secundaria de clases, III multiplicación biunívoca de clases, IV multiplicación counívoca de clases, V adición de relaciones asimétricas, VI adición de relaciones simétricas, VII multiplicación biunívoca de relaciones, VIII multiplicación co-unívoca de relaciones, además de un agrupamiento menor.

Nuestro método de trabajo debía pues consistir en plantear a nuestros sujetos unos problemas, cuya resolución requiriera el ejercicio de los esquemas de acción, que ya poseían, para, progresivamente y a medida que su construcción operatoria así lo permitiera, ir aumentando el grado de dificultad, no según nuestra apreciación personal, sino de acuerdo con la

génesis natural, hasta llegar a ejercitar las operaciones que constituyen los agrupamientos.

Bajo esta óptica, elaboramos seis series de ejercicios encaminados a reproducir la génesis natural de las estructuras operatorias, a través de un número considerable de sesiones, compuestas cada una de varios ejercicios que provocaban en el niño la necesidad de construir una respuesta que suponía un proceso cada vez más avanzado en la construcción de las operaciones que constituyen los agrupamientos lógico-matemáticos.

Las seis series ejercitaban los siguientes aspectos:

1. Comparaciones.
2. Conservación de cantidades discretas.
3. Conservación de cantidades continuas.
4. Clasificación: inclusión e intersección de clases.
5. Seriación.
6. Conservaciones espaciales.

Estas seis series eran presentadas en forma cíclica, es decir, se aplicaban, en días sucesivos las primeras sesiones de cada una de ellas, para, una vez agotadas estas sesiones, pasar a las segundas, después a las terceras y así sucesivamente.

Dado que intentábamos elaborar un método de aprendizaje genético, era conveniente ejercitar los mismos esquemas, a cada nivel del desarrollo, desde diversos puntos de vista para facilitar la integración de las adquisiciones, favoreciendo así la transferencia.

Hemos escogido dos de las series que componen el ciclo para exponerlas detalladamente: la conservación de las cantidades continuas y la conservación de las cantidades discretas. Nos ha parecido interesante, por ilustrar le génesis de la noción de *cantidad* que está en la base del pensamiento matemático.

## POBLACION

La población seleccionada para aplicar nuestro ciclo de aprendizaje está formada por tres grupos de características intelectuales distintas.

El *grupo I* lo constituyen 20 niños con un C. I. comprendido entre 45 y 65. De ellos 10 han servido de grupo control y los otros 10 forman el grupo experimental.

Este último consta de dos subgrupos:

—I A, compuesto por los cuatro sujetos de menor edad y —I B, formado por los seis restantes.

El interés de elegir sujetos de edades distintas, residía en la posibilidad de poner en correspondencia este factor con los resultados obtenidos en el

aprendizaje, para poder determinar la mayor o menor conveniencia de una intervención precoz. Por otra parte, como no pretendíamos realizar un estudio estadístico, sino clínico, estas diferencias cronológicas no suponían ningún inconveniente.

En las pruebas de Piaget los sujetos del subgrupo I A, estaban todos en el primer estadio o no habían llegado a él en todas las pruebas. Los del I B, se encontraban en algunas pruebas en el estadio uno y en otras en el dos. Los individuos del grupo control reunían características similares a los del experimental, y al igual que éstos fueron testados con el W.I.S.C. antes de empezar el ciclo y un mes después de terminado éste, para poder apreciar la solidez de las adquisiciones en la población experimental. El período de duración del aprendizaje fue de tres meses, para cada uno de los subgrupos.

Detallamos a continuación la lista de los sujetos del grupo experimental con los C. I. obtenidos antes de empezar el ciclo de aprendizaje (C. I. 1.º) y al cabo de cuatro meses (C. I. 2.º), una vez terminado éste.

Subgrupo IA	Edad	C.I. 1.º	C.I. 2.º	Aumento
1. Cap.	6;5	65	75	10
2. Sil.	6;8	65	94	29
3. Na.	7;0	54	72	18
4. Sal.	7;10	45	78	33
<b>Subgrupo IB</b>				
5. Al.	8;10	58	71	13
6. Gu.	9;8	60	79	19
7. Ri.	10;0	65	75	10
8. Pre.	10;7	49	65	16
9. An.	10;8	59	69	10
10. Ro.	11;2	48	60	12

Como puede observarse los aumentos registrados en el W.I.S.C., distan mucho de ser homogéneos. Este hecho requiere un análisis detallado que nos proponemos exponer en una próxima publicación. Resultan muy interesantes los datos observados al poner en correlación los progresos de nuestros sujetos medidos por las pruebas operatorias de Piaget, con los diferentes subtests del W.I.S.C. Nos limitaremos aquí a señalar que los aumentos más importantes se registraron en los ítems de «comprensión» de la parte verbal del Wechsler.



La población control, de este grupo I, fue retestada igualmente, al cabo de cuatro meses del primer diagnóstico. Los resultados obtenidos demostraron que, en este período de tiempo, no habían experimentado ninguna mejoría. Se observó una media de aumentos en el W.I.S.C., de 1,4 puntos (con un mínimo de 0 y un máximo de 3) atribuibles a la habituación de los individuos al test. En las pruebas de Piaget no se registró ningún aumento.

El *grupo II* estaba formado por sujetos con un C. I. comprendido entre 70 y 90 y el grupo III por sujetos cuyos C. I. oscilaban entre 90 y 110.

En el presente estudio nos ocuparemos únicamente de los sujetos del grupo I, que por tener el nivel intelectual más bajo de los que hemos estudiado, presentan mayores dificultades en el aprendizaje, poniéndose, por esta razón, más de manifiesto los problemas que dificultan la construcción de las estructuras lógico-elementales.



# APRENDIZAJE DE LA CONSERVACION DE LAS CANTIDADES CONTINUAS

**MONTSERRAT MORENO MARIMON**

Profesor del Departamento de Psicología



## EL APRENDIZAJE DE LA CONSERVACION DE LAS CANTIDADES CONTINUAS

- I. La génesis de la conservación.
- II. Hipótesis que han guiado la elaboración de los ejercicios.
- III. III. Análisis de las sesiones de aprendizaje.
- IV. Resultados obtenidos.
- V. Conclusiones.

Piaget hace notar que la noción de identidad imprescindible a todo razonamiento, no es innata en el hombre sino que es el fruto de una larga elaboración. En su forma más elemental: identidad del objeto consigo mismo, —a pesar de las distintas percepciones que de él tiene el sujeto, debidas a los cambios de perspectiva—, no la adquiere el niño hasta los 12-18 meses (1) y la construcción de esta identidad se confunde con la de la noción misma de objeto, puesto que un objeto no tiene existencia real mas que si se conserva al desaparecer del universo sensible del sujeto. El proceso constructivo de las nociones de conservación está íntimamente relacionado con la construcción de los conceptos a los que se aplica. Así, pues, no podemos afirmar la existencia, en el pensamiento infantil, del concepto de cantidad si no existe la conservación de la misma, puesto que una cantidad es todo aquéllo susceptible de aumento y disminución y consecuentemente de medida, no siendo posible concebir la medida sin conservación de la cantidad a medir. Estudiar la génesis de la conservación de la cantidad es, en definitiva, estudiar la génesis de la cantidad misma.

En el presente estudio, que versará sobre el aprendizaje de la conservación de las cantidades continuas, recordaremos brevemente la génesis de dichas nociones descritas por Piaget (I) en la que nos inspiraremos para establecer las hipótesis que han de guiarnos en la elaboración de los ejercicios de aprendizaje (II). Veremos después como, a través de las respuestas de nuestros sujetos, podemos reconstruir los procesos intelectuales que conducen a la noción de identidad cuantitativa (III) para analizar, finalmente, los resultados obtenidos con nuestro método de trabajo (IV) y extraer conclusiones (V).

---

(1) Vid. Piaget: «La construction du réel». Delachaux et Niestlé Neuchatel, 1963 (3.<sup>a</sup> ed.).

## I. LA GENESIS DE LA CONSERVACION

A través de las conocidas pruebas de conservación de líquidos, Piaget estudia, en la «Génesis del Número» (1), la conservación de las cantidades continuas. Según el análisis que realiza, en un principio cantidad y cualidad están conceptualmente indiferenciadas, de la diferenciación de ambas, con todo lo que ello implica, surgirán las estructuras de seriación y de clasificación, una síntesis de las cuales dará lugar a las estructuras numéricas, base de todo pensamiento matemático posterior.

Ahora bien, ¿cual es el proceso de diferenciación y cómo se realiza?. Una cualidad no se da nunca aisladamente, sino por oposición o diferenciación de otras cualidades. La diferenciación de cualidades conduce a la relación entre parecidos que constituye el primer esbozo de clasificación (a y a' se asemejan en A), pero al mismo tiempo esta diferenciación de cualidades engendra relaciones asimétricas, es decir relaciones existentes entre diferencias y por tanto consecuencia de ellas. En efecto, si puedo atribuir la cualidad de «pequeño» a un objeto es porque existe otro al que, en comparación con el primero, puedo llamar «grande» y la relación existente entre ambos, será una relación de diferencias asimétricas, germen de la noción de cantidad.

El hecho mismo de atribuir cualidades a los objetos, supone relacionarlos entre sí, y estas relaciones pueden ser de dos tipos: simétricas, si indican los parecidos y suponen un principio de clasificación, y asimétricas, si expresan las diferencias y constituyen el principio de la seriación, ya que seriar es ordenar según diferencias crecientes y decrecientes. Vemos pues que la clasificación y la seriación tienen una génesis común y su desarrollo será también paralelo.

En un primer estadio, que Piaget establece mediante las pruebas de conservación de líquidos, todo cambio percibido es considerado como modificando el valor total del líquido. El sujeto tiene en cuenta un solo dato perceptivo y así, se fija tan pronto en el nivel como en el número de vasos como en la anchura. Actúa como si la cantidad fuera unidimensional y como si no pudiera tener en cuenta más de una dimensión a la vez siendo incapaz de coordinarlas entre sí, para llegar a la noción de cantidad total o multidimensional. Lo que hace, en realidad, el niño, es comparar cualidades (alturas o niveles, anchuras, etc.), entre sí. Pero como las cualidades no existen en sí mismas sino comparadas unas con otras, esta comparación es la cantidad en su nivel más elemental, puesto que supone ya una relación entre diferencias asimétricas.

La cuantificación, en este primer estadio, permanece en el nivel de la percepción inmediata, por esta razón Piaget la denomina «cantidad bruta».

En el segundo estadio, que Piaget denomina de las «cantidades intensivas», el niño afirma la conservación si el líquido del recipiente inicial se

(1) Piaget y Szeminska: «La Genèse du Nombre», Delachaux et N. Neuchâtel, 1964 (3.ª Ed.).

vierte en otros dos o en un recipiente de dimensiones no muy distintas del inicial, con lo cual las diferencias de nivel y anchura no son muy importantes, pero la niega si los recipientes son más de dos o las dimensiones del segundo recipiente son muy distintas de las del primero. El sujeto empieza ya a componer las relaciones percibidas pero sin utilizar la idea de medida y por tanto de unidad, siendo de esta forma las operaciones que realiza, todavía de tipo cualitativo. Hasta el tercer estadio no conseguirá realizar operaciones propiamente aritméticas con la posibilidad de atribuir un valor cuantitativo o numérico a las relaciones en juego, y este valor es el resultado de introducir la unidad o medida en las totalidades percibidas.

Sin embargo, el niño empieza ya a realizar, en este segundo estadio, una multiplicación de relaciones que le llevan a afirmar la conservación si los cambios perceptivos no son muy importantes.

Así como en el estadio anterior consideraba una sola dimensión (en general la altura o nivel) al comparar las cantidades de los líquidos y juzgaba ésta como índice inequívoco de la cantidad, siendo incapaz de tener en cuenta la otra dimensión (anchura) como compensatoria de la primera, en este segundo estadio, en cambio, es ya capaz de multiplicar las dimensiones, con lo cual la cantidad deja de ser unidimensional para pasar a ser multidimensional; las dimensiones, así consideradas, constituyen relaciones asimétricas que pueden seriararse. El hecho de seriarlas, ya sea de acto o de pensamiento, con todas las consecuencias que supone, es su forma de adición. Si esta seriación se realiza teniendo en cuenta dos o más relaciones a la vez, se convierte en una multiplicación de relaciones asimétricas.

Pero la multiplicación lógica de relaciones no es suficiente para llegar a la conservación, puesto que sólo permite afirmar la igualdad cuando a la anchura de uno le corresponde exactamente la altura de otro y viceversa, es decir, cuando hay una permutación de dimensiones, pero cuando no es así, es preciso además igualar las diferencias introduciendo una proporción entre lo que aumenta en altura y lo que disminuye en anchura (o viceversa) y esta proporción supone una partición que introduce la unidad y convierte la cantidad intensiva en «cantidad extensiva» o susceptible de medida, que es la que corresponde al tercer estadio.

Piaget considera que «hay partición aritmética desde el momento en que los elementos de un todo pueden igualarse entre sí aun siendo distintos, mientras que cuando una relación de conjunto o una clase se descomponen en subrelaciones o subclases, sus reuniones no implican ninguna igualdad entre sí sino únicamente una coinclusión en el todo» (1). La partición aritmética y su consecuencia psicológica esencial, la posibilidad de operar con las partes igualando así las diferencias, es básicamente el descubrimiento de este tercer estadio y engendra necesariamente la conservación de las cantidades.

(1) «La Genèse du Nombre».

En resumen, el niño llega a la certeza de la conservación de la igualdad entre dos cantidades continuas, a pesar de las transformaciones que les hagamos sufrir al cambiarlas de recipiente, gracias a un largo proceso que según Piaget atraviesa tres estadios. En el primero de ellos el niño actúa como si las cantidades fueran unidimensionales, limitándose a comparar una sola de sus dimensiones sin llegar a coordinarla con las demás, es el estadio de cantidades brutas. En el segundo estadio se constituyen las cantidades intensivas, resultado de un proceso de coordinación lógica entre diferencias, que no estará concluido totalmente hasta el tercer estadio en el que, además, la aparición del concepto de unidad posibilita la igualación entre las diferencias intensivas introduciendo así la medida en las operaciones lógicas del estadio anterior, convirtiéndolas en aritméticas y constituyendo de esta forma las cantidades extensivas.

## II. HIPOTESIS QUE HAN GUIADO LA ELABORACION DE LOS EJERCICIOS DE CONSERVACION DE LAS CANTIDADES CONTINUAS

Las pruebas sobre la conservación de cantidades continuas utilizadas por Piaget, constituyen un excelente diagnóstico del nivel de operatividad, puesto que es necesario para superarlas, saber: a) que el todo (líquido de los recipientes) está formado de partes reunidas por simple adición (composición); b) que cualquiera de las transformaciones que ha sufrido el líquido puede ser anulada por la operación inversa (reversibilidad); c) que cada parte permanece como tal idéntica, es decir, que si le aplicamos el elemento neutro cero, la cantidad no varía (identidad), y d) que cualquier composición de las partes conduce al mismo todo (asociatividad). Vemos pues que la conservación de cantidades continuas supone una estructura operatoria. Por esta razón hemos elegido su aprendizaje como tema de una de las series del ciclo. Creemos sin embargo que de limitar el aprendizaje a este solo tema (o a otro cualquiera de las series que lo componen), el grado de generalización de los resultados, medido por la transferencia a la conducta intelectual general, (por ejemplo, los resultados en el WISC) hubiera sido muy inferior a la obtenida, ya que las adquisiciones se apoyan unas a otras.

Pero, ¿cómo estimular este aprendizaje? Tanto los trabajos del C.I.E.G. como nuestra propia experiencia, nos demuestran la inoperancia de un aprendizaje basado en la constatación empírica de los hechos y ello por la simple razón de que percibir la realidad no es lo mismo que inferir correctamente sobre ella (la percepción del nivel de los líquidos, por ejemplo, induce al niño a falsas conclusiones), la lectura de la experiencia no es una simple grabación de los datos sino que implica una interpretación de los mismos en función de unos esquemas preexistentes que les confieren su significado



según la naturaleza de las estructuras a las que se integran, y si éstas no son operatorias, no podemos pretender que lo sean sus inferencias (1).

El aprendizaje debía estar basado en el desarrollo genético de la noción considerada, de manera a poder reconstruir, a partir del estadio en que se encontrara cada sujeto, la evolución que espontáneamente recorre la inteligencia infantil, reproduciendo aceleradamente los mismos procesos.

Tres condiciones nos parecían necesarias:

1.º) Puesto que las pruebas de Piaget debían servirnos de diagnóstico para evaluar tanto el nivel inicial como el final de los sujetos y por tanto proporcionarnos una medida de los progresos efectuados, debíamos procurar que las sesiones de aprendizaje fueran lo más distintas posibles de los ejercicios de diagnóstico, pues si bien ya hemos dicho que no existe un aprendizaje de la conservación por pura constatación empírica, sino que ésta implica siempre la existencia de una estructura operatoria, existía el peligro de provocar automatismos verbales que llevaran a afirmar en todos los casos la igualdad, dando así la falsa impresión de aprendizaje. Era pues necesario utilizar un material distinto, y variar continuamente el sentido de las preguntas para evitar las estereotipias verbales. De esta forma, el diagnóstico final nos aseguraba, al mismo tiempo que la adquisición, la transferencia del aprendizaje, dándonos así una prueba más de la operatividad de la noción adquirida.

2.º) Nuestros ejercicios debían ser lo suficientemente flexibles para poder adaptarse al momento evolutivo de cada sujeto. No podíamos, por consiguiente, trazar un plan rígido ni en cuanto al número de sesiones necesarias a la adquisición ni en cuanto a la sucesión de los ejercicios. Era preferible sacrificar las ventajas que supone, en el momento de la elaboración de los datos, el empleo de fórmulas estandard, al método clínico, más eficaz y adaptable a cada niño.

3.º) El aprendizaje debía seguir la línea genética del desarrollo normal de la inteligencia.

Gracias a los trabajos de Piaget, sabemos que en el estadio de las cantidades brutas las apreciaciones del sujeto se basan únicamente en comparaciones de orden cualitativo que originan por una parte las relaciones de parecido, principio de la clasificación, y por otra las diferencias asimétricas que posibilitan con su seriación multiplicativa ya propiamente cuantitativa, aunque no aritmética, el acceso a las cantidades intensivas, las cuales, gracias a la introducción de la idea de unidad, se convierten en extensivas y son ya propiamente aritméticas, puesto que son susceptibles de medida.

(1) Vid. *Etudes d'Epistémologie Génétique*. Vol. V. Jonckheere, Mandelbrot y Piager «La lecture de l'expérience». Paris P.U.F. 1958, en donde se demuestra que no hay constatación sin inferencia.

Convenía, pues, ejercitar: a) Los esquemas de comparaciones cualitativas, b) los esquemas correspondientes a las relaciones asimétricas y c) la partición que conduce a la unidad.

a) Los esquemas más primitivos se apoyan en la diferenciación de cualidades, pero esta diferenciación da origen también, como hemos visto, a los niveles más elementales de la clasificación (clasificar es agrupar los objetos según determinadas cualidades comunes), a la seriación (seriar es ordenarlos según diferencias asimétricas) a las conservaciones espaciales y de cantidades discretas (cuyo origen es el mismo que el de las continuas). Es decir, su ejercicio era necesario para reforzar los esquemas más elementales de todas las nociones que nos habíamos propuesto desarrollar con el ciclo de aprendizaje. Por esta razón dedicamos una de las seis series de ejercicios exclusivamente al aprendizaje de las comparaciones, cuya finalidad era conducir a los sujetos a que establecieran relaciones de parecidos y diferencias entre los objetos, incluyendo las relaciones dimensionales (alto, bajo, ancho, etc.) y las cuantificativas (más, menos, igual).

b) Las relaciones asimétricas que fundamentan la seriación, constituían el tema de otra de las series de nuestro ciclo; era, pues, innecesario incluir de nuevo estos ejercicios.

c) Debíamos basar, principalmente, el aprendizaje de las cantidades continuas en el ejercicio de la partición aritmética y en la noción de unidad.

### DESCRIPCION DE LAS TECNICAS UTILIZADAS

Bajo esta óptica, elaboramos una serie de ejercicios agrupados en cinco situaciones que eran presentadas a los niños en forma de cuento o historieta para despertar su interés. Cada una de estas situaciones requería varias sesiones para llegar a la adquisición de las nociones programadas.

La *primera situación* tenía como finalidad dividir una cantidad continua en partes manejables por el niño, convirtiéndola así, prácticamente, en discreta, lo cual nos permitía establecer la correspondencia biunívoca entre las partes en que habíamos dividido la cantidad total y una colección de elementos que permanecían como testimonio perceptivo de aquella partición cuando el líquido volvía a fundirse en un todo, y facilitaba con su presencia, el recurso a la posibilidad partitiva del líquido.

Existen dos tipos de correspondencia que se suceden genéticamente: la intuitiva y la operatoria. La primera implica la igualdad solamente cuando los elementos de una colección corresponden perceptivamente a los de otra, pero basta con desplazar una de ellas para que la igualdad cese. Lo correspondencia operatoria, al contrario, subsiste independientemente de la situación espacial de los elementos y va acompañada de la conservación de la cantidad.

Llegar a la correspondencia operatoria, en el caso de la conservación de los líquidos, quiere decir ser capaz de imaginar el todo dividido en partes

y admitir la posibilidad de colocar estas partes de distintas maneras sin que por esto el todo deje de ser cuantitativamente idéntico a sí mismo.

El ejercicio de los esquemas de correspondencia entre las partes en que dividíamos la cantidad continua y una colección discreta, parecía ser un buen camino para llegar a la conservación de la cantidad a través de la conservación de la unidad.

El material empleado, en esta primera situación, consistía en varios cubos de plástico transparentes de 4 cm. de arista, vacíos en su interior. Animales de materia plástica de diferentes especies que podían caber cada uno, en el interior de uno de los cubos. Un depósito de cristal transparente de capacidad equivalente a la de ocho cubos.

Se presentaban al niño cuatro animales distintos ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) y se le pedía que diera a cada uno de ellos una «casa» (cubo) explicándole una historieta cuyos protagonistas eran los animales. Después de hacerle constatar la correspondencia biunívoca entre animales y casas se le pedía que llenara de agua los cuatro cubos ( $a_1, a_2, a_3, a_4$ ) y los diera a sus animales correspondientes, insistiendo varias veces en la pertenencia. Se explicaba que los animales querían formar un poblado y reunir su agua en el depósito (A) y se le pedía que vertiera allí el agua de los cubos, hecho lo cual se preguntaba de nuevo sobre la pertenencia del agua. Seguían varios ejercicios de adición y sustracción de unidades: si un animal se iba o venía al poblado, debía sustraerse o añadirse una unidad de agua al depósito, de manera que subsistiera la correspondencia biunívoca entre los animales y las unidades de líquido.

La *segunda situación* obligaba a establecer de nuevo la correspondencia, pero esta vez entre dos cantidades continuas subrayando la igualdad entre las partes de ambas.

El material era de las mismas características que el de la situación primera, pero se presentaba por duplicado.

Se pedía al niño que vertiera en el depósito (A) una cantidad semejante a la de la situación anterior, compuesta de varios (a) que pertenecían a la colección de animales (X). Debía repetir lo mismo («construir otro poblado») con el segundo depósito (B) e igual número de unidades ( $a', a', a', a', \dots$  etc.) y animales ( $X'$ ) correspondientes ( $x', x', \dots$  etc.), reforzando la idea de pertenencia y conduciéndole seguidamente (a través de la adición y sustracción de unidades) a que descubriera y formulara verbalmente que para que la igualdad entre (A) y (B) persista, cada vez que se quita o añade un elemento de (A) hay que extraer o añadir uno de (B).

Cuando afirmaba con seguridad la igualdad entre (A) y (B) dando como razón justificativa la correspondencia biunívoca entre las unidades que los componían, se pasaba a la *tercera situación*, en la que asistíamos a la transformación espacial de los elementos que componían (B), apoyando la conservación en la correspondencia biunívoca de dichos elementos con los que

componían (A) y en la invarianza perceptiva de la igualdad entre las colecciones (X) y (X') unidas a las primeras por relaciones de pertenencia.

El material era semejante al utilizado en la situación anterior, más un recipiente (C) de dimensiones bien distintas de (A) y (B).

Se vertía el líquido de (B) en (C) pidiendo al sujeto que dijera a qué animales pertenecía, para interrogarle seguidamente sobre la igualdad entre las cantidades (B) y (C). Si la igualdad no era espontáneamente advertida se realizaban una serie de ejercicios encaminados a simplificar el problema, mediante el refuerzo de la correspondencia. Por ejemplo, construyendo de nuevo las cantidades (A) y (B) pero esta vez introduciendo en cada cubo-unidad su animal correspondiente junto con el agua y vertiéndolos en (A) y (B) para pasar luego (B) a (C).

En la *cuarta situación* se utilizaba un recipiente unidad para medir varias cantidades iguales de líquido que vertidas en diversos recipientes, presentaban dimensiones muy distintas. Se ejercitaban los esquemas de retorno empírico para favorecer la aparición de la reversibilidad operatoria, mediante diversos cambios y permutaciones de recipientes.

El material lo constituían dos juegos de recipientes iguales: Dos copas (V, V'), dos vasos (X, X'), dos tazas (Y, Y'), dos porrones (Z, Z') y cuatro vasos-unidad iguales ( $h_1, h_2, h_3, h_4$ ) marcados a la misma altura por una línea horizontal.

Se pedía al niño que llenara de agua los cuatro vasos hasta la señal y, después de asegurar que había la misma cantidad en todos, vertía cada uno de ellos en uno de los cuatro recipientes (V, X, Y, Z), hecho lo cual se le pedía de nuevo su apreciación sobre la igualdad. Si consideraba que ésta no se mantenía, debía colocar los recipientes ordenados de mayor a menor cantidad, siguiendo su criterio de desigualdad. Seguidamente debía predecir los niveles que alcanzaría el agua si se volvía a verter en los 4(h) o en la segunda colección de recipientes, de tal manera que el líquido del que juzgaba con mayor cantidad, fuera a parar al recipiente que según él contenía menos y viceversa.

La *quinta situación* se llevaba a cabo con varias bolsas de plástico de distintas formas y tamaños, en las que se introducía la misma cantidad de arena medida por un recipiente unidad. Se realizaban ejercicios de cambios de forma, de adición, de sustracción y de comparaciones entre cantidades. Estos ejercicios eran utilizados, en su mayor parte, para comprobar la solidez de las adquisiciones efectuadas con los líquidos, asegurándonos así, de su transferencia con un material distinto.

### III. ANALISIS DE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE

La aplicación de las situaciones que acabamos de describir nos ha permitido establecer una serie de niveles o momentos por los que atravesaron nuestros sujetos en la construcción de la invarianza de las cantidades continuas.

A lo largo de todo el ciclo de aprendizaje se observa, como característica general, que los sujetos se van liberando paulatinamente de una concepción de las situaciones que parece casi una traducción literal de sus percepciones inmediatas, para ir cediendo, poco a poco, a una actitud más elaborada en la que lo actual no impera ya de forma rígida imposibilitando otra visión de la realidad, sino que se ve sustituido, primero, por la aceptación de sus transformaciones posibles y por la construcción, después, a nivel representativo, de estas transformaciones con sus consecuencias. Lo que ve, no es ya entonces, interpretado por una estructura perceptiva sino por una cognitiva que no tiene en cuenta sólo el dato percibido inmediatamente sino también los percibidos con anterioridad y todos ellos coordinados coherentemente con la posibilidad de compensarse, anularse o reforzarse entre sí, es decir, con la posibilidad de operar.

En el nivel más primitivo que hemos encontrado, (*nivel 0*) desconocían el significado de las palabras «más» «menos» «igual» y eran incapaces de establecer una correspondencia intuitiva entre los elementos de las colecciones. Fueron necesarias, para los individuos más jóvenes (subgrupo IA) un buen número de sesiones antes de poder iniciar la serie de cantidades continuas, para las que era preciso poseer, al menos empíricamente, estas nociones. Todos nuestros sujetos empezaron cuando ya eran capaces de realizar una correspondencia perceptiva término a término, lo cual no supone que poseyeran la noción operatoria correspondiente.

### NIVEL I

El nivel I es ilustrativo de la sujeción perceptiva a lo inmediato y de la falta de anticipación de cambios posibles. Así, frente a la situación 1, el líquido contenido en el depósito (A), formado por cuatro unidades (a), es concebido como si formara un todo indivisible cuando se presenta indiviso, y los sujetos vacilan largamente antes de admitir la posibilidad de una partición cualquiera, aunque sólo sea la que implica la pertenencia a los individuos de la colección (X) cuya correspondencia con las unidades que componen (A) acaba de ser verificada.

Esta dificultad no se presenta sólo en el plano representativo sino también, en este nivel tan primario, en el de la acción inmediata.

Observemos los ejemplos que siguen:

Sujeto Sil. (1) — «¿De quién es el agua? (A) — *De la jirafa* —¿Toda es de la jirafa? —*Sí* —¿La podrá beber toda? — *No, es muy delgada* —¿Quién más podrá beber de aquí? —*El caballo* —¿Nadie más? —*Todos.*»

Sujeto Sal. — «¿De quién es todo este agua? (A) — *Del cerdito* —¿Sólo? —*Sí, del cerdito* —¿Y éste, (el experimentador señala otro animal (x<sub>2</sub>) podrá beber? —*Sí* —*Dime todos los que puedan beber aquí. (Sal enumera los 4x).*»

(1) Ver las características detalladas de cada sujeto en el apartado dedicado a la población.

Sujeto Na: —«¿De quién es el agua del depósito? —*De la oveja.* —¡Sí que va va a beber! —*Y del mono* —¿Sólo? —(duda)... *no, de todos*».

Los esquemas de correspondencia han desaparecido al desaparecer la correspondencia visual, la noción de pertenencia se tambalea y el sujeto no vacila en atribuir el todo a un solo individuo antes que imaginar su partición. Por el contrario, cuando las relaciones de correspondencia están bien establecidas a nivel representativo, siguen subsistiendo a pesar de los cambios espaciales de los elementos y confieren al todo su invariabilidad porque implican una diferenciación de las unidades y la posibilidad de componerlas sin que se destruyan como tales. Reforzar los esquemas de correspondencia es, en definitiva, ofrecer al niño un instrumento que le permite dividir el todo sin que éste se destruya y componer las partes mientras éstas siguen subsistiendo como tales. (1)

Esta indivisibilidad del todo se muestra de manera aún más clara cuando pedimos que extraigan una unidad:

Sujeto Na: «Si el caballo se va, ¿qué tiene que hacer para llevarse su agua? —*Nada* —¿No puede llevarse su agua? —*No* (se le recuerda que acaba de echar en (A) el agua de cada animal)

—¿Como lo hará? (guarda silencio)

—*Hazlo*». Na. coge todo el depósito y lo pone junto al animal que se va.

Hasta tal punto es para él, el todo indivisible, que encuentra más fácil aceptar la pertenencia de (A) (compuesto de 4 unidades) a un solo individuo, que admitir la posibilidad de que sea dividido en partes.

Estas reacciones sorprendentes, son, sin embargo, explicables si tenemos en cuenta que no existe la noción de partes o unidades y naturalmente el niño no puede operar con ellas, ni sacar las conclusiones a las que conducen las operaciones.

## N I V E L I I

En este nivel, al que llegan nuestros sujetos a través del ejercicio de añadir y quitar unidades, el todo empieza ya a poderse adicionar y sustraer empíricamente pero sin aplicar por ello las consecuencias de la adición y la sustracción operatorias.

Sujeto Na.

—Conducido por las preguntas del experimentador, Na. comprende que cuando el caballo se va debe llevarse su correspondiente cubo de agua del depósito,  $(A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$  y lo coloca junto al caballo  $(x_1)$  —¿De quién es el agua que queda aquí? (A) —*De los tres*  $(a_2, a_3, a_4)$ . ¿El caballo  $(x_1)$  tiene derecho a beber aquí? (A) —*Si*.

(1) Este mismo problema se presenta en la inclusión de clases cuando el niño se resiste a concebir la clase como dividida en subclases y a la vez formando un todo.

Después de marcharse dos animales ( $x_1$  y  $x_2$ ) con su agua correspondiente ( $a_1$  y  $a_2$ ), queda en el depósito ( $a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ ), el experimentador pregunta a Na. —¿De quién es el agua que queda? —*De todos*— (enumera los cuatro animales). ¿Dónde está el agua de estos? (de los que se han ido: ( $x_1$  y  $x_2$ ) y que tienen su cubo lleno al lado) —*Aquí*— señala el depósito (A).

Na. no reconoce los efectos de la sustracción que acaba de realizar y responde como si las unidades sustraídas siguieran estando en (A), es decir, como si la cantidad no hubiese disminuido. Es capaz de retirar una o más unidades, pero ignora las consecuencias operatorias de su acto.

Una conducta análoga presentan algunos sujetos que al añadir un nuevo elemento a la colección de animales en lugar de añadir una unidad de agua al depósito, la sustracen de él:

Suj. Cap.

—Si el caballo quiere venir, ¿qué ha de hacer? —*Llenar su casa de agua*— Hazlo: Coge un cubo y lo llena con el agua del depósito en lugar de cogerla del grifo.

La noción operatoria de pertenencia de (A) a ( $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ ) no existe ni tampoco la idea de que al aumentar (X) de una unidad, debe aumentarse (A) de otra. Lo mismo ocurre con la sustracción:

Sujeto Cap. — «Si se va el mono, ¿qué tiene que hacer? «*Irse*» ¿Tiene que llevarse algo? —*Su agua*— (coge un cubo y va a llenarlo en el grifo pero se le interrumpe) — Dónde está su agua?» (silencio) (es necesario hacerle recordar todas las operaciones que ha realizado para que al fin diga: «*Está aquí*» (A)

Las nociones operatorias provienen de la coordinación de las acciones, y en último término de la actividad del sujeto. Lo que diferencia esencialmente el acto empírico de añadir o quitar, de las nociones operatorias de adición y sustracción, es la doble facultad que poseen estas últimas de ser realizadas con el pensamiento y de ser reversibles, las acciones no interiorizadas no comportan, como tales, las consecuencias lógicas que se derivan de las operaciones y que se manifiestan de forma evidente al individuo desde que éstas aparecen. En los ejemplos que preceden, la actividad de añadir o quitar, al no ir acompañada de su representación operatoria, no comporta el aumento ni la disminución de la cantidad; por esta razón Na, por ejemplo, no tiene en consideración que acaba de extraer dos unidades del todo y responde como si estas siguieran estando en (A), con lo cual los dos animales cuya agua acaba de retirar, pueden ir a beber allí, y para Cap, es igual sustraer una unidad de (A) que cogerla del grifo, porque para él, la sustracción no implica una disminución del todo.

En resumen, la novedad de este nivel II, con respecto al anterior, consiste en la posibilidad empírica, pero aún no operatoria, de extraer y

añadir partes (que están muy lejos de ser consideradas como unidades por el sujeto) al todo. En el nivel I no concebía esta posibilidad y atribuía la cantidad total de líquido a un solo individuo, mientras que ahora es capaz de atribuir una unidad a cada uno, aunque sólo en el plano de la acción inmediata y sin que esto implique una interiorización.

Poco a poco y gracias a la coordinación e interiorización progresiva de sus acciones, estos sujetos irán descubriendo las consecuencias de sus actos, llegando así a la adición y sustracción operatorias.

Notemos que hasta aquí, (nivel I y II) no es únicamente la cantidad de líquido la que no se conserva sino que la pertenencia de éste a los individuos (x) tampoco se conserva, ya no sólo en el nivel I en que los sujetos atribuían ( $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ ) a un solo (x) en lugar de a los cuatro que les correspondía, sino tampoco en el nivel II en que nuestros sujetos afirman aún que los animales que se han llevado una unidad de agua, podrán sin embargo, beber en (A).

### NIVEL III

En este nivel se produce un cambio importante: el sujeto empieza a darse cuenta de las consecuencias de sus acciones de añadir y quitar líquido. La adición y la sustracción entrañan ya como propiedad fundamental, el aumento o la disminución del todo, aunque sólo en su aspecto numérico, como veremos.

En la situación 1, por ejem., los sujetos de este nivel afirman con seguridad que después de extraer un (x) de (A) con su (a) correspondiente, (x) no podrá beber en (A) porque ya tiene su agua.

*Sil.* (situación 1). Al sustraer un (x) (jirafa), el experimentador le pregunta: «¿Qué tiene que hacer la jirafa? —*Coger su agua* (coge un cubo y lo llena con agua de (A). —¿De quién es el agua que queda en el depósito? —*De estos animalitos.* —¿La jirafa puede beber también de aquí (A)? —*No, ella ya tiene la suya.*»

Un hecho curioso nos llamó la atención: si bien nuestros sujetos afirmaban que al extraer una unidad, podría beber un individuo menos y al añadir una, un individuo más, es decir, la correspondencia entre unidades de líquido y animales se conservaba, no ocurría lo mismo con la cantidad de agua, que podía aumentar o disminuir sin añadir o quitar nada: Observemos unos ejemplos:

*Sil.* — (Situación 1) Se le pide que llene los cuatro cubos con el agua de (A), pero antes de que lo haga se le pregunta si los cuatro animales (x) tendrán igual de agua que cuando está en (A), a lo que *Sil* responde: —«*Cada animalito tendrá su casa.* —¿Pero habrá más, menos o igual de agua? —*Más agua.* —¿Podrá beber otro animalito? —*No.* — (*Sil.* vierte (A) en ( $a_1 a_2 a_3 a_4$ )) —¿Hay igual ahora que cuando



estaba en el depósito? —*No, aquí* (señalando el depósito) *mucha*—  
 ¿De quién es? —*Del cerdito, del gorila, del caballo, de la jirafa.* —¿Es  
 la misma agua? —*Sí.* Se vierte en el depósito de nuevo. —¿Cuándo  
 hay más? —*Aquí*— (señala (A)). —¿Podré llenar más casas? —*Sí*—  
 (1) (Se vierte de nuevo en (a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> a<sub>3</sub> a<sub>4</sub>)) para que vea que no es así)  
 —¿Hay igual? —*Sí.* —¿Qué hay que hacer para que haya más? —*Coger  
 del grifo*— ¿Y si quiero que haya menos? —*Ponerla en todas estas  
 casitas*— (x<sub>1</sub> x<sub>2</sub> x<sub>3</sub> x<sub>4</sub>). (Es decir, la cantidad puede disminuir sin  
 quitar nada, solo con cambiarla de recipientes).

*Cap.* — En la situación 3, vierte dos unidades de agua en el depósito y  
 dos en otro recipiente (copa) y afirma: —«*Hay más en la copa*» ¿Qué  
 animales podrán beber agua de la copa? —*El pato y la gallina*—  
 ¿Y en el depósito? —*El pato y la gallina*— (A pesar de haber afir-  
 mado que hay más agua en la copa que en el depósito, sostiene que  
 podrán beber en ambos los mismos animales).

*Ri.* — Afirma, en la situación 3, que hay más en (C) (vaso) que en (A)  
 (1 depósito). El experimentador le pregunta: «¿Qué has hecho?  
 —*He tirado el agua de aquí (B) (2.º depósito) aquí (C)*— ¿Cuántos  
 animalitos podrán beber aquí? (A) —*Tres*— ¿Y aquí? (C) *Tres.*»

La igualdad numérica, no comporta, necesariamente para estos niños,  
 la igualdad entre las cantidades. En (A) y en (C) puede haber el mismo núme-  
 ro de elementos equivalentes, sin que esto impida que la cantidad de agua  
 sea distinta. Ante esto cabe preguntarse: ¿Nos encontramos frente a un  
 comportamiento aberrante específico de la población que hemos escogido?  
 ¿El déficit intelectual de nuestros sujetos, les conduce a un razonamiento  
 que se aparta de la génesis normal y debemos considerar estos hechos como  
 una particularidad digna de un estudio diferencial, o por el contrario, no es  
 más que una etapa intermedia por la que atraviesan también los sujetos  
 normales y esto obliga a buscar una explicación que interesa a la epistemo-  
 logía genética por marcar una disociación entre los conceptos numéricos y  
 los cuantitativos en la construcción de las nociones de cantidad?

En el caso de ser cierta la hipótesis sobre la especificidad de razonamiento  
 atribuible a las particularidades de nuestra población, en la génesis de la  
 conservación de cantidades continuas de los sujetos del grupo III que hemos  
 estudiado, cuyo C.I. está comprendido entre 90 y 110, no deberíamos encon-  
 trar fenómenos de este tipo. El análisis de los protocolos de esta población,  
 nos demuestra por el contrario, que los niños normales atraviesan también  
 por éste período y que al igual que la población que estamos estudiando,  
 presentan una disociación entre los conceptos de cantidad y de número,  
 antes de integrarlas en una sola que posee las características de ambas, y  
 que les permite construir las nociones de unidad y de conservación.

(1) La inseguridad en la conservación de la cantidad de elementos, testimonia de una adquisi-  
 ción reciente.

Pero ¿cómo explicar epistemológicamente esta construcción? Greco, había ya observado este mismo fenómeno al estudiar la génesis de las cantidades discretas, con una población de niños normales (1). Encuentra sujetos que sostienen al mismo tiempo la invarianza del número y el aumento de la cantidad y que afirman una desigualdad sin aceptar de ninguna forma la igualación posible por adición o sustracción, admitiendo como única posibilidad de igualar las cantidades volver a la situación inicial. Una conducta paralela a la encontrada por Greco, presentan nuestros sujetos. Así, Sil, cuando le preguntamos que hay que hacer para que haya menos, nos responde: «ponerla (el agua) en todas estas casitas» es decir, volver a la situación anterior en la que apreció una cantidad menor. También encontramos la invarianza del número unida al cambio de cantidad (véase ejemplos de Cap. Ri. y Sil.).

Greco se pregunta qué significado tienen para el niño estos números cuya igualdad no entraña la de las colecciones correspondientes.

Para responder a esta cuestión, empieza diferenciando dos aspectos en el número: el cuantitativo y el numérico. El primero puede expresarse con los vectores «mas» «menos» e «igual», o con los escalarios subjetivos «muchos» y «pocos». El segundo por medio de los números cardinales. El aspecto cuantitativo queda determinado por el término *cantidad* mientras que el aspecto numérico se expresa con el término *cotidad*.

Siguiendo pues, la terminología de Greco, observamos que en este nivel III aparecen cantidad y cotidad como claramente diferenciados, mostrando el aspecto numérico una ventaja sobre el cuantitativo desde el punto de vista genético, puesto que, cuando el 1.º empieza a conservarse, el 2.º sigue variando sometido a las apreciaciones perceptivas. Pero ¿cómo explicar psicológicamente estos hechos?

Si nuestros sujetos afirman que el número de elementos de que está compuesto el todo se mantiene constante a pesar de los cambios de forma que hacemos sufrir al líquido, pero que la cantidad del mismo varía según el recipiente que lo contiene, puede ser debido a:

- 1) Que no sepan que el hecho de añadir o quitar una unidad aumenta o disminuye la cantidad total
- 2) Que ignoren que sólo la adición o la sustracción (en nuestra situación experimental concreta) son capaces de hacer disminuir o aumentar la cantidad.
- 3) En el caso de que conozcan lo expresado en 1) y 2), pueden no percibirse de que no hemos realizado ninguna adición ni sustracción y creer que al cambiar de recipiente sustracemos o añadimos líquido.

(1) Pierre Greco: «Structures numeriques elementaires». In: Etudes d'Epistemologie Genetique Vol. XIII. Paris P.U.F. 1962.

- 4) Que razone correctamente sobre lo expresado en 1) 2) y 3) pero que actuen como si el hecho de añadir o quitar elementos influyera únicamente en la cotidad, pero no fuera la única causa determinante de la variación de la cantidad.

Hemos visto que precisamente una de las características, de este nivel es que el niño empieza a reconocer las consecuencias de la adición y de la sustracción:  $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - a_1 = (a_2 + a_3 + a_4)$  por oposición al nivel anterior en que  $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - a_1 = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$  (ídem para la suma). Descartamos pues la primera posibilidad.

En cuanto a la segunda vemos que, en efecto, puede considerarse que la cantidad aumenta o disminuye sin necesidad de adición ni de sustracción. Todos nuestros sujetos afirman que la cantidad varía con solo cambiar de recipiente. Pero veamos si, como indica nuestra 3.ª posibilidad, los sujetos saben que el cambiar de recipiente no tiene nada que ver con añadir o quitar líquido.

*Gu:* (Situación 3). Después de colocar un cubo-unidad en el depósito y otro en un vaso, afirma que hay más en el vaso. Le preguntamos —«¿De dónde salió el agua? *Del grifo*. ¿Y después? *De la casa* (cubo). ¿Has echado agua que no sea de esta casa? —*No*— ¿Cómo son estas dos casas? —*Iguales*—.»

*Ro:* (Situación 4). Después de cambiar el agua varias veces del vaso al porrón y viceversa, sigue afirmando que hay más en el vaso. —¿Qué te parece, pongo o quito agua? —*No pone... es la misma*— ¿Cuándo hay más agua? —*Cuando está en el vaso*—.»

*Ri:* Afirma que hay más en la copa que en el depósito (situación 3) vaciamos los recipientes y le preguntamos: «¿Para que haya más, qué hay que hacer? —*Poner un poquito más*— ¿De dónde? *De la fuente* (grifo) ¿Y si quiero que haya menos? —*Quitar*— ¿Y si no quito ni pongo? —*Habrà igual*—.» Repetimos la experiencia y afirma de nuevo que hay más en la copa.

Podríamos citar otros muchos ejemplos en los que queda confirmado que nuestros sujetos saben perfectamente que no se añade ni quita agua, que «es la misma agua» y sin embargo esto no es obstáculo para que crean que la cantidad ha variado.

Veamos si el análisis de la 4.ª posibilidad nos acaba de explicar estos hechos.

La adición y sustracción empírica son, para nuestros sujetos del nivel III, causas suficientes pero no necesarias a la variación cuantitativa, sin embargo, parecen suficientes y necesarias para la variación de la cotidad puesto que la entrañan como consecuencia. (Existe otra forma de variar la cantidad: cambiar el nivel por medio de un trasvase). La cotidad no es otra cosa que

el resultado de una actividad y nace de los esquemas de correspondencia. El niño ha experimentado que si añade agua a un recipiente cualquiera, su nivel aumenta y que si quita, disminuye, como resultado de sus acciones, pero sabe también que a cada elemento de la colección (X) le corresponde otro de (A) y que esta correspondencia se rompe, si y sólo si se retira o añade un elemento de una de las dos colecciones, sin retirar o añadir de la otra. Cuando estos dos hechos se dan a la vez (retirar elementos-disminuir nivel, o viceversa) reconoce las consecuencias de estas operaciones sin dificultad, en este III nivel, (ya hemos visto que no era así en los anteriores) pero cuando se da uno sólo de ellos, (por ejemplo, variación del nivel por cambio de recipiente) sin el otro, se produce un desequilibrio. Hay una contradicción entre la información procedente de la interiorización de los esquemas de correspondencia, según la cual la cantidad debe conservarse puesto que no se ha añadido ni quitado líquido, y la información perceptiva que conduce a suponer que la cantidad ha variado puesto que el índice visual de esta variación (el cambio del nivel) lo indica así. Si el nivel es el único índice de variación, todo cambio de éste (ya sea debido al aumento o disminución, ya a un cambio de recipiente) supondrá necesariamente un cambio cuantitativo pero no un cambio de cotidad, puesto que ésta depende de los esquemas de correspondencia y sólo una variación de esta correspondencia puede cambiar el número de los elementos.

Pero, por otra parte, los procesos intelectuales, apoyándose en la interiorización de los esquemas de correspondencia, van progresando y reforzándose lo suficiente para poner en duda las inferencias a las que conduce la percepción pura y simple y que contradicen las conclusiones a las que racionalmente llega el sujeto. Esta contradicción se manifiesta en su máximo exponente con las dudas sobre la conservación (que caracterizan el segundo estadio descrito por Piaget) y no la supera el niño hasta que la interiorización activa, prosiguiendo su camino, amplía los esquemas que ahora sólo alcanzan a la cotidad, hasta la cantidad, consiguiendo que el dualismo entre ambas nociones se funda en un solo razonamiento.

Es un ejemplo más que demuestra cómo la actividad representativa no se limita a asimilar, tal cual, los datos proporcionados por la percepción, sino que debe reconstruir por sí misma, paso a paso, cada una de sus adquisiciones, partiendo de la actividad del sujeto sobre los objetos, es decir, de los esquemas de acción.

Vemos, en resumen, que en este nivel III, nuestros sujetos creen:

- 1.º) Que existen dos formas de hacer varias la cantidad:
  - a) añadiendo o quitando una parte, b) provocando la elevación o el descenso del nivel por medio de un cambio de recipiente.
- 2.º) Que la cotidad sólo cambia si se añade o quita líquido.

Por tanto:

- a) A todo cambio de cotidad le sigue un cambio de cantidad porque cambia el nivel.
- b) A todo cambio de cantidad no le corresponde necesariamente un cambio de cotidad.

#### NIVEL IV

Empieza a entreverse el conflicto entre la percepción y la actividad representativa, aunque con una neta predominancia de la primera sobre la segunda. En ciertos casos hay un esbozo de conservación, si las diferencias perceptivas no son muy importantes. Así, por ejemplo, nuestros sujetos saben utilizar el retorno empírico, precursor de la reversibilidad operatoria, y apoyándose en él predecir el nivel correcto que alcanzará el agua si la vemos a colocar en el recipiente inicial (situación 4) pero sólo cuando las dimensiones de éste no son muy distintas de las del segundo. En caso contrario la percepción tiene más fuerza que los esquemas de retorno empírico y predicen un nivel en consonancia con el que alcanza el agua en el momento en que la perciben.

*Na:* (Sit. 4) Vierte agua en los cuatro recipientes utilizando el vaso-medida ( $h$ ). Al preguntarle si hay igual en todos, responde que no y los coloca, según lo que él juzga de mayor a menor cantidad, en el siguiente orden: 1.º copa ( $V$ ), 2.º vaso ( $X$ ), 3.º taza ( $Y$ ) y 4.º porrón ( $Z$ ), es decir, de mayor a menor nivel. Al pedirle que prediga el nivel que alcanzará el líquido si lo colocamos de nuevo en ( $h_1, h_2, h_3, h_4$ ) indica, correctamente, la señal que ha servido antes de medida, en ( $h_1, h_2, h_3$ ) pero al llegar a ( $h_4$ ) (el correspondiente al porrón) indica un nivel más bajo, aproximadamente la mitad de los demás, a pesar de que lo acaba de utilizar como medida de ( $Z$ ). El experimentador le pide que explique todo el recorrido del agua antes de llegar a ( $Z$ ), lo cual hace *Na*, correctamente: «*Estaba en el grifo, he cogido y he puesto agua hasta aquí* (indica la señal) *después al porrón*». —Y ahora ¿hasta dónde llegará? —*Hasta aquí*» (señala correctamente en  $h_4$ ). Basta hacer referencia a los esquemas de acción para que responda correctamente.

*Sil.* (situación 4). No admite la conservación y ordena los recipientes como *Na*, de mayor a menor nivel, (1.º copa, 2.º vaso, 3.º taza, 4.º porrón). Al pedirle que diga hasta donde llegará si se vuelve a poner en los vasos-medida, indica un nivel superior en el vaso ( $h_2$ ), correspondiente a la copa.

*Ri.* Después de ordenarlos afirmando que hay más en el de nivel más alto y menos en el más bajo, él mismo se da cuenta de que acaba de

poner igual en todos y que, por tanto, supone una contradicción y nos da espontáneamente, sin que le preguntemos nada, la siguiente explicación, como para convencerse a sí mismo: —«*Porque he puesto todos iguales, pero yo he hecho un poco de trampa, no lo he llenado hasta la raya.*» (Ante la percepción que le induce a creer que no hay igual, duda incluso de sus actos: «*he hecho un poco de trampa*»). El experimentador le pregunta: «¿Pero has puesto igual en todos? —*Si, pero aquí hay menos* (en el porrón) —¿En que quedamos? —*Aquí (copa) hay más.*»

Ri. sabe que ha puesto igual pero «ve» que no hay igual. El experimentador le pregunta: —«Si pongo el agua del porrón en la copa ¿qué pasará? —*Habrà igual.*». Realizamos la operación y Ri exclama: «*¡Es claro que hay más!*»

A través de estos ejemplos se manifiesta el conflicto que surge entre las dos formas de aprehender la realidad: la que utiliza la percepción como principal fuente de información y la que se basa en el razonamiento operatorio. Este último se apoya en la representación mental de los actos realizados: «Si he puesto igual cantidad, hay igual», frente a la actividad perceptiva que constata. «Hay un nivel mas elevado, luego hay más». Esta contradicción provoca un desequilibrio que en este nivel IV, resuelve el niño dudando de sus esquemas de acción, que no le ofrecen todavía demasiada seguridad, frente a la percepción dominante. Por esto Ri. nos dice: «*Porque he puesto en todos iguales* (por tanto «tendría que verse» que hay más) *pero yo he hecho un poco de trampa*» (porque «se ve» que no hay igual, luego he debido equivocarme al poner). En lugar de poner en tela de juicio el informe de su percepción, pone en duda sus propios actos, ya que está convencido de que lo que ve no puede engañarle y por ésto, más tarde, al constatar que el nivel de la copa es superior al del porrón, exclama convencido: «*¡Es claro que hay más!*»

## NIVEL V

Este 5.º nivel, que precede inmediatamente la conservación, muestra claramente cómo la introducción de la unidad, mediante la representación mental del esquema de partición, —que el niño ha estado utilizando a nivel práctico hasta este momento pero no a nivel representativo— ofrece el apoyo decisivo a la construcción operatoria —tan incipiente en el nivel anterior, como hemos visto— por permitir al individuo resolver la contradicción entre la actividad perceptiva y la operatoria encontrando una explicación a las diferencias entre la altura de los líquidos. El problema, desde el punto de vista del niño, podría plantearse sencillamente de este modo: ¿cómo es posible que haya igual si el nivel en un recipiente es más alto que el nivel en el otro? Al intervenir la partición operatoria y por tanto la unidad, la respuesta del sujeto es de este tipo: «porque si imaginamos la división del

todo en partes, veremos que hay las mismas que antes», o lo que en esencia es lo mismo: «porque (A) es más alto pero más delgado que (B)», es decir, la parte que (A) tiene de más en altura, la tiene (B) de más en anchura, lo cual es, en definitiva, una igualación de las diferencias.

La contradicción se resuelve, pues, finalmente, mediante la fusión del razonamiento y la percepción en un solo sistema de aprehender la realidad. Si al mismo tiempo que percibe las diferencias de nivel imagina la compensación de éstas, la contradicción cesa, dando paso a la conservación de la cantidad.

Pero veamos como los mismos sujetos realizan esta fusión:

Na. (situación 3), construye sin ninguna dificultad la cantidad (A) utilizando espontáneamente los cubos para medir la cantidad correspondiente a cada (x). Le hacemos repetir la sustracción de unidades que ha realizado muchas veces en sesiones anteriores, para asegurarnos de la consistencia de la adquisición: —«¿Qué hay que hacer si se va (x)? —Coger agua del depósito —¿Por qué? —Porque el cerdo (x) tiene su mitad aquí (señala (A))».

Nos llama la atención el hecho de que utilice espontáneamente la expresión «su mitad» ya que nosotros no la habíamos jamás utilizado y nos parece expresar una idea de partición que él introduce por primera vez en el todo (A). Si antes de extraer la unidad del depósito es capaz de anticipar la acción y comprender que «la mitad» (es decir, la parte) de (x) está allí, en el todo, es porque ya lo ve como divisible en partes, antes de haberlo dividido efectivamente, es decir, ha interiorizado el esquema de acción partitivo, ya puede dividir, con el pensamiento, la totalidad. Pero esta posibilidad es todavía incipiente y no está aún del todo consolidada.

Después de construir la cantidad (B) con el mismo número de cubos-unidad que (A) y haber afirmado la igualdad entre ambos, le pedimos que prevea el nivel que alcanzará (B) si lo vertemos en la copa (C). Na. señala el borde superior de la copa, es decir, prevé aproximadamente el nivel correcto, pero afirma que habrá más líquido cuando esté en (C) aunque la cantidad se conserva. Realiza, a petición nuestra, una serie de mediciones con los cubos para reforzar aún más los esquemas de correspondencia, después de lo cual, sigue aún afirmando la no conservación y al pedirle que nos explique porqué, responde: «La copa se llena y hay más» asegurando seguidamente que si los animales beben el agua cuanto está en el depósito (B) beberán igual que los de (A) pero si la beben cuando está en (C) beberán más cantidad. Tras unos cuantos ejercicios, empieza a dudar, afirmando tan pronto que beberán igual (cuando piensa en el número igual de (x) como que beberán más (cuando se fija en el nivel superior de (C)).

Llenamos de agua el cubo ( $a_1$ ) introduciendo dentro su animal correspondiente ( $x_1$ ) realizamos la misma operación con otro cubo ( $a'_1$ ) y su animal ( $x'_1$ ). Introducimos ( $a_1$ ) y ( $x_1$ ) en (B) y ( $a'_1$ ) y ( $x'_1$ ) en (C): «¿Dónde hay más? —*Igual*— ¿Estás seguro? —*Sí*—». Se añade ( $a_2$ ) con su ( $x_2$ ) dentro, en (B) haciendo lo propio con ( $a'_2$ ), ( $x'_2$ ) y (C) —«¿Dónde hay más? «*Aquí (C)... no, igual, igual*» Al doblar la cantidad, se han hecho las diferencias de nivel más sensibles y esto le ha hecho dudar. Proseguimos virtiendo en (B) y en (C) otra unidad de agua con un nuevo animal dentro. Na. afirma cada vez con más seguridad la conservación. Al preguntarle como lo sabe responde: «*Porque aquí (B) hay la gallina, la oveja, el pato y el caballo y aquí (C) hay la gallina, la oveja... (etc.)*». Es decir, apoya su convicción en la correspondencia biunívoca, facilitada por la presencia de los ( $x$ ) dentro del agua.

Sin embargo, la conservación no está totalmente adquirida aún, porque al retirar los animales, dejando solo el líquido en (B) y en (C) le decimos: «Hay más aquí (C) verdad?» a lo que responde afirmativamente dejándose llevar por la sugerencia de la pregunta.

—*Sil.* (situación 4). Prevé que habrá más si pasamos (Z) a (V) —¿Por qué? «*Es grande la copa y hay mucha*». Se realizan varios ejercicios de cambios rápidos de recipiente: ¿Dónde hay más? —*Igual...* (duda) *más en la copa*. ¿En qué quedamos? —«*En la copa hay más, pero tú lo pones en el porrón y me engañas, pones poca*». Se realizan varios ejercicios de cambios de recipiente seguido de inversiones del porrón de forma que todo el líquido vaya a parar al brazo más delgado, tapando el orificio, con lo cual, la forma que cobra el agua es bastante parecida a la de la copa. En esta posición, *Sil.* afirma convencida la conservación para dudar de ella al volver el porrón a su posición normal hasta que finalmente: —«¿Dónde hay más? —*En el porrón y en la copa ¿Igual?* —*Hay los dos igual*. —Un niño me dijo ayer que no había igual, ¿quién crees que tiene razón, él o tú? —*Hay igual porque yo lo he pensado, había más... igual, en el porrón y en la copa*». Realizamos varios cambios en recipientes distintos volviendo a la misma situación (V) y (Z) ¿Qué te parece ahora? —*Igual pero un poquito*— ¿Más en la copa? —*Sí*— Realiza ella misma espontáneamente varios cambios de (V) a (Z) y viceversa para terminar afirmando: «*Igual, porque lo he mirado*». Mira el agua del porrón con mucha insistencia, sacudiéndola y dice en voz baja, como hablando consigo mismo: «*Si lo pongo en el porrón hay igual que en la copa*».

La adquisición es frágil. A pesar de que parece haber llegado a la conservación, cuando al cabo de un tiempo hacemos el diagnóstico final, con las pruebas de Piaget, se sitúa en el estadio II.



Pero veamos, en las conductas que siguen, como se manifiesta con toda evidencia la lucha entre la percepción y el razonamiento.

*Pre.* (situación 3) Al pasar (B) a (C) afirma que hay igual y al preguntarle porque responde: «*La copa (C) es más alta que éste (B), hay más agua aquí (C) y pueden beber los mismos animales.*» Le volvemos a preguntar y afirma de nuevo que hay igual, aunque acaba de decir que «hay más agua aquí» pero si «pueden beber los mismos animales» concluye que hay igual. Llega a esta conclusión apoyándose en la correspondencia cuyos esquemas son más tenidos en cuenta que la percepción.

*Ro.* (situación 3). Afirma la conservación al pasar (B) a (C) arguyendo: —«*Porque es la misma agua.*» Le pedimos que ponga igual cantidad de agua en el vaso que en la copa vacíos. Ro. pone, a ojo, un nivel superior en la copa. «¿Estas seguro? (duda) —Hay una forma de saberlo seguro» Ro. vacía los dos recipientes, llena el vaso y lo echa en la copa, luego vuelve a llenar el vaso y dice satisfecho: «*Igual*» Utiliza la unidad (vaso) como instrumento de medida. Ha generalizado la experiencia adquirida con ( $x_1$ ,  $x_2$  etc.) que utilizábamos en ocasiones anteriores como medida, a una situación nueva, es decir, ha asimilado un nuevo instrumento (vaso) a unos esquemas creados con instrumentos distintos (cubos). Sin embargo la nueva adquisición es todavía frágil y no le permite resistir a una fuerte sugestión. Así, cuando le decimos, comparando dos recipientes con igual cantidad de agua pero de forma muy distinta: ¡Fíjate aquí cuanta agua que hay! ¿Dónde hay más?» se deja llevar por nuestras insinuaciones y niega la conservación.

*Gu.* (situación 4). Una vez vertida el agua en ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ ) juzga la cantidad según el nivel y prevé que en el vaso-medida alcanzarán la señal sólo los contenidos de ( $h_1$ ) y ( $h_2$ ) mientras que ( $h_3$ ) y ( $h_4$ ) alcanzarán según ella, un nivel inferior. Realiza el transvase y se queda sorprendida al verter ( $h_3$ ) y ver que llega hasta el mismo nivel que los demás, pero no corrige su previsión para ( $h_4$ ). Al terminar preguntamos: «—¿Hay igual? —Sí, *me he equivocado*». Después de varios ejercicios afirma: —«*Hay igual (en X que en Z)*—, ¿Cómo lo sabes? —*Porque el porrón (Z) es muy grande, porque es la misma agua*—. ¿Porque creías que había más?» Gu. no responde pero coge el porrón y lo coloca, pensativa, en diferentes posiciones, invirtiéndolo de manera que el agua vaya a parar sucesivamente en los brazos ancho y delgado del recipiente. Su actitud es quizá más aleccionadora que cualquier explicación verbal.

Ri. (situación 3). —«Si pongo el agua del depósito en la copa ¿Habrá igual o más? —*Igual.* (lo hace) —*Hay más* —¿Por qué? —*Porque yo he puesto agua del cerdo y usted agua del caballo...* (va enumerando todos los (x) con sus (x') correspondientes) —¿Entonces hay más? —«*No, hay iguales*».

Intenta apoyar su afirmación en un razonamiento pero este mismo razonamiento le lleva a convencerse de lo contrario de lo que quería demostrar, porque se basa como lo indican claramente sus propias palabras, en la correspondencia operatoria.

Los esquemas de correspondencia han convertido el objeto de la pertenencia (unidad de agua) en una parte real, que existe en tanto que parte —aún en los momentos en que el sujeto no la percibe como tal— porque puede imaginar la partición anticipando sus acciones gracias a la actividad representativa.

## NIVEL VI

La característica fundamental de este momento es la conservación, concebida como una necesidad lógica, hasta tal punto evidente para nuestros sujetos que la postulan como algo por ellos conocido desde siempre y no aceptan —en conversaciones informales que hemos tenido con ellos, después de su adquisición —que jamás pudieran negarla Este hecho que no deja de sorprendernos, lo hemos observado en las demás adquisiciones del ciclo de aprendizaje, hasta el punto de que se ha convertido, para nosotros, en un índice más que anuncia la solidez de un aprendizaje determinado. Este mismo olvido del razonamiento preoperatorio, se encuentra en los niños normales y sobre todo en el individuo adulto.

Veamos algunos ejemplos de las reacciones de este nivel.

Na. (situación 3). Afirma la igualdad entre el agua de la taza (B) y la de la copa (C) compuestos de tres unidades cada uno. Añadimos una unidad a (B) con lo cual el nivel de (B) sigue siendo inferior al de (C). «¿Dónde hay más agua? —*Aquí* (B) (asegura que hay mayor cantidad a pesar del nivel más bajo). —¿Qué hay que hacer para que haya igual?» Na. vierte una unidad en (C).

La adquisición está ya sólidamente constituida. No solamente afirma la conservación, sino que es capaz de ver que en un recipiente de nivel más bajo hay más cantidad que en otro cuyo nivel es más alto, es decir, sus inferencias no se apoyan ya en los índices perceptivos sino en una estructura lógica. Cuando al cabo de un mes, le aplicamos las pruebas de diagnóstico de Piaget, se encuentra en el estadio III.

Gu. (Situación III). «¿Dónde hay más agua, en la copa o en la taza? —*Igual.* —¿Cómo lo sabes?... (silencio). —Di lo que piensas —*La taza es más grande que la copa... la copa es más estrecha.* —¿Y qué

pasa? —*Que es la misma.* (El experimentador vierte el agua de la copa en un porrón.) —¿Hay menos agua ahora que antes? —*No* (se ríe maliciosamente como si la quisiéramos engañar), *siempre es la misma.»*

Gu. tiene en cuenta la compensación de las dimensiones y lo expresa así aunque su vocabulario no sea correcto (contrapone el «grande» de la taza —en realidad se está refiriendo a la anchura— al «estrecho» de la copa) y no expresa más que una parte de su razonamiento, puesto que si solamente comparara las anchuras no concluiría que hay igual, sino que hay más en la taza, ya que es más ancha. En realidad está realizando, además de un producto de dimensiones, una igualación de las diferencias puesto que, como hemos visto en I, el producto de dimensiones sólo permite concluir la igualdad cuando hay permutación de éstas y no es éste el caso aquí.

#### IV. RESULTADOS OBTENIDOS

Los sujetos del grupo I, cuyo C.I. estaba comprendido, al empezar el ciclo de aprendizaje de las estructuras lógicas elementales, entre .45 y .65, se situaban, respecto a las pruebas de conservación de cantidades continuas de Piaget, 6 en el estadio I (4 de estos 6 niños no comprendían las consignas por desconocer el significado de los términos «más», «menos», «igual»: decidimos denominar este nivel «estadio cero») y 4 individuos en el estadio II.

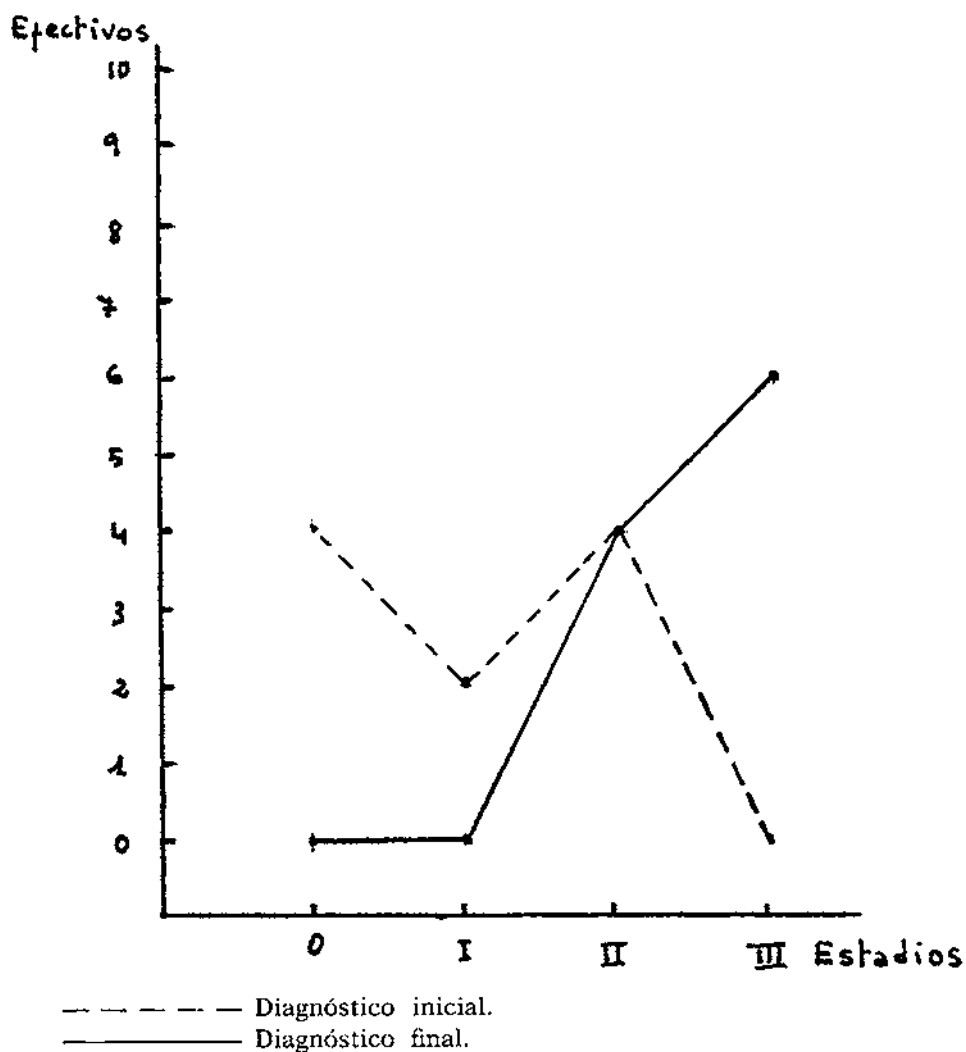
La repartición de los efectivos según los subgrupos A (sujetos más jóvenes) y B (de mayor edad) era la siguiente:

Estadio	A	B	Total
0	4	0	4
I	0	2	2
II	0	4	4
III	0	0	0

El período de duración del ciclo fue de tres meses. Después de un mes de concluido, realizamos el diagnóstico final, el cual nos reveló los siguientes resultados:

Estadio	A	B	Total
0	0	0	0
I	0	0	0
II	3	1	4
III	1	5	6

La superposición de las gráficas obtenidas con el primer y el segundo diagnóstico, es la siguiente:



Al concluir el aprendizaje, todos los sujetos parecían haber llegado a la conservación de cantidades continuas aunque en algunos la adquisición era frágil. Hubiera sido aconsejable proseguir el aprendizaje, con éstos últimos, durante algunas sesiones más. Sin embargo, el tiempo previsto para llevar a cabo la experiencia había expirado ya y tuvimos que abandonarla. De estos sujetos, sólo uno se mantuvo en el estadio III al cabo de un mes, los demás pasaron del estadio 0 inicial al estadio II. En cambio, los que

al terminar el aprendizaje poseían la noción sólidamente adquirida, se situaron en el estadio III cuando les aplicamos las pruebas de Piaget por segunda vez.

Hemos observado, en general, que antes de que una noción se establezca, integrándose a la conducta habitual del sujeto, transcurre un periodo de oscilación en el que utiliza dicha noción en algunas circunstancias, para regresar luego a una conducta menos evolucionada, antes de que la adquiera definitivamente.

Los individuos del grupo control pasaron también por segunda vez las pruebas de conservación de cantidades continuas, al cabo de cuatro meses de la primera prueba, y los resultados obtenidos fueron exactamente los mismos que en el primer diagnóstico. No habían experimentado ningún avance en la construcción operatoria.

Estos resultados eran previsibles, ya que el periodo de tiempo que emplean los niños normales en adquirir espontáneamente la conservación de los líquidos, es aproximadamente de dos años, a partir de la edad en que empiezan a manifestarse los primeros casos de conservación, según los estudios realizados por Inhelder y Vinh-Bang en Suiza sobre 83 sujetos. Veamos los porcentajes encontrados por estos autores (1):

	No conservación	Intermedio	Conservación
5 años	85	11	4
6 »	40	42	18
7 »	4	22	74

Nuestra hipótesis inicial era la siguiente: El ejercicio sistemático de las nociones operatorias, a través del aprendizaje dirigido a las estructuras lógicas y que toma como punto de partida los esquemas preoperatorios, acelera la adquisición de dichas nociones manifestándose en un aumento del nivel intelectual.

La hipótesis quedaba confirmada al menos en una parte: la adquisición de las nociones operatorias se había acelerado considerablemente en los sujetos sometidos al aprendizaje, en relación al grupo control, por una parte, y en relación a los resultados encontrados por Inhelder y Vinh-Bang (1) en niños de inteligencia normal, por otra. Y esto, a pesar del considerable retraso intelectual de nuestros sujetos de experiencia.

Faltaba ver si, como habíamos supuesto, los progresos de las estructuras lógicas elementales se reflejaban en un aumento del nivel intelectual.

(1) «Traité de Psychologie Experimentale». Vol. VII. Paul Fraisse y Jean Piaget: «L'intelligence». P.U.F. 1969 (2.ª edición).

(1) En el grupo de niños de inteligencia normal, las adquisiciones fueron más completas y el aumento de C.I. mucho más elevado que en los grupos I y II.

Para ello, retestamos con el W.I.S.C. tanto el grupo control como el experimental y vimos que los sujetos del primero, al cabo de cuatro meses, habían aumentado entre 0 y 3 puntos (con una media de 1,4), aumento atribuible a la habituación de los individuos al test (sobre todo si se tiene en cuenta que hay varias pruebas cronometradas).

Los sujetos del grupo experimental registraron un importante aumento de C.I. en el diagnóstico efectuado después del ciclo de aprendizaje. (Véase la relación detallada en la primera parte de este trabajo.)

La segunda parte de nuestra hipótesis se veía, pues, confirmada por estos resultados.

## V. CONCLUSIONES

El estudio longitudinal que acabamos de exponer, nos ha permitido, primeramente, describir con mayor detalle la génesis de una noción operativa, ya estudiada por Piaget y demostrar, en segundo lugar, la posibilidad de adquisición acelerada de la estructura que supone dicha noción, por niños de nivel intelectual considerablemente bajo.

Veamos las conclusiones a las que nos conducen estos hechos:

1.ª Nuestros sujetos han seguido los mismos estadios descritos por Piaget, aunque las características de nuestra modalidad de trabajo han permitido matizar los pasos intermedios entre los tres estadios de dicho autor.

2.ª El análisis de las reacciones de nuestros sujetos ante las situaciones experimentales de aprendizaje, nos muestra cómo el conducirles a que ejecuten unas acciones determinadas, siguiendo un orden genético, que lentamente las vayan interiorizando, juntamente con las consecuencias que de ellas se derivan, les da la posibilidad de representarse y anticipar estas acciones y sus consecuencias, que, coordinadas a nivel representativo, posibilitan las operaciones concebidas como «acciones interiorizables y reversibles que conservan en el curso de las transformaciones, al menos un elemento invariable».

Hemos visto como, en el nivel I, hay dificultad de extraer una unidad del todo por falta de un esquema anticipador de la partición que el individuo debe esbozar en función de un resultado final. En la formación de este esquema interviene la capacidad estructurante que posibilita una acomodación de los esquemas preexistentes a una situación nueva. Nuestros sujetos más jóvenes no anticipaban el resultado final puesto que para ellos el todo no podía ser distinto de como lo percibían en aquel momento y ello por carecer de anticipación partitiva.

En el segundo nivel, saben utilizar el esquema empírico de extracción de una parte, pero esta acción no está aún interiorizada ni es por tanto reversible en el plano representativo. Como resultado de esto, no admiten las consecuencias lógicas de la adición ni de la sustracción: ni la cantidad ni la cötidad varían en consonancia con estas operaciones.

La repetición reflexiva de sus acciones da como fruto la interiorización de las mismas, en el nivel III, con la posibilidad de una cierta anticipación de los resultados, gracias a los esquemas de correspondencia, que empiezan a ser tenidos en cuenta frente a las apreciaciones perceptivas inmediatas. El resultado es la conservación de la cotidad, que se apoya en la correspondencia, pero no de la cantidad, sometida aún a las configuraciones perceptivo-espaciales.

En el nivel IV, el juicio sobre la cantidad se apoya, al igual que el de la cotidad, en la correspondencia operatoria, siempre y cuando la percepción no intervenga imponiéndose en sentido contrario al razonamiento. Cuando los índices perceptivos se manifiestan, el sujeto se deja guiar por las diferencias dimensionales para inferir las diferencias cuantitativas.

La contradicción existente entre los datos proporcionados por la percepción y las inferencias lógicas, se resuelve con la introducción de la unidad operatoria, es decir, una unidad que puede imaginarse, pero sobre todo conservarse cuando desaparece, como tal, del universo perceptivo del sujeto. El recurso a la unidad soluciona el conflicto y las percepciones son interpretadas en función de unas estructuras operatorias que dan a aquéllas su verdadero sentido, uniendo a los datos perceptivos la anticipación de las particiones necesarias para igualar las diferencias, restableciendo, así, el equilibrio.

Este equilibrio, que empieza a manifestarse en el nivel V, no está aún sólidamente establecido hasta el nivel VI en que el sujeto puede no sólo descubrir la igualdad a pesar de que su percepción le induzca a creer en la desigualdad, sino también resistir a las ilusiones perceptivas —descubrir que hay más donde parece haber menos y viceversa— y a las sugerencias verbales.

3.º No hay que olvidar que, por estar constituida nuestra población de estudio por sujetos de características anormales, no podemos, sin más, extraer de estos hechos conclusiones generales sobre el desarrollo normal. Hay que tener en cuenta, sin embargo, tres hechos fundamentales.

El primero de ellos es que todos nuestros sujetos han demostrado poder adquirir una estructura operatoria siguiendo una génesis que coincide con la que Piaget ha observado en los niños normales.

El segundo es que el análisis de la evolución efectuada por el grupo de sujetos normales a los que aplicamos el ciclo, nos revela exactamente la misma línea, aunque no permite un estudio de los niveles más primitivos, por encontrarse en estadios más evolucionados y que, en cambio, el subgrupo IA nos permite analizar.

El tercero es que los sujetos del subgrupo IB, que se encontraban en algunas pruebas ya en el estadio dos, presentaban las mismas características en los procesos de formación de la operatividad que los individuos normales, es decir, que su evolución espontánea, antes de nuestra intervención, iba en el mismo sentido que la de aquéllos.

Por otra parte, los trabajos de Inhelder sobre la debilidad mental llegan a la misma conclusión: «La construcción operatoria del débil sigue el mismo camino que la del niño normal pero permanece inacabada» (1). Una misma estructura se forma siempre a través de los mismos procesos y las desviaciones patológicas no desembocan en estructuras intelectuales distintas de las normales sino que imposibilitan su aparición.

Por todas estas razones nos consideramos con derecho a emitir la hipótesis de que los mismos fenómenos que hemos observado en los niños con un déficit intelectual, lo encontraríamos en niños normales mucho más jóvenes (suponiendo que la edad no fuera un obstáculo insalvable para utilizar cierto tipo de pruebas), dejando aquí un interesante camino abierto a trabajos posteriores.

---

(1) Bärbel Inhelder, «Le diagnostic du raisonnement chez les débilés mentaux». Delachaux et N. Neuchatel 1963 (2.ª edición).



APRENDIZAJE DE LA CONSERVACION DE  
CANTIDADES DISCRETAS

GENOVEVA SASTRE

Profesor de Psicología  
Departamento de Psicología de la Universidad de Barcelona.



# APRENDIZAJE DE LA CONSERVACION DE CANTIDADES DISCRETAS

## I. INTRODUCCION

## II. POBLACION EXPERIMENTAL Y DIAGNOSTICO DE LA OPERATIVIDAD NUMERICA

## III APRENDIZAJE DE LA CONSERVACION DE CANTIDADES DISCRETAS

1. Aprendizaje del esquema intuitivo de la correspondencia como instrumento de evaluación cuantitativa de un conjunto.
2. Aprendizaje del retorno empírico a la situación inicial.
3. Aprendizaje de la conservación de la cotidad.
4. Aprendizaje de la adición y sustracción
5. Aprendizaje de la reversibilidad.

## IV. ANALISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### I. INTRODUCCION

J. Piaget estudió la formación de los conceptos numéricos analizando la evolución de la conducta espontánea del niño en la determinación del valor cardinal de un conjunto y la conservación de la equivalencia entre dos conjuntos pese a la transformación figural de uno de ellos por el desplazamiento de sus elementos.

Los resultados obtenidos le permitieron poner de manifiesto la importancia del esquema de la correspondencia biunívoca y recíproca para la formación de las nociones numéricas y establecer tres estadios claramente delimitados.

Durante el primer estadio el niño evalúa las cantidades según relaciones perceptivas globales (densidad y longitud), sin coordinación alguna entre ellas, y es incapaz de realizar de manera espontánea la correspondencia biunívoca y recíproca entre los elementos de dos conjuntos. La cuantificación de que dispone el niño en esta edad es tan ínfima que en el caso de utilizar, con la ayuda del examinador, el esquema de la correspondencia, éste queda inmediatamente anulado por la percepción global del espacio ocupado, y el sujeto es incluso incapaz de prever el retorno empírico a la situación inicial de correspondencia.

(1) Jean Piaget et Alina Szeminska. «La genèse du nombre chez l'enfant.» Delachaux et Niestlé. Neuchâtel. 1964 (troisième édition).

La coordinación de las relaciones propias al segundo estadio posibilita el recurso espontáneo al esquema de la correspondencia que permanece todavía cualitativa y no presupone, por tanto, la conservación cuantitativa de los conjuntos. El niño, en este segundo estadio, prevé la posibilidad de volver a la situación inicial rehaciendo el esquema de la correspondencia, sin que el retorno empírico implique la conservación de la cantidad.

El niño del tercer estadio afirma la equivalencia de dos conjuntos cuyos elementos han sido relacionados término a término independientemente de las transformaciones espaciales a que sean sometidos.

Estas experiencias demuestran que las nociones numéricas se adquieren progresivamente, partiendo del estadio de la no conservación del valor cardinal del conjunto hasta llegar a la conservación operatoria, y a través de etapas semejantes a las que caracterizan la formación de las estructuras lógicas elementales de clasificación y seriación propias a la operatividad concreta. Según el citado autor, el número es solidario de un sistema operatorio de conjunto cuyas estructuras más generales son la clasificación y la seriación. Las operaciones lógicas y las operaciones aritméticas constituyen un mismo sistema.

Greco (1), continuando los estudios de Piaget, se preguntó si la conservación de la cantidad de un conjunto puede o no identificarse a la conservación del valor numérico de dicho conjunto, y se propuso abordar el triple estatuto de las nociones numéricas en relación a las nociones cuantitativas, en relación a las disposiciones figurales y en relación a las estructuras mentales que las caracterizan.

Para ello, introduce en las pruebas de Piaget sobre la conservación de conjuntos, variantes que le permitieron deslindar los juicios emitidos en referencia a la conservación de la cantidad y los emitidos respecto a la conservación del número. Los resultados obtenidos mostraron que entre los cinco y los ocho años de edad, un 20 % de niños manifiestan una discordancia en favor de la conservación del número respecto a la conservación de la cantidad. Cantidad y número son, en este estadio del desarrollo intelectual, dos nociones distintas. El número en sí, está desprovisto de factores espaciales, la cantidad al contrario va siempre acompañada de la extensión del espacio ocupado, y es precisamente su percepción espacial la que induce al error.

Entre los estadios II y III dados por Piaget, Greco introduce el de la conservación de la cotidad sin conservación de la cantidad. El sujeto sabe que el número de elementos de ambos conjuntos (cotidad) se conserva, pero cree que la cantidad ha variado. Su respuesta típica consiste en afirmar que hay a la vez un mismo número de objetos en las dos colecciones y un aumento de cantidad del conjunto más espaciado. El afirmar que el conjunto A está formado por 8 fichas azules le lleva a prever que el

(1) P. Greco: «Quantité et quotité», in *Etudes d'Epistémologie Génétique* Vol. XIII. P.U.F. Paris.

conjunto B tiene igualmente 8 fichas rojas, pero ni esta previsión ni la verificación de la igualdad numérica le impiden afirmar que hay más fichas rojas que azules. El niño de este estadio carece de las estructuras generales operatorias, pero la coordinación de las acciones por él ejecutadas forman esquemas capaces de asegurar nociones aisladas que preceden a la formación de la estructura. Entre estas nociones «casi operatorias» se encuentra la cotidad capaz de resistir los índices figurales e incapaz de inducir la conservación de la cantidad.

La experimentación de Greco aporta a la epistemología genética, no sólo un dato más en la formación de los conceptos numéricos, sino, sobre todo, un campo a explorar, la importancia de los esquemas como generadores de nociones capaces de anticiparse a la estructura mental que integrarán posteriormente. El estudio minucioso de estos esquemas nos informará sobre toda la gama de conductas intermedias entre el pensamiento intuitivo y el pensamiento operatorio.

J. F. Wohlwill (1) demostró que en la génesis de las nociones numéricas el niño comprende las acciones de adición y sustracción con anterioridad a las clásicas pruebas de Piaget sobre la conservación del valor cuantitativo de un conjunto dado.

Los estudios de Piaget, Greco y Wohlwill nos proporcionaron los conocimientos genético-causales de la formación del número. Basándonos en ellos, debíamos programar una serie de ejercicios de aprendizaje susceptibles de acelerar el desarrollo de dichas nociones en sujetos cuyo déficit intelectual les había impedido acceder a la conservación operatoria de la cantidad, pese a que sus edades cronológicas les situaran en dicho período.

De todo ello, y de los estudios de aprendizaje realizados por el Centro Internacional de Epistemología Genética, concluimos que los ejercicios experimentales que nos proponíamos elaborar, debían consistir en colocar a nuestros sujetos en situaciones tales, que les fuera imprescindible ejercitar sistemáticamente los esquemas de acción sobre los que se apoya la construcción de las nociones numéricas.

Deseando obtener el desarrollo de la inteligencia, y no la simple adquisición de nuevos conocimientos, era necesario iniciar el aprendizaje por el ejercicio del esquema de acción ya poseído por nuestros sujetos, puesto que de lo contrario, nos exponíamos a realizar un aprendizaje empírico, es decir, a que el sujeto, a fuerza de verificar la existencia de un hecho, llegara a aceptarlo, pero sin comprender que se derivaba necesariamente de la lógica de sus actos.

El bajo nivel intelectual de nuestros sujetos nos hizo programar el inicio del aprendizaje por el esquema intuitivo de la correspondencia, pasando a continuación a ejercitar los demás esquemas numéricos según su orden genético de aparición.

(1) J. F. Wohlwill: «Un essai d'apprentissage dans le domaine de la conservation du nombre». In *Etudes d'Epistémologie Génétique*. Vol. IX, Paris P.U.F. 1959.

Las subseries de ejercicios que elaboramos sobre la conservación de cantidades discretas fueron las siguientes:

1. Esquema intuitivo de la correspondencia biunívoca y recíproca.
2. Retorno empírico a la situación inicial.
3. Esquema de la correspondencia biunívoca relacionado con la noción de cotidad.
4. Esquema de la correspondencia biunívoca relacionado con el esquema de adición y sustracción.
5. Coordinación de los ejercicios anteriores. Reversibilidad operatoria.

Tras haber explicado brevemente el cuadro teórico en el que inscribimos el aprendizaje de la conservación de las cantidades discretas, pasaremos, en primer lugar, a describir el nivel lógico-aritmético de nuestros sujetos en el diagnóstico inicial, para a continuación, desarrollar una a una las subseries de que está compuesto el aprendizaje y llegar finalmente, al análisis de los progresos obtenidos y sacar las conclusiones pertinentes.

## II. POBLACION EXPERIMENTAL Y DIAGNOSTICO DE LA OPERATIVIDAD NUMERICA

Tal como hemos explicado anteriormente, el grupo 1 lo constituyen 20 niños cuyos cocientes intelectuales estaban comprendidos entre 45 y 65. De ellos, 10 formaban el grupo control y los 10 restantes el grupo experimental.

Durante la exposición del ciclo y a fin de que el lector pueda situar la conducta de cada sujeto en el marco de referencia de edad y de cociente intelectual inicial, citaremos junto con el nombre del sujeto, ambos caracteres.

Para diagnosticar el nivel de comprensión lógica del número utilizamos la técnica que Greco denomina: «conservación de la igualdad pese al desplazamiento», para cuya descripción remitimos al lector a la obra anteriormente citada, limitándonos nosotros a la breve enumeración de sus items.

### *Item 1*

El examinador coloca horizontalmente siete fichas blancas, y pide al niño que coloque debajo de las fichas blancas, otras tantas rojas, de manera que tengamos igual número de fichas blancas que de rojas. El sujeto debe después afirmar la igualdad de ambos conjuntos.

### *Item 2*

El examinador advierte que va a mover las fichas rojas, las desplaza lentamente de manera que el niño pueda ver sus movimientos, has-

ta que la penúltima ficha roja se encuentra en correspondencia óptica con la última ficha blanca y pregunta si hay más fichas blancas o más rojas. Si el sujeto no afirma la conservación de la igualdad se pasa al ítem siguiente.

*Item 3*

El examinador pregunta cuántas fichas rojas hay de más y qué es necesario hacer para volver a tener igual número de blancas y de rojas. Obtenida la respuesta, el examinador añade una ficha amarilla encima de la última roja y pregunta si se ha establecido la igualdad numérica.

*Item 4*

El niño debe contar las fichas blancas y ocultándole las rojas adivinar cuántas hay.

*Item 5*

El sujeto debe contar las fichas blancas y rojas. Después de repetir el mismo número para las fichas blancas y para las fichas rojas, el examinador le invita a que mire las dos colecciones de fichas y se pronuncie en pro o en contra de la igualdad cuantitativa.

Los diez sujetos de nuestra población experimental se clasificaron del siguiente modo:

Los cinco más jóvenes fracasaron ya en el primer ítem. En lugar de construir un conjunto igual mediante el esquema de la correspondencia, tomaron todas las fichas de que disponían, o colocaron al azar unas cuantas fichas rojas debajo del conjunto modelo. Por su conducta demostraron no comprender las consignas dadas, o en algunos casos, poseer el concepto cuantitativo global descrito por Piaget y Greco como característico del primer subestadio de las nociones numéricas.

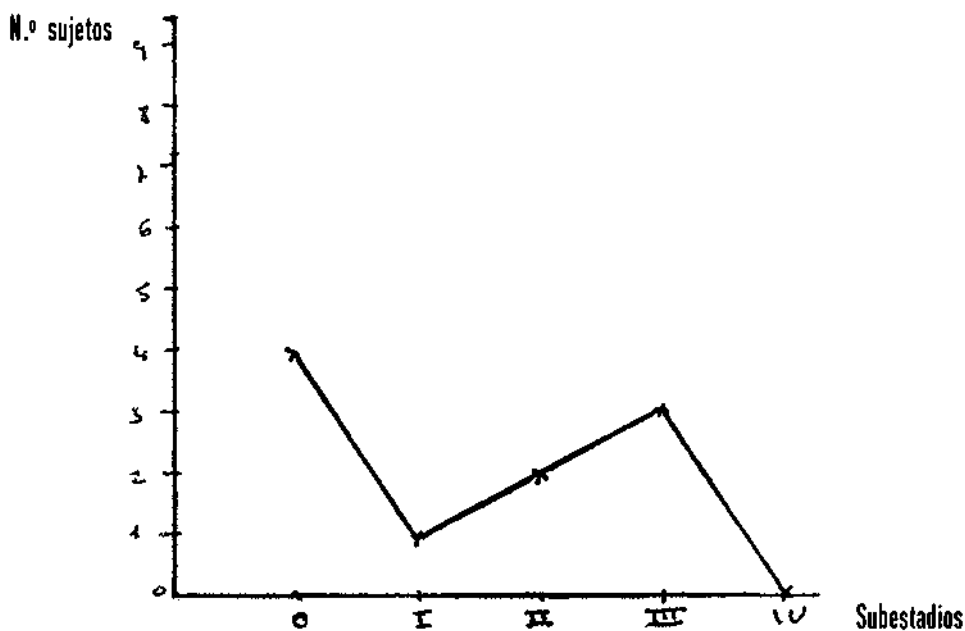
Dos niños solucionaron positivamente el primer ítem y fracasaron en los demás. Se trata de sujetos que poseen el esquema de la correspondencia como instrumento de análisis de una cantidad dada, pero dicho esquema todavía está supeditado al dominio intuitivo de la percepción, desapareciendo al introducir una pequeña variación espacial. Es el subestadio dos de Piaget y Greco.

Los tres individuos restantes solucionaron positivamente el primer y cuarto ítem, pero fracasaron en los ítems dos, tres y cinco. Se trata de individuos que han elaborado suficientemente el esquema de la correspondencia como para deducir la igualdad numérica de los conjuntos construidos por correspondencia óptica, pese al desplazamiento de los elementos de un conjunto. Sin embargo, el hecho de afirmar la igualdad numérica para los

dos conjuntos, no les impide decir al mismo tiempo, que el conjunto cuyos elementos están más separados, tiene más fichas que el otro. Es el tercer subestadio de Greco, en el que la cotidad (número de elementos) se afirma y justifica por el esquema de la correspondencia, mientras que la cantidad continúa supeditada al aspecto perceptivo figural.

Ni un solo individuo demostró poseer la noción de la invariabilidad cuantitativa.

Distribución de nuestros sujetos según los subestadios de Greco:



Las indicaciones de tipo práctico que obtuvimos al diagnosticar nuestra población fueron las siguientes:

- 1.º El aprendizaje de los cinco individuos más jóvenes de nuestra población debían empezar forzosamente por los ejercicios de la primera subserie encaminados a la formación del esquema intuitivo de la correspondencia.
- 2.º Los sujetos calificados en el segundo subestadio de Greco podían empezar por los ejercicios de la segunda serie, encaminados a la formación del esquema del retorno empírico a la situación inicial.
- 3.º Los sujetos calificados en el subestadio tres serían considerados al iniciar el aprendizaje como los sujetos del subestadio dos. A fin de reafirmar el esquema del retorno empírico que si bien tienen adquirido, es necesario desarrollar más.



Para controlar los efectos del aprendizaje de las nociones numéricas seleccionamos un grupo de sujetos con características similares a la población experimental. La población control fue diagnosticada juntamente con la población experimental, al principio y al final de ciclo de aprendizaje de estos últimos sujetos.

### III. 1. APRENDIZAJE DEL ESQUEMA INTUITIVO DE LA CORRESPONDENCIA BIUNIVOCA COMO INSTRUMENTO DE EVALUACION CUANTITATIVA DE UN CONJUNTO

Los estudios de Piaget demostraron que en una primera etapa, la inteligencia infantil evalúa las cantidades discretas como si se tratara de una cantidad continua, e identifica los elementos discretos con la percepción global de la configuración del conjunto, de tal manera que, un número determinado de elementos alineados horizontalmente son considerados por el sujeto no como el número dado de ellos, sino como una hilera de objetos de una determinada longitud.

El esquema de la correspondencia biunívoca y recíproca es el instrumento intelectual que lleva al sujeto a analizar con mayor precisión el aspecto perceptivo figural de un conjunto de elementos discretos. El niño aparejando entre sí los elementos de dos conjuntos, deduce de la coordinación de sus actos (colocar los objetos de manera que quede perceptivamente claro si cada elemento del modelo tiene su correspondiente, separar los elementos sobrantes, etc.) un nuevo concepto de cantidad discreta, concebido como el producto de las relaciones.

Al diagnosticar el nivel de comprensión lógica del número, encontramos que los cinco sujetos más jóvenes no tenían adquirido el esquema de la correspondencia, y que cuatro de ellos dieron muestras de una incompreensión total de la consigna.

Con el fin de obtener más datos de la conducta de estos cuatro sujetos, realizamos un sondeaje que nos permitió verificar que los términos «más», «menos» e «igual», carecían para ellos de significado, y ante las invitaciones distintas de coger «igual», «más» o «menos» cantidad y número de elementos que el modelo dado, actuaban indiferentemente de un mismo modo. Siendo la conducta más típica la de coger todo o gran parte del material de que disponían y copiar, con él, la forma de la colección modelo tantas veces como el material dado se lo permitiera. Según el nivel de desarrollo del sujeto, a copia era global e imprecisa, o al contrario, el recurso a la correspondencia aseguraba la exactitud figural entre el modelo y cada uno de los conjuntos realizados por el sujeto. Un ejemplo de dichas conductas nos lo dieron los sujetos.

*Cap (de 6 años y 5 meses de edad, C.I. 65).* La técnica utilizada fue la siguiente: el experimentador alinea seis fichas rojas delante del sujeto y le entrega una caja con veinte fichas azules pidiéndole que coja igual número

de fichas azules que de rojas, que coja el mismo número, la misma cantidad, igual número de fichas rojas que de azules.

Ante esta situación el sujeto Cap. colocó las fichas azules del siguiente modo:

o o o o o o ←— colección modelo  
 o o o o o  
 o o o o o

y afirmó que había igual número de fichas rojas que de azules.

Sal. (de 7 años, 10 meses de edad, C.I. 45) cogió todavía más fichas que el sujeto anterior pero realizó la correspondencia término a término:

o o o o o o ←— colección modelo  
 o o o o o o  
 o o o o o o  
 o o o o o o  
 o o

En este primer estadio el sujeto traduce los tres conceptos aritméticos «más», «menos» e «igual» por la copia cualitativa de la figura, y entre los elementos de las dos colecciones no hay más relación que la perceptivo-figural.

Una muestra de incapacidad intelectual para diferenciar entre sí tres conceptos cuyo significado desconocen totalmente nuestros sujetos nos la dio Sal. quien después de afirmar la igualdad entre veinte fichas azules y seis rojas nos dio un bello ejemplo de automatismo verbal. Bajo presión del experimentador, Sal. comprende que debe buscar una solución mejor; tiene ante sí las seis fichas rojas e ignora el contenido conceptual de las palabras «igual», «la misma cantidad», «el mismo número», no sabiendo, pues, qué procedimiento seguir para construir la igualdad, cuenta los seis elementos de la colección modelo y coge otras tantas fichas azules. Hasta aquí podríamos creer que la conducta del sujeto Sal. fue la adecuada a la situación experimental, y que su primer error (afirmar la igualdad numérica entre veinte y seis elementos) era fruto de una incomprensión momentánea. Sin embargo, cuando le pedimos que cogiera más fichas azules que de rojas, repitió la primera conducta y colocando de nuevo seis fichas azules, afirmó que seis fichas azules eran más que seis fichas rojas; lo mismo ocurrió cuando debió de operar con el concepto «menos». Es decir, que teniendo como único soporte perceptivo las seis fichas rojas de la colección modelo, desconociendo totalmente el significado conceptual de los términos «más», «menos» e «igual», recurre espontáneamente a la numeración verbalista, y afirma sucesivamente que seis elementos es una cantidad mayor, menor e igual que otros seis elementos dados.

Ante tales hechos (cinco sujetos no recurren al esquema de la correspondencia. Cuatro de ellos no comprenden el significado de los vectores «más, menos e igual») nos propusimos tipificar una serie de situaciones diversas susceptibles de ejercitar a la vez que el esquema de la correspondencia biunívoca y recíproca, el «pattern» verbal que la caracteriza.

Para ello, elaboramos una serie de ejercicios de aprendizaje que aumentaban progresivamente en dificultad, según el número de elementos, la naturaleza del material empleado y la percepción-figural del conjunto dado. Todos los ejercicios que el sujeto debía ejecutar primero y explicitar después, eran verbalizados correctamente por el experimentador.

El cambio del número de elementos obedece a dos necesidades metodológicas distintas:

Cuantos más elementos posea el conjunto dado, mayor es el esfuerzo de análisis que requiere incluso la copia cualitativa y global del mismo. En este sentido fue necesario empezar por un número reducido de elementos y aumentarlos progresivamente.

En segundo lugar, era necesario evitar la conducta intuitiva que lleva al sujeto a ejercitar la consigna de coger más o menos elementos que un conjunto dado en razón del aspecto cuantitativo global del conjunto, poniendo «pocas» cuando juzga que el modelo tiene «muchas», es decir, debíamos impedir que supliera la orden recibida por la intuición que le sugiere la cantidad percibida. Las situaciones experimentales debían, pues, variar constantemente el número de elementos con el que se operaba y hacer construir para cada número determinado la igualdad, la superioridad y la inferioridad numéricas.

Teniendo en cuenta que la centración de nuestros sujetos a su propia manipulación les dificultaba enormemente la comparación entre el modelo dado y la colección que ellos mismos estaban construyendo, fue necesario iniciar el aprendizaje con un material tal, que la presencia de un elemento sugiriera la existencia del elemento correspondiente.

Según la naturaleza del material hay tres niveles de ejercicios:

1. La relación empírica entre los elementos de las dos colecciones, es la de continente a contenido (ejemplos: dedos-anillos, bolígrafos y sus capuchones, animales con sus casas correspondientes, etc.).
2. Los elementos de ambas colecciones se complementan (ejemplo: cucharas y tenedores).
3. La única relación entre los elementos de ambas colecciones es la que les atribuye el sujeto al colocarlos en correspondencia óptica (ejemplo: fichas azules y rojas).

A través de estos ejercicios, nuestros sujetos utilizaron el esquema de la correspondencia, intercambiando uno a uno los elementos de dos colecciones sin intervención del aspecto perceptivo-espacial, pasando gradualmen-

te a reproducir conjuntos cuyas formas exigían cada vez un mayor dominio de la correspondencia biunívoca y recíproca.

De construir conjuntos regidos por la apreciación de una sola cualidad, característicos de la «cantidad bruta», pasaron al producto intuitivo de todas las cualidades cuantitativas presentes en la configuración de cada conjunto, gracias a la coordinación de sus propias acciones.

En total, fueron necesarias una media de cuatro sesiones de aprendizaje para que los sujetos llegaran a desarrollar el esquema de la correspondencia biunívoca y recíproca y fundamentaran en ella la construcción de igualdades.

Dedicaremos una especial atención a la evolución lingüística verificada durante esta primera subserie de ejercicios de aprendizaje de las cantidades discretas, por haber encontrado a este respecto datos, cuya importancia cabe destacar.

Para ello empezaremos por recordar del estudio de H. Sinclair de Zwart (1) sobre el subsistema lingüístico de la operatividad concreta, los datos que hacen mayor referencia a nuestra problemática y a continuación situaremos en este cuadro de referencia nuestra población experimental.

1.º La evolución del «pattern» verbal con el que el sujeto expresa la conservación o su carencia, es paralelo al desarrollo genético de la conservación del número.

2.º A partir de los cuatro años 10 meses de edad, los individuos con una inteligencia normal saben ejecutar la orden de construir un conjunto más numeroso que otro dado (2).

3.º Antes de poseer la conservación del número, el sujeto después de ejecutar la orden de construir un conjunto más o menos numeroso que otro dado explica su actuación supliendo los vectores simples (más, menos o igual empleados por el examinador) por escalares, bien sean objetivos (número de elementos) o subjetivos (mucho, poco).

4.º Los individuos que poseen la conservación de la cantidad discreta describen la relación cuantitativa existente entre dos conjuntos de elementos mediante el uso de vectores.

Cuatro de nuestros sujetos del primer estadio al iniciar el aprendizaje de las nociones numéricas se situaron en un nivel inferior al de la población experimental de Sinclair, manifestando una incomprensión total de los vectores que les impedía ejecutar correctamente la consigna.

Uno solo de los sujetos que se situaron en el estadio I de Greco, en el diagnóstico inicial, fue capaz de solucionar positivamente y de manera inmediata la construcción de un conjunto con más o menos elementos que

(1) H. Sinclair-de-Zwart: «Acquisition du langage et développement de la pensée». Dunod Paris 1967.

el conjunto dado. La encuesta verbal demostró que la razón del éxito estaba en la asimilación de los términos «más y menos» a «muchos y pocos».

*Al.* (edad 8,10 y C.I. 58) delante de dos colecciones de caballos de plástico, unos blancos y otros negros, nos dice «*éstos son pocos y éstos son muchos*».

Después de construir una serie de conjuntos con más o menos elementos (según consigna) que uno dado, le interrogamos sobre el procedimiento seguido y afirma «*Si quería pocos yo cojo pocos, si eran muchos yo cojo muchos*». Es decir, que cuando el experimentador pedía «más», el sujeto daba «muchos» y si pedía «menos» daba «pocos».

Esta cuantificación global que permitió a *Al* resolver positivamente la elaboración de desigualdades, le llevó al fracaso en el momento de construir dos colecciones iguales, puesto que para ello era necesario un mínimo de cuantificación analítica que permite el esquema de la correspondencia biunívoca de la que *Al.*, como sujeto clasificado en el primer estadio de la prueba de Greco, todavía carece.

Los individuos del estadio II y III de Greco, describían las comparaciones comparativas con escalares, pero comprendían y sabían ejecutar las consignas expresadas con vectores.

Los datos iniciales de que disponíamos eran, pues, los siguientes:

1.º La evolución genética del «pattern» verbal propio a la formación de la invariabilidad cuantitativa: El sujeto pasa de no comprender el significado de los vectores «más, menos igual» (nivel 0), a la comprensión empírica de los mismos que le permite ejecutar la orden recibida en estos términos, pero sin recurrir espontáneamente a ellos en sus descripciones comparativas (nivel 1), para pasar posteriormente a su comprensión y utilización (nivel operatorio).

2.º Ni uno solo de nuestros sujetos utilizó espontáneamente los vectores en las comparaciones cuantitativas de dos conjuntos. Los seis sujetos más evolucionados de nuestra población ejecutaron correctamente las órdenes que los experimentadores transmitían con el pattern verbal operatorio, pero explicaron su conducta, con escalares subjetivos (nivel 1) mientras que los cuatro más jóvenes se encontraban en el nivel 0, es decir, para ellos «más, menos e igual» no tenían significado alguno, no estaban asociados a ningún concepto cuantitativo.

Nosotros, a través de la situación experimental, asociamos estos tres vectores, por una parte, al esquema de la correspondencia, y por otra, a términos cuantitativos que implicaran siempre una comparación entre dos conjuntos, tales como «sobrar o faltar, ganar o perder»; de ello se deduce que no pronunciamos ni una sola vez los escalares subjetivos «mucho, poco» que caracterizan al desarrollo espontáneo de los sujetos del primer nivel.

Podríamos, pues, esperar, siguiendo las clásicas leyes de asociación entre el refuerzo externo y la respuesta, que nuestros sujetos más jóvenes asociaron directamente el pattern verbal que les ofrecíamos, a los actos que ellos mismos ejercitaban y que fueron por tanto, capaces de pasar de la incomprensión de los vectores (nivel 0) a su utilización (nivel operatorio).

Sin embargo, no fue así y los cuatro sujetos dieron una muestra patente de la que la significación del estímulo externo está en relación directa con la estructura del individuo al que se aplica, ya que en lugar de asociar pura y simplemente los vectores que les transmitíamos a su propia conducta, iniciaron un proceso constructivo siguiendo el orden genético natural y pasaron de la total incomprensión de los términos «más, menos, igual», a la asimilación de los mismos a los escalares subjetivos típicos del nivel 1 (mucho, poco), y que nosotros no pronunciamos ni una sola vez.

Efectivamente, al analizar la evolución de estos sujetos, vemos que, en un principio, sólo ejecutaban el esquema de la correspondencia si el examinador les imponía su ejercicio y daban a su conducta verbalizaciones incoherentes.

Ejemplo: *Sujeto Na., edad 7 años, C.I. 54*, tiene colocados en hilera cuatro canguros en materia plástica, de unos seis centímetros de longitud y en un montón, diez de un centímetro, aproximadamente. No comprende la consigna de coger igual, el mismo número de canguros hijos, que de canguros madres, bajo la explicación del experimentador le da a cada madre un hijo y al ser interrogado sobre lo que acaba de hacer dice: *«hay igual porqué aquí hay más»*.

Más tarde, el mismo sujeto tiene delante suyo dos recipientes de cristal transparentes e iguales; al lado del recipiente (A) hay una caja con cuatro bolas de color rojo; la caja del recipiente (B) contiene cuatro bolas azules. El experimentador le explica que debe colocar igual, el mismo número de bolas en un recipiente que en el otro y le pide que coloque a la vez, una bola roja en el recipiente (A) y una azul en el (B) repitiendo: *«aquí pongo una azul y aquí una roja»*. Una vez realizada la consigna el experimentador le pregunta si puede estar seguro de haber puesto igual de bolas en los dos recipientes. La respuesta del sujeto no puede ser más ilustrativa: *«Hay igual porque aquí hay dos y aquí tres»*.

Posteriormente, a través del ejercicio sistemático del esquema de la correspondencia, iniciaron una etapa más evolucionada en la que, si bien eran capaces de evaluar analíticamente la cantidad de elementos de un conjunto dado, mediante el recurso espontáneo de la construcción del conjunto, una vez finalizado éste, interpretaban su conducta con los escalares «muchos, pocos» que implican una cuantificación global e imprecisa.

Ejemplo: *Sal*, edad cronológica 7 años, 10 meses, C.I. 45. Después de ejecutar correctamente la consigna de tomar menos capuchones que bolígrafos nos explica: «*ganan los lapiceros porque hay pocos tapones*».

Lo mismo ocurre con:

*Cap.* (E.C 6,5 y C.I. 65), quien debe comparar cinco coches azules y tres rojos, y dice «*yo tengo muchos*».

*Sil.* (E.C. 6,8 y C.I. 65), que empieza construyendo un conjunto equivalente al conjunto modelo mediante la correspondencia término a término, acaba, no obstante, cogiendo un montón que va colocando posteriormente en correspondencia, le sobra una ficha y para igualar la cantidad se contenta con espaciar más los elementos del conjunto modelo afirmando que hay igual. El experimentador corrige su error quitando la ficha sobrante y le interroga sobre la igualdad, a lo que *Sil.* responde (señalando cada una de las fichas en cuestión) «*sí, porque éste va con éste, éste con éste... etc., hay igual*».

Las oscilaciones de *Sil.* entre la correcta verbalización de la correspondencia como fundamento de la igualdad, y las apreciaciones globales, son muy frecuentes, y así vemos que a continuación teniendo un anillo colocado en cada uno de los cinco dedos de la mano derecha, nos afirma «*muchos dedos y muchos anillos. Igual*». La igualdad se funda sobre apreciaciones cualitativas. Si hay «mucho» (o poco) en A y «mucho» (o poco) en B, hay igual, sin que haya apreciación cuantitativa.

Para la construcción de un conjunto mayor no experimenta ninguna dificultad ni en la realización ni en la verbalización y al llegar al concepto menos, nos pregunta ¿poquitos, qué quiere decir? Después de tres ejercicios más en este sentido nos vuelve a preguntar «*¿menos, qué quiere decir, poquitas o muchas?*».

Nuestros sujetos tienen en este estadio una estructura mental intuitiva y si bien empiezan a construir instrumentos intelectuales que les permiten un análisis más detallado de la percepción inmediata, todavía le están superditados. Efectivamente, todos recurrían al esquema de la correspondencia para ejecutar las órdenes de construir conjuntos iguales, más o menos numerosos que uno dado, pero a partir del momento en que los experimentadores aplicaban una ligera transformación espacial a los conjuntos, el sujeto olvidaba su esquema de acción y se limitaba a la evaluación cuantitativa que le sugerían los índices perceptivo-figurales, de la misma manera que olvidaba los vectores del experimentador, para pronunciar los términos lingüísticos propios a su estructura intelectual perceptiva. A este respecto, la conducta de *Sil.* no deja lugar a dudas: «*¿Menos qué quiere decir, poquitas o muchas?*»

El sujeto, sólo puede interpretar nuestras consignas asimilándolas a sus esquemas de acción, y en estos momentos, sus esquemas verbales son los correspondientes a una estructura mental intuitiva, es decir, regida por la percepción. Sólo muy avanzado el aprendizaje y a partir del momento en que estos mismos sujetos dispusieron de una serie de esquemas de acción (retorno empírico, adición y sustracción, correspondencia término a término), interiorizados y articulados, fueron capaces de asimilar el pattern verbal constituido por vectores a esquemas de acción cada vez más móviles y reversibles (en contraposición a la rigidez del actual esquema intuitivo de la correspondencia), y no tuvieron dificultad alguna en utilizar el pattern verbal operatorio que los experimentadores les proponían.

La evolución del pattern lingüístico de estos sujetos durante el aprendizaje corrobora la ley de inferencia operatoria en el proceso constructivo de la conservación de cantidades discretas y demuestra que un mismo estímulo externo tiene repercusiones distintas según el nivel de desarrollo genético de la inteligencia a la que se proporciona el estímulo.

Resumiendo podemos decir que el examen clínico de la evolución intelectual de estos cinco sujetos (situados en el estadio más elemental de la prueba de Greco) desde que se inicia el aprendizaje de las nociones numéricas hasta el momento en que consiguen situarse en el segundo estadio de dicha prueba, nos da las siguientes informaciones:

1.º El sujeto que fracasa en la construcción de un conjunto equivalente a uno dado, puede fracasar o acertar en la formación de un conjunto más o menos numeroso que el dado. En el primer caso se trata de sujetos cuya génesis intelectual no les permite todavía la comprensión de términos cuantitativos que impliquen una comparación. En el segundo caso nos hallamos ante sujetos cuya noción de cantidad, aunque incipiente y global, implica una mayor descentración perceptiva. El primer estadio de Greco puede por tanto dividirse en dos sub estadios:

A) Fracaso a las tres consignas de construcción de conjuntos iguales, más o menos numerosos que el conjunto dado.

B) Fracaso en la construcción de la igualdad numérica y éxito en los dos restantes.

2.º El esquema de la correspondencia es fruto de la coordinación de las acciones del propio sujeto y su asimilación como instrumento de evaluación cuantitativa requiere por parte del sujeto un arduo proceso constructivo.

3.º La relación existente entre el estímulo externo y la respuesta del sujeto traduce un equilibrio entre la asimilación y la acomodación que invalida las leyes de simple asociación para el aprendizaje de nociones operatorias.



### III. 2. APRENDIZAJE DEL RETORNO EMPÍRICO A LA SITUACION INICIAL

La adquisición del esquema de la correspondencia como instrumento de medida es un paso necesario pero no suficiente a la consecución de la invarianza cuantitativa. En un principio, dicho esquema está totalmente supeditado a las ilusiones perceptivas impuestas por la configuración del conjunto y el menor cambio en este sentido implica una transformación de la cantidad. El sujeto de este estadio tiene a su disposición dos procedimientos de medida: La percepción figural del conjunto de elementos y el esquema de la correspondencia. El primero es menos evolucionado e identifica la cantidad de elementos con el espacio por ellos ocupado, consecuentemente el sujeto actúa frente a elementos discretos como si se tratara de una cantidad continua. El segundo implica la capacidad de analizar las cualidades cuantitativas del conjunto y la comprensión de la existencia de cada elemento independientemente de la configuración global.

El origen del esquema de la correspondencia intuitiva (1) y su transformación en operatoria (2), se encuentra en la coordinación de las acciones del sujeto ante la percepción figural del conjunto. El sujeto aplicando diversas transformaciones espaciales a un mismo conjunto de elementos, aparejando entre sí los elementos de dos conjuntos diferentes, rompiendo y recomponiendo posteriormente la correspondencia óptica entre ambos, integra a la percepción figural, rígida y estática, el conjunto móvil y coherente de las acciones que ha ejecutado para la construcción de dicho conjunto. En su evolución genética, el sujeto integra progresivamente los índices del objeto (en este caso, número de elementos de un conjunto), a sus esquemas de acción (retorno empírico a la situación inicial, correspondencia biunívoca, adición y sustracción), de cuya coordinación y movilidad es fruto el pensamiento operatorio.

Por todo ello, a partir del momento en que nuestros sujetos fueron capaces de recurrir a la correspondencia biunívoca para construir la equivalencia cuantitativa, iniciamos el aprendizaje de la conservación, de la igualdad así formada, ejercitándoles en el retorno empírico a la situación inicial.

El nivel intelectual de los sujetos que se situaron en los subestadios I y II de Greco en el diagnóstico inicial se caracterizaba por un dominio total de la percepción y el menor cambio figural implicaba una transformación definitiva que imposibilitaba incluso bajo sugerencia directa del examinador el retorno empírico a la situación inicial de correspondencia. Los sujetos del subestadio III afirmaban la posibilidad de volver a colocar los elementos tal como estaban en un principio, si el experimentador les interrogaba directamente sobre ello, pero la percepción del conjunto desplazado

(1) Llamada así porque se supedita a la percepción.

(2) Dos conjuntos juzgados equivalentes a través de la correspondencia operatoria, conservan su igualdad pese a las transformaciones espaciales.

era suficientemente convincente como para impedirles el imaginar, sin ayuda del experimentador, la transformación contraria a la primera.

La incapacidad de nuestros sujetos por resolver positivamente una tarea tan elemental podría inducir al lector a considerar que se trata de un mal entendido verbal o técnico entre el niño y el experimentador, no obstante, las situaciones programadas para dicho aprendizaje y las respuestas de los sujetos no podían ser más claras. Para no dar lugar a dudas citaremos un ejemplo:

El sujeto y el experimentador tienen, respectivamente, cuatro bolas de madera de color azul, rojo, verde y amarillo con un orificio central. Se proponen ensartarlas en dos hilos de nylon que tienen un extremo atado en la mesa; el sujeto debe colocar una bola en su cordel y decir en voz alta su color, el examinador hace lo mismo. Después de ensartar las cuatro bolas en los dos cordeles, se sujetan los extremos que quedan libres, y a fin de asegurarse de que el sujeto comprende que las bolas no pueden salirse, el examinador le pregunta si alguna bola puede escaparse de su cordel, después de que el niño afirma y comprende la imposibilidad de que esto ocurra, y puestas las bolas en correspondencia, el experimentador desplaza ligeramente el elemento de un extremo y pregunta si es posible rehacer la correspondencia (con palabras suficientemente claras para el sujeto: ¿Cuándo mi bola amarilla se mueve y viene aquí, la tuya amarilla podrá ir a su lado?). La mayoría de los sujetos más jóvenes no dieron la respuesta adecuada a esta pregunta tan elemental.

La rigidez perceptiva con que abordaban la configuración de un conjunto de elementos les llevaba a concebir la situación espacial dada para cada elemento determinado, como la única posible. Si queríamos que pudieran completar los datos de la percepción inmediata con la previsión de las posibles transformaciones, era necesario que proporcionáramos a nuestros sujetos situaciones experimentales en las que ejecutaran los actos que posteriormente les haríamos prever.

Los ejercicios que les propusimos tenían tres niveles distintos de dificultad:

En un principio, los sujetos debían ejecutar siempre con el mismo número de elementos, configuraciones diversas. El hecho de empezar realizando con unos mismos elementos diferentes configuraciones espaciales, fue de gran ayuda para que nuestros sujetos diferenciaran los elementos de las distintas configuraciones perceptivas obtenidas al aplicar sucesivas transformaciones espaciales a los elementos de un conjunto.

El segundo paso consistió en establecer la correspondencia término a término entre los elementos de dos conjuntos, para pedirles a continuación no ya la correspondencia entre los elementos, sino la correspondencia entre los desplazamientos de los elementos de ambos conjuntos. A las transformaciones espaciales que el experimentador aplicaba a los elementos de

un conjunto, el sujeto, debía hacer corresponder transformaciones equivalentes al otro conjunto dado.

Finalmente, debían prever la posibilidad de anular una transformación espacial aplicada, volviendo al estado inicial. La capacidad de prever que los cambios de ubicación de los elementos de un conjunto pueden ser compensados por la vuelta a la posición inicial marca un progreso en la consecución de la noción de la invariabilidad de la cantidad. Todos los sujetos de nuestra experiencia pasaron de negar rotundamente la conservación de la cantidad, a rehacer la correspondencia antes de pronunciarse a favor de la invariabilidad cuantitativa.

*El sujeto Sal. (edad cronológica 7 años 10 meses y C.I. 45)*, cuando el examinador después de separar las bolas de su collar le pregunta si son iguales, o si un collar tiene más bolas que el otro, (Sal.) vuelve a reestablecer la correspondencia entre elementos y afirma la igualdad, pero cuando el examinador las separa de nuevo y le explica que le interesa saber si hay más o igual cuando las bolas están separadas. Sal, afirma que hay más bolas en el collar cuyos elementos están más distantes.

El sujeto *Sil (edad 6,8 y C.I. 65)* no tiene además ningún reparo en afirmar que «*para estar seguros de que hay igual lo tenemos que poner así*» (y los coloca en correspondencia) y cuando el examinador se los desplaza nuevamente dice «*ahora no, ahora no hay igual*».

Vemos, pues, que las primeras, aunque rudimentarias manifestaciones de la conservación de la cantidad de la que son capaces nuestros sujetos, se basan en el retorno empírico a la situación inicial de igualdad perceptiva, y si bien este esquema de acción todavía insuficientemente interiorizado y excesivamente rígido, no impone la conservación de la cantidad, es no obstante un precursor de la reversibilidad operatoria.

### III. 3. APRENDIZAJE DE LA CONSERVACION DE LA COTIDAD

Según Piaget, la conservación del número si no va acompañada de la conservación de la cantidad, no es más que el índice de un «falso número». Así, por ejemplo, cuando un sujeto afirma que hay un mismo número de elementos en dos colecciones, pero que una tiene más elementos que la otra, demuestra (según el citado autor) que desconoce totalmente el significado de número.

Greco profundizando esta cuestión verificó que antes de llegar a la conservación de la cantidad, la inteligencia infantil pasa por un estadio en el que a pesar de prever y afirmar la conservación de la igualdad numérica, el sujeto afirma que hay más cantidad de elementos en un conjunto que en el otro.

Al comparar la conducta propia a la negación de cualquier conservación y la conducta que afirma la invariabilidad de un mismo número de

elementos en cantidades que no se conservan, Greco afirma que no se trata de un «falso número» y que el hecho de prever que dos conjuntos juzgados anteriormente equivalentes, por correspondencia óptica, tienen un mismo número de elementos, aunque la cantidad varíe, implica un avance genético considerable sobre la conducta anterior del sujeto que atribuye un número diferente de elementos a cada conjunto. Este progreso indica que el sujeto ha elaborado suficientemente el esquema de la correspondencia como para que le proporcione un elemento de constancia pese a la transformación aparente. A este elemento constante Greco le llama «casi-número».

Las causas de que el sujeto adquiera antes la conservación de la cotidad que la conservación de la cantidad hay que buscarlas en que la cotidad está desprovista del factor espacial, mientras que en este momento de la evolución genética, la cantidad está todavía supeditada a la percepción figural.

Las experiencias de Greco demostraron la importancia, en el desarrollo genético, de las nociones de transición entre la conducta intelectual preoperatoria y la operatoria. Nosotros nos propusimos elaborar una serie de ejercicios en los que el aspecto cotitativo de un conjunto, fuera el objeto de la acción y reflexión de sujetos que no poseían más que una numeración verbalista y carente de todo significado operatorio.

Una serie de los ejercicios de aprendizaje de evaluación de cantidades consistía en pedirle al sujeto que comparara el número de elementos de dos o más conjuntos. Por ejemplo, en el primer ejercicio de esta serie, el experimentador agrupaba desordenadamente una colección de seis gallinas blancas de plástico, y a unos veinte centímetros de distancia, colocaba otras ocho marrones, de tal modo que la impresión perceptiva de la numerosidad de conjuntos llevara al error de afirmar que en el conjunto de seis elementos habían más gallinas que en el de ocho. La consigna consistía en pedir al sujeto que hiciera lo necesario para saber con certeza si había más o menos gallinas blancas que marrones. La respuesta espontánea de todos los sujetos en el primero de estos ejercicios consistió en adoptar, como criterio cuantitativo, la percepción global de los conjuntos, y al tener que justificar sus afirmaciones, los individuos de más edad pretendían basar su conducta intuitiva en el análisis cuantitativo apoyado en la numeración.

Tal ha sido, por ejemplo, el comportamiento de An. (*edad 10 años 8 meses y C.I. 59*), quien aseguró que hay más gallinas blancas (falso, hay sólo seis) que marrones (hay ocho) y cuando le preguntamos cómo lo sabe, nos dice: «aquí hay siete y aquí cuatro»; el examinador interroga insistentemente sobre la veracidad de su juicio y An. afirma: «claro, he contado». Sin embargo, An. no ha recurrido a la numeración y se ha limitado a evaluar intuitivamente la cantidad de elementos de ambos conjuntos.

El niño, normalmente, al contar establece una correspondencia biunívoca entre los objetos y los términos numéricos aprendidos, sin embargo, a

nuestros sujetos les habían enseñado la numeración verbal sin que llegaran a comprender la correspondencia que ésta implica. La consecuencia no podía ser más nefasta: formación de mecanismos rígidos y de estereotipias verbales que no tenían más función que la de ocultar la ignorancia del sujeto y dificultar cualquier aprendizaje operatorio que pudiera utilizar la numeración instrumental.

Para compensar la deficiencia de la numeración aprendida por nuestros sujetos, utilizamos material susceptible de ser enumerado en otros términos que la numeración aritmética así, por ejemplo, en lugar de pedirles que contaran el número de coches de un conjunto, les hacíamos verbalizar el color de cada coche (1), y en lugar de interrogarles sobre el número de elementos del conjunto correspondiente, debían explicitar la identidad entre los colores de los elementos de ambos conjuntos.

La evolución intelectual de nuestros sujetos durante el aprendizaje de la conservación de la cantidad, corrobora los estudios de Greco, dando muestras evidentes de la importancia genética de la adquisición de la invariabilidad numérica de un conjunto, pese al desplazamiento de sus elementos.

La conservación de la cotidad aparece en nuestro estudio longitudinal como el resultado de la interiorización y coordinación de las acciones realizadas por el sujeto al hacer corresponder los elementos de dos conjuntos, infiriendo de ello la conservación de la cantidad. Si esta inferencia se ve perturbada en el momento oportuno por un índice figural inducente a la falta de conservación de la cantidad, el sujeto vive la contradicción de las dos conclusiones distintas. El hacer consciente esta contradicción es de suma importancia, puesto que el sujeto a partir de este momento pone en tela de juicio los instrumentos intelectuales de que dispone y busca la comprensión entre la igualdad inferida y la desigualdad percibida, a través de la integración y coordinación, en un todo reversible de las nociones casi operatorias, inferidas al aplicar a los objetos los esquemas de acción:

*Sil. (edad 6,8, C.I. 65) tiene dos conjuntos formados, cada uno, por cinco animales distintos y colocados en correspondencia óptica. «Iguales, gallina con gallina, vaca con vaca, caballo y caballo, oveja oveja, pato pato.» El experimentador añade una jirafa. «Más aquí.» El experimentador separa los animales del conjunto que tiene un elemento menos, de manera que ambos conjuntos ocupen el mismo espacio. «Hay iguales.» ¿Seguro? «Sabe qué pasa que aquí pasa algo...»*

A lo largo de esta sesión (de la que el párrafo transcrito anteriormente constituye uno de los ejercicios) *Sil*, adquirió la noción de la conservación

(1) Para ello fue necesario que previamente, en la escuela, les enseñaran el nombre de los colores.

de la cantidad apoyándose en la noción inferencial y casi operatoria de la conservación de los elementos correspondientes:

Sil. tiene dos conjuntos formados cada uno por cuatro coches de colores: amarillo, verde, azul, rojo, en correspondencia óptica. El examinador desplaza un conjunto de manera que ocupe más espacio que el otro, y le pregunta si hay igual o más coches en un sitio que en el otro, «*más aquí*». El examinador los vuelve a colocar en correspondencia óptica y Sil. afirma «*Ahora son iguales*». El examinador vuelve a desplazar un conjunto diciendo: fíjate bien cómo muevo tus coches. «*No, ahora hay más coches aquí.*» Dime de qué color son. «*Mira, éste amarillo, verde, morado, rojo.*» ¿Entonces qué? «*Claro, igual.*» El experimentador desplaza todavía más el conjunto. ¿Hay más o menos? «*No, aquí muchas.*» Explicámelo mejor. «*Amarillo y amarillo, verde y verde, morado y morado, rojo y rojo, igual.*»

Todos los esujetos antes de llegar a la conservación de la cantidad, pasaron por la fase que Greco denomina conservación de la cotidad, y ejercitándose sistemáticamente, con la ayuda del experimentador, en la invariabilidad de la correspondencia entre los elementos de los conjuntos dados, dedujeron de ella la conservación de la cantidad.

### III. 4. APRENDIZAJE DE LA ADICION Y SUSTRACCION

J. F. Wohlwill (1) al estudiar la formación del número constató que las acciones de adición y sustracción eran comprendidas con anterioridad a las ya clásicas pruebas de Piaget sobre la conservación del número, y analizó, si el aprendizaje basado en el ejercicio de la estructura de adición, previa a la conservación, es igual, más o menos eficaz que el aprendizaje centrado en la propia conservación numérica.

Los resultados obtenidos permitieron afirmar la posibilidad de aprendizaje de la conservación de la cantidad y demostrar la superioridad del aprendizaje basado en la comprensión de las acciones de adición y sustracción sobre el aprendizaje directo de la conservación de la cantidad (sólo el 13 % de los individuos que se ejercitaron directamente en la conservación llegaron después del aprendizaje a afirmar la invariabilidad numérica, mientras que el 37 % de los sujetos que se ejercitaron en el esquema de adición y sustracción adquirieron dicha noción.

El valor de esta experiencia, limitada a una sola sesión de aprendizaje, estriba en demostrar la mayor eficacia del aprendizaje basado en la inferencia estructural que la del aprendizaje centrado en la constatación de hechos y si bien Wohlwill nos dio el estudio teórico de la importancia y gé-

(1) J. F. Wohlwill: «Un assai d'apprentissage dans le domaine de la conservation du nombre». Etudes d'Epistémologie Génétique. Vol. IX. P.U.F. París 1959.

nesis de las acciones de adición y sustracción, faltaba elaborar toda una serie de ejercicios basados en estos conocimientos, susceptibles de elevar el porcentaje de aprendizajes obtenidos por Wohlwill.

Debíamos iniciar dicho aprendizaje partiendo de situaciones lo más simples posibles, en las que el sujeto pudiera ejercitarse en las acciones de añadir y quitar elementos como única vía posible para el aumento o disminución de una cantidad dada. Para ello nos limitamos a entregar al sujeto una cierta cantidad de elementos pidiéndole que la aumentara o disminuyera.

El examinador le presenta dos collares, uno de ellos tiene una bola más que el otro, y el sujeto debe decir cómo son. *Gu. (edad 9,8 y C.I. 60.) «No son iguales.»* Haz que sean iguales. *Gu.* desplaza los elementos, duda y finalmente quita el elemento sobrante.

La conducta de *Al.* es similar, tiene dos colecciones de elementos, una compuesta por siete cucharas y la otra por seis tenedores alineados bajo las cucharas y en correspondencia óptica con ellas, encima de la mesa hay además una caja con cubiertos; le preguntamos qué debe hacer para tener igual de cucharas que de tenedores, y admite una doble posibilidad: separar los tenedores o añadir más.

Sólo a partir del momento en que los sujetos superaron esta primera etapa, y supieron ejecutar y explicitar que para tener más hay que poner y para tener menos hay que quitar, pasamos a utilizar la adición y sustracción como esquema inferente de la conservación de la cantidad y a realizar una serie de ejercicios encaminados a este fin.

Pese a que todos nuestros sujetos habían asegurado repetidamente que una cantidad no varía si no aumentamos o disminuimos el número de sus elementos, que para aumentarla debemos añadir, y para disminuirla quitar, y actuado de acuerdo con este esquema de acción, en todas aquellas situaciones experimentales en las que la percepción figural de los conjuntos no entraba en contradicción con dicho principio, ni un solo individuo de nuestra población fue capaz de inferir, de manera inmediata y basándose en este razonamiento, la conservación de la cantidad cuando la percepción figural inducía al error.

Los esquemas de adición y sustracción debían imponerse progresivamente a la intuición preoperatoria que centra al sujeto en los resultados perceptivos de sus acciones y les impide analizar la coordinación entre sus propios actos.

Efectivamente, cuando el sujeto posee todavía una estructura intelectual preoperatoria identifica el resultado de dos esquemas de acción distintos: Para él añadir elementos o desplazarlos son actos equivalentes, puesto que los juzga en función de un solo aspecto del resultado que con ambos esquemas obtiene, el aumento del espacio ocupado, sin considerar que para

añadir elementos le ha sido necesario coger otros e introducirlos en el conjunto, mientras que para el simple desplazamiento ha sido suficiente separarlos ligeramente, con lo cual ha variado la percepción que de ellos tenía.

En la progresiva diferenciación de los resultados que se obtienen al aplicar estos dos esquemas citados, los individuos de nuestra experiencia pasaron por las cinco fases siguientes:

*Primera fase:* Identificación total de los resultados que se obtenían con ambos esquemas. Incluso en el caso de que la percepción global de la cantidad estuviera de acuerdo con el número de elementos (Ejemplos: las conductas de Gu. y Al., anteriormente descritas).

*Segunda fase:* Si los índices figurativos del conjunto no inducen al error, el sujeto afirma que para aumentar o disminuir una cantidad es necesario siempre añadir o quitar elementos, sin embargo inmediatamente después de esta afirmación nos asegura que una cantidad a la que hemos separado sus elementos, ha aumentado o disminuido y acepta que para volver a tener igual hay que quitar o añadir elementos.

El examinador desplaza las bolas de un collar igual a otro y construido por el sujeto Ro. (edad 11,2 y C.I. 48) en correspondencia óptica con el del examinador. Ro. niega la conservación de la cantidad afirmando sucesivamente que él tiene más o menos bolas (según el espacio ocupado en cada transformación). ¿Estás seguro de que tengo más? «Tú tienes más.» ¿Cómo lo sabes? «Ha puesto más.» ¿Seguro? «No, las has corrido y hay más.»

An. (edad 10,8 y C.I. 59), para justificar sus sucesivas afirmaciones contradictorias (un mismo conjunto tiene más y menos elementos) nos atribuye un pensamiento suyo: «Usted me dijo que habían más cuballos porque iban más largos (ocupaban mayor espacio) y menos corderos porque iban más cortos» (el material estaba alineado).

El experimentador tiene dos cubos rojos, entrega otros dos azules al Suj. Gu. (edad 9,8 y C. I. 60). ¿Qué tienes que hacer para que haya más? «Poner.» ¿Y para que haya menos? «Quitar.» ¿Siempre que quieras tener más, que has de hacer? «Poner.» ¿Seguro? «Sí.» Coge tus cubos y ponlos lejos, en el otro extremo de la mesa y ahora dime ¿tenemos igual o hay más cubos en un sitio que e notro? «Aquí (extremo más cercano al sujeto), más.»

Al pasar al ejercicio de adición y sustracción con bolas, Gu. ejecuta y verbaliza el recurso a la adición como única posibilidad de tener más, pero en el momento en que el examinador desplaza sus bolas Gu. afirma un aumento cuantitativo y quita la bola perceptivamente sobrante. El experimentador coge las bolas de un collar con la mano derecha, y las del otro con la mano izquierda, cerrando las manos le pregunta: ¿hay más? «No.» ¿Por qué? «Porque no ha puesto.» ¿Y en los collares ponía? «No, pero los movía y hay más.»



Estos ejemplos nos muestran claramente que el sujeto posee un esquema inferencial casi operatorio «*si no quito ni pongo tengo igual*» y un pensamiento intuitivo que se rige por índices perceptivos figurales.

*Tercera fase:* La pugna entre «ver» que hay más y «saber» que hay igual, puesto que no hemos ni añadido ni quitado, llevará a nuestros sujetos a afirmar que la cantidad ha variado pero que para volver a tener igual no podemos ni añadir ni quitar.

*Sil. (edad 6,8, C.I. 65),* al empezar la sesión afirma que hay más bolas en el collar que las tiene más espaciadas. ¿Cuál sobra? ¿Cuál quitamos? «*Esta*» (la bola del extremo)...

Se realizan varios ejercicios en este sentido y al finalizar la sesión le preguntamos lo mismo: «*Más*».

¿Cuál sobra? ¿Cuál debemos quitar? «*No, porque mire cómo quedará...*» «*Esto está mal, una amarilla que no tiene que ir con ésa*», y rehace la correspondencia. se vuelven a desplazar las bolas: «*Más*».

Todos nuestros sujetos, antes de conseguir la conservación de la cantidad, pasan por estadios en los que, gracias a una comprensión cada vez mayor del esquema de la correspondencia biunívoca construyen nociones que permanecen invariables pese a las transformaciones espaciales aplicadas a un conjunto dado. En esta tercera fase, si el sujeto ha construido dos conjuntos equivalentes recurriendo al esquema de la correspondencia, cuando el experimentador desplaza los elementos de un conjunto, evalúa la cantidad según el índice perceptivo figural erróneo, y afirma que hay más elementos en el conjunto que los tiene más distanciados. Sin embargo, es suficiente con que el experimentador le pregunte si puede rehacer la igualdad, añadiendo o quitando elementos a uno de los conjuntos, para que el sujeto evoque el esquema de acción con el que ha construido los conjuntos y se oponga a modificar el número de los elementos aunque continúe afirmando la desigualdad cuantitativa entre los dos conjuntos.

*Cuarta fase:* Se trata de un momento genético de gran interés, ya que nos informa de que la noción de cantidad es fruto de una serie de lentos progresos en los que el sujeto afianzándose progresivamente en la coordinación de sus actos, infiere de ellos las nociones operatorias que le liberan de las ilusiones perceptivo figurales a las que estuvo supeditado anteriormente.

Las primeras manifestaciones de la conservación operatoria de la cantidad se dan en un mismo sujeto, con una cierta anterioridad, si el experimentador en lugar de interrogarle directamente sobre la comparación cuantitativa de los conjuntos, le pregunta si es posible recurrir a la adición o sustracción de elementos, para compensar la transformación aplicada por un ligero desplazamiento de los términos de un conjunto.

RO (edad 11,2 y C. I. 48): «Más» —Quita el que sobra— «ninguno, son iguales, iguales de grandes».

Sal (edad 7,10 C. I. 67): «más coches» —Quita los que sobran— «iguales».

Estos ejemplos nos demuestran claramente que si la consigna del experimentador centra la atención del sujeto en la percepción inmediata, éste niega la conservación de la cantidad, y que si, al contrario, le invita a actuar sobre los objetos, bien sea añadiendo o quitando elementos, el sujeto completa los datos percibidos con la evocación de la igualdad inicial y ejecuta con el pensamiento las transformaciones necesarias para llegar de nuevo al esquema de la correspondencia, deduciendo de esta coordinación interiorizada de sus actos, que los dos conjuntos tienen igual número de elementos puesto que para imaginarlos iguales, no necesita ni añadir, ni quitar objetos, sino simplemente desplazarlos en sentido contrario al que lo hizo el experimentador.

El desfase en la afirmación de la invariabilidad cuantitativa según interroguemos al sujeto, haciendo o no referencia explícita a la adición y sustracción, es una prueba más de que el sujeto construye las nociones intelectuales, mediante la interiorización y coordinación de sus propios actos. La noción de cantidad es fruto de la acción del sujeto, y es suficiente en este momento del desarrollo, con sugerirle la posibilidad de realizar una acción real, añadir o quitar elementos, para que el niño realice con el pensamiento la serie de acciones necesarias para inferir de ellas la conservación de la cantidad.

El sujeto que empieza por negar la conservación y por juzgar totalmente equivalentes dos esquemas de acción no obstante distintos: añadir y separar (el niño después de aplicar uno u otro esquema, olvida sus actos para centrarse en el aspecto figurativo del conjunto, y el cambio perceptivo global aplicado a un conjunto según se desplacen o añaden elementos es igual), consigue gracias a una mayor coordinación e interiorización de sus propios actos, diferenciar progresivamente los dos esquemas, y así vemos que de la identificación total, pasa a juzgarlos sólo equivalentes cuando los índices perceptivo-figurales le inducen a un juicio cuantitativo erróneo, y de ahí a afirmar la imposibilidad de compensar el desplazamiento con la adición o sustracción (primer indicio de conservación de la correspondencia interelementos), para inferir posteriormente (*en la quinta fase*) la conservación cuantitativa.

Gu. (edad 9,8 C.I. 60) «en ningún sitio hay más porque no he puesto».  
Ri (edad 10 C.I. 65) «más tenedores», «hay más aquí que aquí», «pero si los ponemos así (rehace la correspondencia) iguales» —¿Iguales o no? «Iguales», ¿en qué quedamos? «iguales porque no poniendo ni quitando hay igual».

### III. 5. REVERSIBILIDAD

La característica esencial del pensamiento operatorio concreto es la reversibilidad, que permite diferenciar las transformaciones aparentes de los cambios sustanciales de los objetos. El sujeto ante todo cambio espacial de los términos de un conjunto, sabe que los movimientos aplicados se compensan entre sí (es decir que las diferencias cuantitativas percibidas no son más que aparentes) y que pueden ser anuladas ejecutando los mismos movimientos en sentido contrario al inicial.

El pensamiento operatorio, para afirmar la conservación de la cantidad se basa en la coordinación e interiorización de los esquemas de acción estudiados: correspondencia biunívoca acompañada del retorno empírico a la situación inicial, del refuerzo de la cotidad, y de la adición y sustracción. La progresiva coordinación e interiorización de sus propios actos, capacita al sujeto, para integrar a la percepción rígida de la configuración de un conjunto, la serie de actos ejecutados en la formación de éste, y la transformación espacial que luego pueda aplicársele, ya no es valorada únicamente por su resultado final e inmediato, sino que la configuración global nuevamente adquirida es relacionada con la coordinación de los movimientos aplicados y la posibilidad de aplicar estos mismos movimientos en sentido contrario. Es decir que para un sujeto en el estadio operatorio la percepción actual de los elementos de un conjunto va acompañada de la representación de sus posibles transformaciones.

Después de que nuestros sujetos se ejercitaran sistemáticamente en cada uno de los esquemas de acción que más directamente intervenían en la formación de las cantidades discretas, iniciamos una última categoría de ejercicios encaminados a conseguir que coordinaran entre sí los distintos esquemas anteriormente ejercitados. Si bien un esquema de acción nunca puede considerarse aislado de la estructura intelectual de la que forma parte, y por tanto aunque de manera implícita al ejercitar cada uno de los aspectos citados, ejercitábamos también sus complementarios, hay una diferencia considerable de nivel operatorio entre el hecho de recurrir a un mismo esquema de acción según se trate de una situación experimental centrada directamente en el ejercicio de dicho esquema, o bien de una situación abierta a diversas soluciones, en las que la mayoría de las veces la conservación de la cantidad, fruto de la coordinación reversible de las nociones casi-operatorias, es inferida de una y otra noción indiferentemente.

La técnica que utilizamos para esta serie de ejercicios consistió en aplicar a dos conjuntos iguales, formados por correspondencia óptica, toda clase de transformaciones espaciales a fin de hacer patentes las sucesivas contradicciones sugeridas por los índices perceptivofiguerales y pedir a este respecto las justificaciones adecuadas a la invariabilidad cuantitativa.

La conducta típica más evolucionada, al finalizar esta última serie de aprendizaje de cantidades discretas, consistió en afirmar la conservación de la cantidad como si se tratara de un conocimiento innato y evidente.

Por otra parte, todos los sujetos, dieron muestras de una gran flexibilidad de pensamiento al apelar, en una misma sesión de aprendizaje, a justificaciones diversas a la conservación. Sírvanos de ejemplo la última sesión del aprendizaje del sujeto Na, quien al iniciar el ciclo de aprendizaje afirmaba que un mismo cubo colocado encima de la mesa era «poco» y colocado a medio metro más alto que el nivel de la mesa era «mucho» «porque está más arriba».

Na (edad 7 años, C.I. 54). Al finalizar el aprendizaje de la conservación de cantidades discretas, resuelve con gran facilidad el ejercicio de desplazamientos longitudinales diciéndonos: «¡sí que es igual, hombre!» — ¿Por qué? — «Porque hay roja azul, roja azul...» — Una niña me dijo que habían más azules, ¿quién tiene razón, tú o ella? — «Tengo razón yo» — ¿Por qué? — «aquí falta una» (coge la ficha del extremo y la coloca en correspondencia a la cuarta ficha del modelo

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0
      ↑

```

Cuando se han subdividido de manera desigual dos conjuntos de 8 elementos cada uno, de manera que la distribución de ambos al iniciar la encuesta es la siguiente:

Conjunto A	Conjunto B
0 0	0 0
0 0	0 0
0 0	0 0
0 0	0 0

Na nos dice «Igualito, igualito» —¿Cómo lo sabes?— «porque en este medio no hay nada» — ¿Qué quieres decir con esto? — «Pues poniendo aquí y aquí (coloca las fichas del subconjunto A como las del B) hay igual», «azul, azul, rojo, rojo...».

Pasamos a desplazamientos y subdivisiones simultáneas de cuatro conjuntos y Na continúa afirmando la conservación de la cantidad de cada conjunto: «¡Hombre, hay igual!» «Porque lo ha puesto así parece más, antes estaba así (rehace distribuciones idénticas con los cuatro conjuntos) y es igual».

#### IV. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La evolución intelectual de nuestros sujetos mediante el aprendizaje de la conservación de una cantidad discreta, nos permite verificar una serie de hechos que después de enumerar brevemente analizaremos con mayor detalle:

1. Sujetos con un déficit intelectual considerable (C.I. comprendidos entre 45 y 65) son capaces de adquirir mediante un aprendizaje operatorio, la conservación de cantidades discretas.
2. El refuerzo exterior es interpretado por el sujeto en función de la estructura intelectual adquirida al margen de la situación experimental.
3. El paso de un subestadio intelectual a otro, se realiza a través de una matizada gama de conductas.
4. La prueba de P. Greco «Conservación de la igualdad pese al desplazamiento», es un instrumento adecuado para pronosticar la capacidad de aprendizaje de las estructuras numéricas.

#### IV. 1. SUJETOS CON UNA INTELIGENCIA DEFICITARIA ADQUIEREN LA CONSERVACION DE CANTIDADES DISCRETAS MEDIANTE UN APRENDIZAJE OPERATORIO

Un mes después de finalizar el ciclo de aprendizaje de la conservación de cantidades discretas, volvimos a diagnosticar el nivel de comprensión lógica del número a todos los sujetos que habían seguido el aprendizaje, y a los individuos del grupo control.

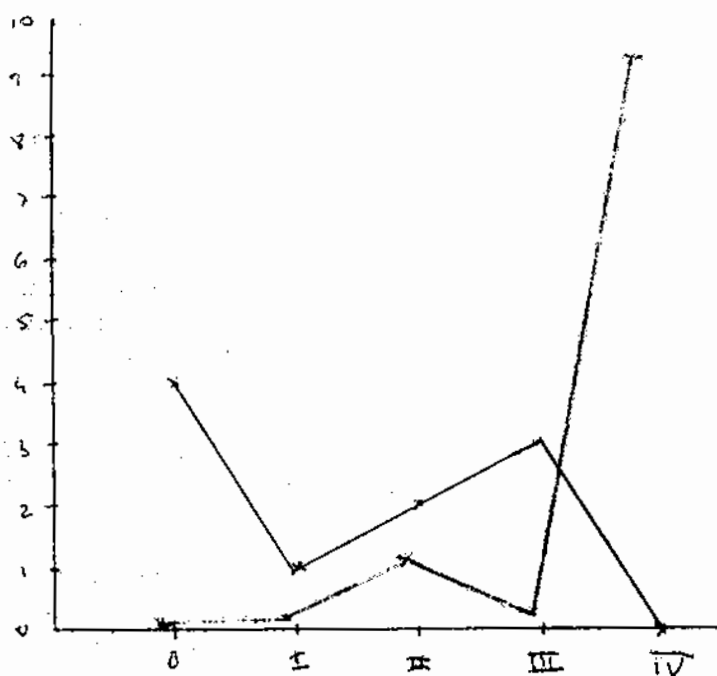
De los 10 sujetos que se beneficiaron del aprendizaje, 9 adquirieron la noción operatoria de la invariabilidad, mientras que sólo el sujeto más joven se estancó en el segundo subestadio de Greco (el análisis de los protocolos de sus sesiones hacen prever que con pocas sesiones más hubiera alcanzado la conservación).

La primera conclusión que se impone es la de aceptar que sujetos con una inteligencia deficitaria adquieren la noción de invariabilidad de una cantidad discreta si se les da un aprendizaje operatorio. Efectivamente todos los sujetos de la población experimental cambiaron de estadio, y el único sujeto que no llegó a la conservación de la cantidad, pasó, no obstante, del subestadio 0 al subestadio II.

Estos resultados cobran todavía mayor fuerza si consideramos que los sujetos de la población control, obtuvieron en su segundo diagnóstico, los mismos resultados que en el primero, es decir que la evolución natural demostró ser incapaz, en el mismo periodo de tiempo de producir espontáneamente un progreso de operatividad numérica, a sujetos cuyas características patológicas eran análogas a las de los niños que siguieron el aprendizaje.

Distribución de los sujetos según los subestadios de Greco antes (en azul) y después (en rojo) del aprendizaje de la conservación de cantidades discretas.

N.º sujetos



Si comparamos los resultados del aprendizaje obtenido por Wohlwill en la conservación de cantidades discretas, con los encontrados por nosotros, veremos que hay una importante diferencia. En efecto 37 % de los sujetos de Wohlwill llegaron a la conservación, mientras que el 90 % de los nuestros la alcanzaron al finalizar el aprendizaje. Cuatro razones pueden explicarnos esta diferencia:

1. Es evidente que el hecho de ejercitar la estructura operatoria en sus diversas facetas (conservación de cantidades continuas y discretas, conservaciones especiales, clasificación, seriación y comparaciones) repercutió en beneficio de cada una de ellas. Podemos prever que de habernos limitado al aprendizaje de las cantidades discretas, los progresos efectuados hubieran sido de mejor importancia.

2. A diferencia de los de Wohlwill, nuestros sujetos se ejercitaron progresivamente en los diferentes esquemas de acción que intervienen en la génesis del número, empezando por el esquema más elemental, e infiriendo, a partir de ellos y de manera progresiva, la conservación operatoria.

3. Wohlwill utilizó una técnica estándar. Nosotros preferimos aplicar el aprendizaje teniendo en cuenta las particularidades de cada sujeto, y si bien todas las situaciones experimentales estaban previstas siguiendo unos criterios detenidamente elaborados con anterioridad, en el momento de su

aplicación introdujimos las modificaciones que las necesidades de cada sujeto, en cada momento preciso, nos aconsejaban.

4. La cuarta y última razón se deriva de las anteriores. El número de sesiones de aprendizaje no debía de estar preestablecido y mucho menos limitado a una sola aplicación.

#### IV. 2. EL REFUERZO EXTERIOR ES INTERPRETADO EN FUNCION DE LA ESTRUCTURA INTELECTUAL DEL SUJETO AL QUE SE APLICA

La evolución del «pattern» lingüístico que acompaña la génesis de la cantidad pasa por los siguientes niveles o subestadios:

*Nivel 0:* Incomprensión total de los vectores.

*Nivel 1:* Comprensión de los vectores en el momento de ejecutar las consignas, y sustitución de los mismos por escalares, en el momento de describir la conducta ejecutada.

*Nivel Operatorio:* Comprensión de los vectores y recurso espontáneo a los mismos, en las descripciones comparativas.

A lo largo del ciclo de aprendizaje, y con todos los sujetos, el experimentador utilizó, como refuerzo exterior lingüístico, el pattern verbal propio del nivel operatorio. Sin embargo, las respuestas obtenidas ante un mismo refuerzo externo variaron en función del nivel operatorio poseído por cada sujeto.

Los individuos del nivel 0 no se limitaron a asociar los vectores dados por el experimentador a la correcta ejecución de la consigna, sino que asimilándolos a su incipiente estructura intuitiva, pasaron de la incomprensión total del significado de los vectores a su identificación con los escalares subjetivos que no obstante no fueron pronunciados jamás por el experimentador.

El mismo pattern lingüístico al ser asimilado por las intuiciones articuladas que caracteriza a los sujetos del nivel lingüístico I, fue suficiente para que nuestros individuos de dicho nivel llegaran después del aprendizaje a adquirir la comprensión y utilización de los vectores.

Este hecho invalida la ley de la simple asociación del refuerzo exterior con la respuesta del sujeto, puesto que para su verificación hubiera sido necesario que, o bien todos los individuos respondieran ante un mismo estímulo verbal con conductas idénticas, o en todo caso, la respuesta verbal del grupo de sujetos que no tenían todavía asimilados los vectores «más» y «menos» a los escalares «muchos» y «pocos» (es decir los individuos del nivel 0) debían llegar los primeros a la utilización correcta de vectores,

puesto que si el aprendizaje se rige por simple asociación, su labor intelectual quedaba limitada a asociar los términos propuestos a la conducta ejecutada, mientras que los individuos del nivel más desarrollado, debían además anular la asimilación de los términos «más» y «menos» a los escalares «muchos» y «pocos» para suplirla por la asociación que les proponíamos en nuestra experiencia. Los resultados que obtuvimos fueron justamente los contrarios y nos demuestran que un mismo refuerzo externo tiene significación distintas según los esquemas de acción por los que son asimilados.

#### IV. 3. EL PÁSO DE UN SUBESTADIO INTELECTUAL A OTRO MAS EVOLUCIONADO SE REALIZA A TRAVES DE UNA GAMA MATIZADA DE CONDUCTAS.

El cambio de una estructura mental a otra más evolucionada es un lento proceso de construcción y articulación progresiva de los esquemas de acción.

Las fases por las que pasaron nuestros sujetos durante el aprendizaje de la conservación de una cantidad discreta son las siguientes:

Nivel 0: Caracterizado por la total incomprensión de las consignas expresadas en vectores cuantitativos simples.

Nivel 1: Asimilación de los vectores a los escalares. La construcción de un conjunto equivalente a uno dado se hace mediante la copia cualitativa y global del modelo.

Nive II: Asimilación de los vectores a los escalares. Recurso espontáneo a la correspondencia para la construcción de un conjunto equivalente a uno dado. Identificación total de los resultados obtenidos con el esquema de la adición y con el del simple desplazamiento.

Nivel III: Asimilación de los vectores a los escalares. Recurso espontáneo a la correspondencia. Primera diferenciación entre los resultados de adicionar o de separar elementos; el sujeto afirma que para tener más debe añadir, pero después de desplazar los elementos, asegura que hay más y que para tener igual debe quitar el elemento del extremo.

Nivel IV: Asimilación de los vectores a los escalares, no obstante aparecen las primeras descripciones en las que el sujeto utiliza esporádicamente vectores. Se conserva la igualdad entre los elementos pero no entre las cantidades: el sujeto afirma que el conjunto que ocupa más espacio tiene una cantidad mayor, pero se niega rotundamente a añadir o quitar elementos para igualar los dos conjuntos.

Nivel V: Los vectores son cada vez más frecuentes. El sujeto afirma la conservación de la cantidad únicamente cuando el experimentador le interroga primero sobre la posibilidad de recurrir a la adición o sustracción para igualar los dos conjuntos.

Nivel VI: El sujeto recorre espontáneamente a los vectores y afirma la conservación de la cantidad a pesar de los desplazamientos.



#### IV. 4. PRONOSTICO DE LA CAPACIDAD DE APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS NUMERICAS ELEMENTALES

Al examinar el número de sesiones de aprendizaje que cada individuo necesitó para la construcción de la invariabilidad cuantitativa, vemos que están en relación inversamente proporcional al nivel evolutivo en que se situaron en el diagnóstico inicial de la comprensión lógica del número:

Los individuos del subestadio 0 necesitaron una media de 6 sesiones de aprendizaje, mientras que la media de los sujetos del III subestadio de Greco es sólo de dos sesiones. Los dos sujetos situados en el segundo subestadio, realizaron respectivamente cinco y dos sesiones de aprendizaje de la conservación de la cantidad, uno podía incluirse en el primer grupo, y el otro en el segundo. De ello podemos deducir que los subestadios descritos por Greco son un índice adecuado para pronosticar la capacidad de aprendizaje de las estructuras numéricas elementales.

Sujeto	Edad	C. Inicial	Estadio inicial Operatividad numérica	Número sesiones	Estadio final Operatividad numérica
Cap.	6,5	65	0	5	II
Sil.	6,8	65	0	5	IV
Na.	7	54	0	7	IV
Sal.	7,10	45	0	6	IV
Al.	8,10	58	I	4	IV
Gu.	9,8	60	II	5	IV
Ri.	10	65	III	3	IV
Pre.	10,7	49	III	2	IV
An.	10,8	59	II	2	IV
Ro.	11,2	48	III	2	IV

Del haber demostrado la posibilidad de acelerar la construcción de las estructuras lógicas elementales, en un periodo de tiempo relativamente corto, se derivan una serie de interesantes consecuencias:

a) La primera de ellas, de índole teórico-práctica, nos obliga a poner en cuestión la antigua creencia, todavía bastante difundida en nuestro país, en la invariabilidad del cociente intelectual. Dejando ya aparte los hechos demostrados con nuestra experiencia, unas cuantas reflexiones sobre este tema nos conducen a rechazar dicha invariabilidad. En efecto, si tenemos en cuenta que el C. I. no es otra cosa que la consecuencia de comparar los resultados obtenidos por un individuo en un momento determinado de su evolución, en una prueba, con los resultados medios obtenidos en la misma prueba, por una población considerada normal, no podemos, a partir de este solo hecho, predecir que la evolución de este individuo guar-

dará, a lo largo de toda su vida, la misma relación, respecto a la evolución media de la población normal en las pruebas consideradas, independientemente de las variables ambientales. Existen gran cantidad de factores, tales que una escolaridad adecuada, un tratamiento apropiado o, por el contrario, una falta de ejercicio estimulante, que pueden hacer variar considerablemente dicha relación.

La creencia en la invarianza del C. I. sólo se mantiene si consideramos la inteligencia como un factor predeterminado desde el nacimiento. Toda la obra de Piaget y de sus colaboradores demuestra que la inteligencia es, por el contrario, el resultado de una serie de procesos constructivos. Como hemos visto en las páginas que preceden, estos procesos pueden retrasarse e incluso no llegar a concluirse a causa de diversos trastornos, pero pueden también acelerarse mediante un ejercicio que reproduzca su génesis normal.

b) Desde un punto de vista práctico, los resultados obtenidos con el ciclo de aprendizaje, nos hacen entrever como muy fructífera su aplicación en el campo de la reeducación de todos aquellos trastornos que comporten un déficit intelectual ligero (no lo hemos experimentado con niños de un coeficiente intelectual inferior a 45) y en el período que caracteriza el paso de la preoperatividad a la operatividad concreta. Futuros trabajos demostrarán si es igualmente interesante proseguir el aprendizaje en el período de la operatividad formal.

c) Si el aprendizaje de las nociones operatorias ocasiona un aumento de la capacidad intelectual, la pedagogía debería tener en consideración estos hechos si los fines que persigue no son sólo proporcionar conocimientos sino desarrollar al máximo las posibilidades de razonamiento de los individuos.

## RESUMEN

Las aportaciones que la Psicología de la Inteligencia debe a la teoría operatoria de Piaget, han permitido vislumbrar el problema del aprendizaje humano desde un punto de vista nuevo.

La inteligencia no está compuesta de factores aislados que se desarrollan separadamente sino que evolucionan hacia sistemas de estructuras de conjunto que le aseguran un equilibrio dinámico. Si, en lugar de dirigir el aprendizaje principalmente hacia la adquisición de conocimientos nuevos lo encauzamos a conseguir una aceleración en el ritmo de adquisición de estas estructuras, dirigiéndolo de tal forma que obliguen a sujetos en el estadio preoperatorio a ejercitar los esquemas que en la génesis normal desembocan en una estructura operatoria, se consigue una aceleración de esta génesis que se traduce por la posibilidad de un tipo de razonamiento más evolucionado que se registra con un aumento del cociente intelectual.

Esta hipótesis ha guiado una serie de trabajos de aprendizaje realizados con 3 grupos de niños cuyos cocientes intelectuales al empezar la experiencia

estaban comprendidos entre .45-.65 para el primer grupo, .70 y .90 para el segundo grupo y .90 y 110 para el tercero.

El presente artículo expone una parte de la experiencia: el aprendizaje de las nociones de conservación de cantidades continuas y discretas con los sujetos del primer grupo y los resultados obtenidos. El análisis de las sesiones de aprendizaje permite un estudio detallado de la génesis de las nociones estudiadas, matizando así los pasos intermedios entre los estadios descritos por Piaget.

### RÉSUMÉ

Les apports que la Psychologie de l'intelligence doit à la théorie opératoire de Piaget ont permis d'aborder d'un point de vue nouveau le problème de l'apprentissage humain.

L'intelligence n'est pas composée de facteurs isolés qui se développent séparément mais ils évoluent vers des systèmes structures d'ensemble qui lui assurent un équilibre dynamique.

Si, au lieu de diriger essentiellement l'apprentissage vers l'acquisition de nouvelles connaissances, on s'emploie à obtenir une accélération dans le rythme d'acquisition des dites structures (en dirigeant l'apprentissage de tel sorte que des sujets au stade préopératoire soient contraints à des exercices portant sur des schémas qui dans la genèse normale débouchent sur une structure opératoire) on obtient une accélération de la genèse de ces structures. Cette accélération se traduit par la possibilité d'un type de raisonnement plus évolué qui est illustré par une augmentation du Q.I.

Cette hypothèse a guidé une série de travaux d'apprentissage réalisés avec 3 groupes d'enfants dont les Q.I. étaient, au début de l'expérience, compris entre 45 et 65 pour le premier groupe, 70 et 90 pour le deuxième et entre 90 et 110 pour le troisième.

L'article présent expose une partie de l'expérience: l'apprentissage des notions de conservation des quantités continues et discrètes chez les sujets du premier groupe (Q.I. entre 45 et 65) et les résultats obtenus.

L'analyse des séances d'apprentissage permet une étude détaillée de la genèse des notions étudiées, qui précise les étapes intermédiaires entre les stades décrits par Piaget.

### SUMMARY

Piaget's operational theory contributions to the Psychology of Intelligence have given new perspective and shed new light on human learning issues.

Intelligence is not made up by isolated factors which unfold separately but by factors which develop into new systems of structures insuring a dynamic balance. If we lead learning toward getting an increase in the rate of acquiring these structures instead of toward new knowledge, so the subjects in

the pre-operational stage have to put into practice schemes which in the normal genesis end up into an operational structure, then they get an acceleration of this genesis which means the possibility of a type of reasoning more developed with an increase of intellectual knowledge.

This hypothesis has led to a series of studies on learning carried out with three groups of children as subjects. At the beginning of the experience the first group had I.Q.s between 45 and 65; the second between 70 and 90; and the third between 90 and 110.

The present report presents only part of the experience: the learning of continuous and discrete quantities conservation notions within the first group of subjects and its findings. The analysis of learning sessions allows to study in detail the genesis of such notions, thus specifying the steps between Piaget's stages.

#### BIBLIOGRAFIA

- PIAGET, J.: *La construction du réel*. Delachaux et Niestlé Neuchatel, 1963 (3.<sup>e</sup> ed.).
- PIAGET, J., et SZEMINSKA: *La Genèse du Nombre*. Delachaux et Niestlé Neuchatel, 1964 (3.<sup>e</sup> ed.).
- PIAGET, J., B. INHELDER et A. SZEMINSKA: *La Géométrie Spontanée de l'Enfant*. P.U.F., Paris, 1948.
- PIAGET, J., et B. INHELDER: *La représentation de l'espace chez l'Enfant*. P.U.F., Paris, 1948.
- PIAGET, J. et B. INHELDER: *La Genèse des Structures Logiques Elementaires*. Delachaux et Niestlé Neuchatel, 1963 (2.<sup>e</sup> ed.).
- PIAGET, J., et INHELDER: *Le Développement des quantités physiques chez l'enfant*. Delachaux N. Neuchatel.
- PIAGET, J., et B. INHELDER: *L'Image Mentale chez l'Enfant*. P.U.F., Paris, 1966.
- PIAGET, J.: *Le Structuralisme*. P.U.F., Paris, 1968.
- PIAGET, J., et INHELDER: *Mémoire et Intelligence*. P.U.F., Paris, 1968.
- INHELDER, B.: *Le Diagnostic du raisonnement chez les Débiles Mentaux*. Delachaux, 1963 (2.<sup>e</sup> ed.).
- SCHMID-KITSIKIS, H.: *L'Examen des Opérations de l'Intelligence*. Delachaux. Neuchatel, 1969.
- SINCLAIR-DEZSWART, H.: *Acquisition du Langage et Développement de la Pensé*. Dunod, Paris, 1967.
- VRAISSE, P. et J. PIAGET: *l'Intelligence*. P.U.F., 1969.
- JONCKHEERE, A., B. MANDELBROT et J. PIAGET: *La lecture de l'expérience*. E.E.G.; V. P.U.F. 1958.
- GRECO, P., et J. PIAGET: *Apprentissage et connaissance*. E.E.G.; VII P.U.F.
- APOSTEL, L., A. R. JONCKHEERE et B. MATALON: *Logique, apprentissage et probabilité*. E.E.G.; VII. P.U.F. 1959.
- MORF, A., J. SMEDSLUND, VINH-BANG et J. P. WOHLWILL: *L'apprentissage des structures logiques*. E.E.G.; IX. P.U.F. 1959.
- GOUSTARD, M., P. GRECO, B. MATALON et J. PIAGET: *La logique des apprentissages*. E.E.G.; X. P.U.F. 1959.
- BERLYNE, D. E. et J. PIAGET: *Théorie du comportement et opérations*. E.E.G.; XII. P.U.F. 1960.
- APOSTEL, L., J. B. GRIZE, S. PAPERT et J. PIAGET: *La filiation des structures*. E.E.G.; XV. P.U.F. 1963.